



AYUDANTIA 6: MOMENTOS Y FUNCION GENERADORA DE MOMENTOS

1) Tres prevencionistas de riegos de una empresa de seguros visitan una cantidad de clientes potenciales por semana, la cual se refleja según las siguientes funciones a, b, c, respectivamente. Determinar la esperanza y la varianza para cada uno.

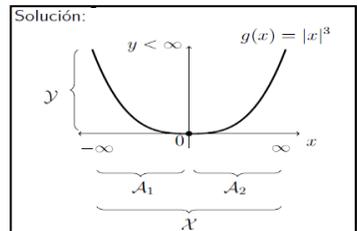
- | | | | |
|----------------------------|---------------------------|-------|--|
| a) $f_x(x) = ax^{a-1}$ | ; $0 < x < 1$ | a > 0 | Solución: $E(x) = [a/(a+1)]$; $V(x) = \{a/[a+2)(a+1)^2]\}$ |
| b) $f_x(x) = 1/n$ | ; $x = 1, 2, 3, \dots, n$ | n > 0 | Solución: $E(x) = [(n+1)/2]$; $V(x) = [(n^2+1)/12]$ |
| c) $f_x(x) = (3/2)(x-1)^2$ | ; $0 < x < 1$ | | Solución: $E(x) = [1]$; $V(x) = (3/5)$ |

2) Sea la variable aleatoria X que representa el consumo de Trucha arcoíris (*oncorhynchus mikiss*), para una población aledaña al río San Pedro de la ciudad de Valdivia, y se encuentra dado por la función: $f_x(x) = K e^{(-x/2000)}$; $x > 0$ (*Ejercicio propuesto*)

- a) P ($1/2 \leq x \leq 4/6$)
- b) P ($0,1 \leq x \leq 0,75$)
- c) E (x)
- d) V (x)

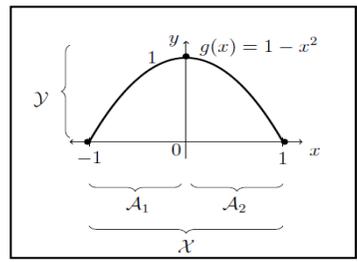
Nota: Se debe en primer lugar, obtener el valor de la constante para redefinir la función, luego se desarrollan normalmente las probabilidades, esperanza y varianza. (Recordar evaluar correctamente los límites, tanto inferior como superior)

- 3) $f_x(x) = 1/2 (e)^{-|x|}$; $-\infty < x < \infty$; $Y = |X|^3$
- Graficar $f_x(x)$
 - Encontrar la $f_Y(y)$
- Solución:** $f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{3}y^{-\frac{2}{3}}e^{-\left(y^{\frac{1}{3}}\right)} & , \text{ si } 0 < y < \infty \\ 0 & , \text{ e.o.c.} \end{cases}$



Nota: Se debe en graficar según corresponda la función, en este ejemplo la función en la variable y tomará solo valores positivos, sin embargo "x" tomará tanto negativo como positivos (definido por los límites), por lo cual, la transformación debe ser tanto para la porción negativa como positiva.

- 4) $f_x(x) = 3/8 (x + 1)^2$; $-1 < x < 1$; $Y = 1 - X^2$
- Graficar $f_x(x)$
 - Encontrar la $f_Y(y)$
- Solución:** $f_x(x) = \begin{cases} \frac{3}{8}(1-y)^{\frac{1}{2}} + \frac{3}{8}(1-y)^{-\frac{1}{2}} & , \text{ si } 0 < y < 1 \\ 0 & , \text{ e.o.c.} \end{cases}$



Nota: El desarrollo es idéntico al anterior, la diferencia se expresa en cuanto la forma y asíntota de la parábola (definida por la función $f_x(x)$).

5) $f_x(x) = 1/16 x (e^{(-x/4)})$; $x > 0$

- | | |
|---|----------------------------------|
| a) Determinar la Función Generadora de momentos de x | Solución: $(1 - 4t)^{-2}$ |
| b) Obtener la F. Generadora de momentos para la media y varianza de X | Solución: 8 ; 32 |

Nota: Revisar definición entregada por G. Canavos - Probabilidad y Estadística en el Capítulo 3.7, se entrega paso por paso la obtención de la función generadora de momentos.