

UNIVERSIDAD DE CHILE

Facultad de Ciencias Forestales

Escuela de Ciencias Forestales

Ingeniería Forestal

Ingeniería de la Madera

Asignatura

Profesores

Ayudante

Actividad

Semestre

: Álgebra y Trigonometría.

: **Dante Haro B.**

Ricardo Delzón E.

: Gustavo Castro P.

: Ayudantía de Progresiones

: Otoño 2008

AYUDANTIA PROGRESIONES GEOMETRICAS Y ARITMETICAS

I. Ejercicios Resueltos.

1. La suma de los 3 primeros números que forman una sucesión geométrica es 35. Si se disminuye el primer número en 2, el segundo en 3, y el tercero en 9, obtenemos los 3 números de una sucesión aritmética. Encuentre las sucesiones.

Sean a, b, c , los tres primeros N° s que forman una sucesión geométrica.

$$a + b + c = 35$$

$$r = \frac{b}{a} = \frac{c}{b} \Rightarrow b^2 = ca$$

Sean $a - 2, b - 3, c - 9$, los N° s que forman una sucesión aritmética.

$$A_1 = a - 2$$

$$A_1 + d = b - 3$$

$$A_1 + 2d = c - 9$$

Despejamos a, b, c , y lo reemplazamos en la suma.

$$a + b + c = 35$$

$$A_1 + 2 + A_1 + 3 + d + A_1 + 9 + 2d = 35$$

$$3A_1 + 3d + 14 = 35$$

$$A_1 + d = 7 \Rightarrow b = A_1 + d + 3 \Rightarrow b = 10$$

Quedan 2 incógnitas.

$$a + c = 25$$

$$b^2 = ac$$

$$100 = a(25 - a)$$

$$a^2 - 25a + 100 = 0$$

Arrojando los siguientes resultados.

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = 20, b_1 = 10, c_1 = 5 \\ a_2 = 5, b_2 = 10, c_2 = 20 \end{array} \right\} PG \leftrightarrow PA \left\{ \begin{array}{l} 18, 7, -4 \\ 3, 7, 11 \end{array} \right.$$

UNIVERSIDAD DE CHILE

Facultad de Ciencias Forestales

Escuela de Ciencias Forestales

Ingeniería Forestal

Ingeniería de la Madera

Asignatura	: Álgebra y Trigonometría.
Profesores	: Dante Haro B. Ricardo Delzón E.
Ayudante	: Gustavo Castro P.
Actividad	: Ayudantía de Progresiones
Semestre	: Otoño 2008

2. La suma de los primeros 19 pagos de una deuda, que están en Progresión Aritmética de primer término 9, es igual a la suma de los primeros 9 términos de la progresión $3, -6, 12, \dots$. Encuentra cuál es la diferencia en la Progresión Aritmética.

De la progresión $3, -6, 12, \dots$, podemos inducir que es una PG de primer término

$$3 \text{ y razón } = -2, \therefore S_9 = \frac{-2^9 - 1}{-2 - 1} = \frac{-512 - 1}{-1} = 513$$

De la PA sabemos que el primer término es 9 y dado el resultado anterior,

$$\text{sabemos que } S_{19} = 513 \wedge S_{19} = \frac{19}{2} (2 \cdot 9 + (19 - 1)d)$$

$$\therefore 513 = \frac{19}{2} (18 + (18)d)$$

$$1.026 = 19 \cdot 18 + 19 \cdot 18d$$

$$d = \frac{1.026 - 342}{342} \Rightarrow d = 2$$

3. Cuántos términos de la P. A. $6, 10, 14, \dots$ deben considerarse para que sumen 1.920.

$$10 - 6 = 4 \wedge 14 - 10 = 4 \therefore d = 4, a_1 = 6$$

$$i) S_n = 1.920 = \frac{n}{2} (a_n + a_1)$$

$$\text{Sabemos que en una PA: } a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$\therefore ii) a_n = 6 + (n - 1)4$$

$$\text{Reemplazando en i)} \Rightarrow 3.840 = n([6 + (n - 1)4] + 6)$$

$$= 3.840 = 8n + 4n^2 / * \frac{1}{4}$$

$$960 = 2n + n^2 \Rightarrow n^2 + 2n - 960 = 0 \Rightarrow n = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 960}}{2}$$

$$n = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 960}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{3.840}}{2} = \frac{-2 \pm 62}{2} = 30 \text{ términos}$$

