

LA LEY DEL AUTO-RALEO

1.- El concepto del auto-raleo.

Claramente es posible observar tres etapas en el desarrollo de rodales coetáneos:

- aquella que ocurre cuando las plantas establecidas están en su fase inicial de establecimiento y crecimiento, y el espacio que utilizan para ello todavía no ha sido completamente utilizado y por tanto no existe competencia entre ellos, ni mortalidad,
- aquella que ocurre cuando las plantas están en plena competencia y exploración del espacio de crecimiento, donde existe un doble fenómeno de diferenciación de tamaños, supresión de los individuos menos vigorosos y su posterior mortalidad generando así una mayor diferenciación del tamaño de los árboles y, finalmente
- aquella etapa del desarrollo del rodal en que el sitio ha sido completamente ocupado y la densidad está en su máxima expresión. Producto de ello la única posibilidad de crecimiento de los individuos es mediante la mortalidad de sus competidores.

Estas etapas son claramente observables mediante la estructura del rodal a simple vista.

Lo interesante de este fenómeno es que es modelable y cuantificable matemáticamente.

Entonces la ley de auto-raleo corresponde a un proceso dinámico de disminución de árboles en un rodal debido a los procesos de competencia y posterior aumento del tamaño o volumen de los individuos sobrevivientes.

Cuando se ha llegado a la etapa de plena ocupación del espacio de crecimiento, la relación aumento de tamaño-disminución de individuos se hace constante, y es conocido como la ley de auto-raleo de la potencia de $-3/2$ o regla de auto-raleo (White, 1981; Zeide, 1987). Esta potencia $-3/2$ refleja la trayectoria que sigue el tamaño de los árboles a medida que disminuye la densidad del rodal. Esta relación define el concepto fundamental del manejo de la densidad del rodal.

2.- Fundamentos biológicos y matemáticos asociados a la ley del auto-raleo.

La ecuación se deduce de los siguientes principios (Zunino, 1996):

- La biomasa aérea media por planta sobreviviente (B) es directamente proporcional al cubo de una dimensión lineal cualquiera (L):

$$B \propto L^3 \quad [1]$$

- El área media ocupada por una planta (S) es directamente proporcional al cuadrado de la dimensión lineal, e inversamente proporcional a la densidad (N):

$$S \propto L^2 \quad , \quad S \propto (1/N) \quad [2]$$

- De la combinación de estos dos principios mencionados se puede deducir la relación final: la biomasa es proporcional a la densidad elevado a $-3/2$.

$$S \propto L^2 \propto [(L^3)^{2/3}] \propto B^{2/3} \propto N^{-1},$$

$$B \propto N^{-3/2}$$

Expresando las relaciones en términos de una ecuación final, es posible indicar que la biomasa aérea es igual a una constante multiplicado por la densidad de árboles elevado a $-3/2$ y recibe el nombre de línea de tamaño máximo o línea de auto-raleo.

$$B = k_1 * N^{-3/2} \quad [3]$$

Multiplicando por N :

$$B = k_2 * N^{-1/2} \quad [4]$$

Donde k_1 y k_2 son constantes de proporcionalidad. Aplicando logaritmo natural a la ecuación [4] se obtiene:

$$\ln B_s = k_3 - 1/2 * \ln N \quad [5]$$

La ecuación [5] representa el tamaño máximo potencial del rodal, por lo cual recibe el nombre de “línea de tamaño máximo”, o dada la disminución en densidad, línea de auto-raleo.

El índice de densidad de rodal de Reineke fue la primera aproximación empírica de esta ley, al haber encontrado un valor cercano a $-3/2$ (-1.6) para varias especies (Reineke, 1933). Esta ley del auto-raleo se produce en poblaciones vegetales monoespecíficas y coetáneas.

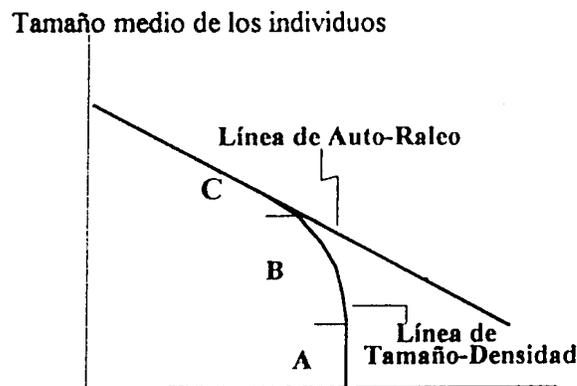


Figura 1: Diagrama de Auto-raleo

En la figura 1 se ilustran las tres etapas involucradas y sus correspondientes líneas. El área a la izquierda y bajo la línea Tamaño-Densidad ilustrada con la letra A indica la ubicación de la primera etapa, que es aquella en que los individuos están creciendo y explorando el espacio de crecimiento, pero aún no existe competencia entre ellos. En esa fase cualquier rodal ubicado en A, experimentará un aumento en el tamaño medio sin disminuir su densidad, es decir se desplazará verticalmente hasta entrar en la zona B, que corresponde a la segunda etapa. Si se observa la forma de la línea de Tamaño-Densidad, se observará que el desplazamiento es hacia arriba y hacia la izquierda de forma cóncava. Los componentes de mortalidad y aumento de tamaño, corresponden a los desplazamientos hacia la izquierda y hacia arriba, respectivamente. Una vez terminada esta trayectoria, todo rodal seguirá desplazándose en la zona C, que

corresponde a la línea de auto-raleo. Aquí, la relación de aumento en el tamaño de los individuos, respecto a la mortalidad se hace constante, revelando que no existe más capacidad de albergue de individuos.

3.- Análisis de caso.

Para ilustrar este efecto se presenta a continuación dos gráficas (figura 2 y 3) de seguimiento de densidad en parcelas permanentes en Pino insigne de la zona costera e interior de la VIII Región (Zunino, 1996). Las líneas fueron dibujadas uniendo puntos (densidad, tamaño) para diferentes años de medición.

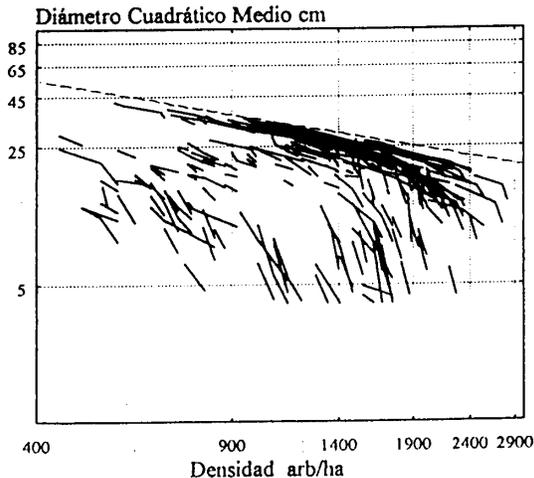


Figura 2: Zona costera.

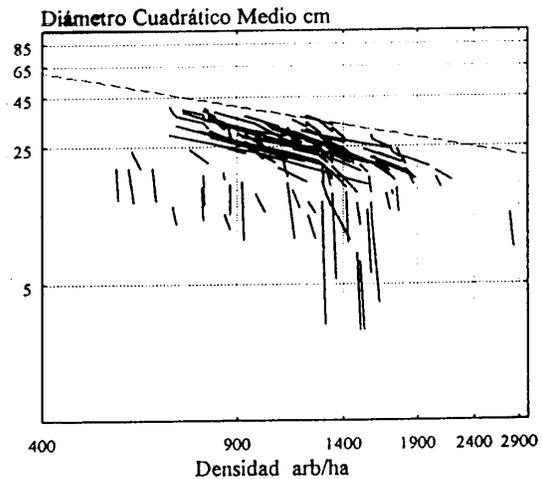


Figura 3: Zona interior.

Si se observa la dinámica de las líneas (parcelas) se notará que en la zona costera, la línea de trayectoria Tamaño-Densidad comienza mucho antes que en la zona interior. Ello se debe a que las condiciones hídricas de la zona costera son mucho mejores que las de la zona interior, generando un aumento en el tamaño inicial de los árboles y un comienzo de la competencia mucho antes. También se observa que la pendiente de la línea Tamaño-Densidad difiere en los dos casos. También se observa que la línea de auto-raleo que presentan las zonas es distinta en ambos casos.

4.- Modelación del auto-raleo.

En la literatura se han propuesto cuatro métodos para la obtención de la línea de autoraleo:

- Gráfico log. tamaño v/s log. densidad. Para el tamaño se puede utilizar el volumen, el área basal o el diámetro cuadrático medio. La línea se ajusta a mano alzada de tal forma que quede por sobre todas las trayectorias tamaño-densidad. Debe tener una pendiente de $-3/2$ o de $-1/2$, para el caso de valores por unidad de superficie. La intersección dependerá del criterio del analista.
- Ajuste lineal simple utilizando sólo puntos de rodales que han alcanzado aparentemente la línea de auto-raleo. Es un método práctico pero subjetivo, no permite la inferencia estadística dado que sólo estima la asíntota.
- Análisis de componentes principales (Newton, 1987; Skosvgaard, 1987). Útil en la estimación de los parámetros de la regla pero no considera la trayectoria de la curva tamaño-densidad para alcanzar esta asíntota.

- Ajuste de un modelo analítico no lineal. Smith y Hann (1984) propusieron un modelo que considera la línea de auto-raleo y también la trayectoria del rodal desde que comienza la mortalidad hasta que se encuentra con la línea asíntota (ocupación total de los recursos del sitio). Los rodales deben estar libres de cualquier manejo silvícola o daños que alteren su densidad. La formulación general contempla la utilización de dos modelos complementarios:

a.- Modelo para describir la línea de auto-raleo:

$$Y_{mi} = a_1 + a_2 * X_i \quad [6]$$

Donde:

Y_{mi} : ln (tamaño máximo medio a la edad i)
 X_i : ln (número de árboles por hectárea a la edad i)
 a_1 : Coeficiente de intersección
 a_2 : Pendiente de la línea de auto-raleo

b.- Modelo para describir la trayectoria de la curva tamaño-densidad (exponencial negativo):

$$Y_i = \exp(-a_3 * (X_1 - X_i)) \quad [7]$$

Donde:

Y_i : ln (tamaño medio a la edad i)
 X_1 : ln (número de árboles inicial por hectárea)
 X_i : ln (número de árboles por hectárea a la edad i)
 a_3 : Coeficiente de (intersección y pendiente) de la función

De esta forma, la diferencia entre los modelos [6] y [7] permite describir el fenómeno de auto-raleo por completo. Esto es, permite estimar el tamaño de una masa vegetal (Y_i) para una densidad determinada y conocer el tamaño medio (Y_{mi}) que podría alcanzar. También conocer el tamaño medio de los individuos del rodal cuando comienza la mortalidad inducida por la competencia. El modelo resultante de la sustracción es:

$$Y_i = a_1 + a_2 * X_i - a_1 * a_4 * \exp(-a_3 * (X_1 - X_i)) \quad [8]$$

Donde a_4 es el coeficiente de ajuste entre ambos modelos.

Notese que cuando $X_1 = X_i$, es decir, cuando la densidad no ha disminuido, el modelo queda:

$$Y_i = a_1 + a_2 * X_i - a_1 * a_4 \quad [9]$$

Que define el tamaño que tienen los individuos antes de comenzar la mortalidad. Este modelo describe una recta con igual pendiente que la curva de auto-raleo. Por otra parte, en otros trabajos reportados en la literatura se ha preferido no utilizar ningún supuesto sobre la pendiente de la línea que une todos los puntos de comienzo de la mortalidad para diferentes densidades, y tampoco sobre su existencia. De esta forma el modelo general de auto-raleo presenta la siguiente forma:

$$Y_i = a_1 + a_2 * X_i - (a_1 + a_2 * X_1 - Y_1) * \exp(-a_3 * (X_1 - X_i)) \quad [10]$$

Donde Y_1 es el tamaño medio para la densidad inicial (X_1).

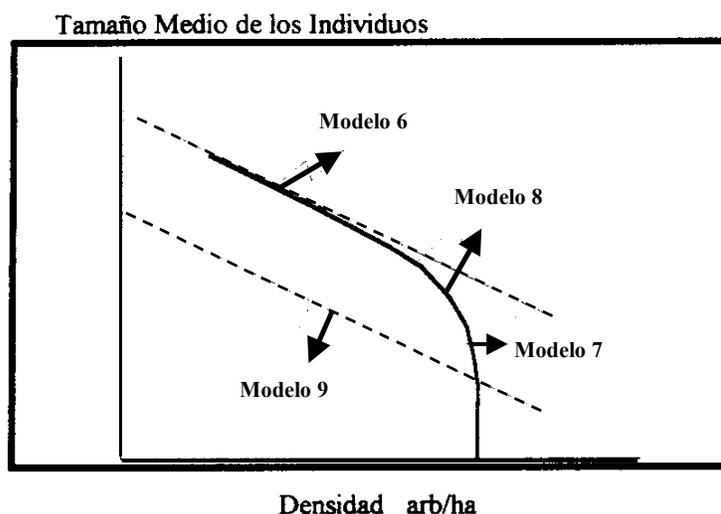


Figura 4: Identificación de los modelos presentados en las ecuaciones [6], [7], [8] y [9].

Referencias

- Newton, P.F. 1987. Development of a stand density management model for pure black spruce forest type within central newfoundland. I. Applicability of self-thinning rule. In: *IUFRO forest growth modelling and prediction conference*, Minneapolis, MN, August. Vol. II, pp. 24-28.
- Reinecke, L.H. Perfecting a stand-density index for even-aged forest. *Journal of Agricultural Research*, Washington D.C., Vol. 46, N° 7, pp. 627-638. In: *IUFRO forest growth modelling and prediction conference*, Minneapolis, MN, August. Vol. II, pp. 627-635.
- Skovsgaard, J.P. 1987. Self-thinning in sitka spruce (*Picea sitchensis*) stand in Denmark. Preliminary results. In:
- Smith, N.J. y Hann, D.W. 1984. A new analytical model based on the $-3/2$ power rule of self-thinning. *Canadian J. of Forest Research*, Vol. 14, pp. 605-609.
- White, J. 1981. The allometric interpretation of the self-thinning rule. *Journal of Theoretical Biology*, N° 89, pp. 475-500.
- Zeide, B. 1987. Analysis of the $3/2$ power law of self-thinning. *Forest Science*, Vol. 33, N° 2, pp. 517-537.
- Zunino, C.E. 1996. Análisis de la teoría de auto-raleo en plantaciones de pino insigne (*Pinus radiata* D.Don). Memoria para optar al título de Ing. Forestal, Universidad de Chile. 73 pp.