UNIVERSIDAD DE CHILE

Facultad de Ciencias Forestales

Escuela de Ciencias Forestales

Ingeniería Forestal

Ingeniería de la Madera

Asignatura	: Álgebra y Trigonometría.
Profesores	: Dante Haro B. Ricardo Delzón E.
Ayudante	: Gustavo Castro P.
Actividad	: Ayudantía de Progresiones
Semestre	: Otoño 2008

II. Ejercicios Propuestos.

- Determine:
 - a_{11} y S_{11} en la P.A. 2, 6, 10, ...
 - a_9 y S_7 en la P.A. -3, -1, 1,
 - a_{24} y S_{15} en la P.A. $3, \frac{8}{3}, \frac{7}{3}, \dots$
- El cuarto término de un P.A. es 21 y el décimo es 48. Calcule la diferencia y el tercer término.
- La suma de tres números de una P.A. es 21 y el producto del primero por el tercero es 33
¿Cuáles son los números?
- ¿Cuántos términos de P.A. 6, 10, 14, deben considerarse para que sumen 1920?
- Determine tres números de una P.A. tales que su suma sea 27 y su producto 288
- Determine k de modo que $8k + 4$, $6k - 2$, $2k - 7$ estén en P.A.
- Determine:
 - a_6 y S_7 en la P.G. $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{9}, \dots$
 - a_{10} y S_{10} en la P.G. 2, 4, 6,
 - a_5 y S_6 en la P.G. $2, \frac{-2}{3}, \frac{2}{9}, \dots$
- En una P.G. dados $r = 2$ y $S_7 = 635$, Calcule a_1 y a_7
- El tercer término de una P.G. es 3 y el séptimo término es $\frac{3}{16}$, calcule la razón y el primer término de dicha P.G.
- Calcule la suma de los $2n$ primeros términos de la P.G. $3, -4, \frac{16}{3}, \dots$
- Una persona arrienda una pieza en una pensión durante el año 1989. Acuerda con la dueña reajustar la renta mes a mes en una cantidad fija. El arrendatario calcula que deberá pagar \$105.840 anuales y que en el mes de diciembre deberá cancelar \$13.440.
 - ¿Cuál fue la renta de Enero?
 - ¿Cuál es el monto del reajuste acordado?

UNIVERSIDAD DE CHILE

Facultad de Ciencias Forestales

Escuela de Ciencias Forestales

Ingeniería Forestal

Ingeniería de la Madera

Asignatura	: Álgebra y Trigonometría.
Profesores	: Dante Haro B. Ricardo Delzón E.
Ayudante	: Gustavo Castro P.
Actividad	: Ayudantía de Progresiones
Semestre	: Otoño 2008

12. Un individuo conviene en pagar una deuda de \$36.000 en 40 pagos parciales anuales que forman una P.A. Cuando 30 de los pagos están cubiertos, el dueñor fallece dejando una tercera parte de la deuda sin cancelar. Calcule el valor del primer pago.
13. A un empleado una empresa A le ofrece una renta de \$120.000 anuales con un aumento de \$3.000 anuales, por un periodo de 15 años. Otra empresa B, por el mismo periodo de tiempo, le ofrece \$140.000 y anuales un aumento de \$2.000 por año ¿Cuál ofrecimiento es más conveniente para el empleado?
14. Un cuerpo al caer recorre 4 metros en el primer segundo. Si en cada segundo la distancia recorrida aumenta en 1,6 veces, de que altura cae este cuerpo se demoró 10 segundos en tocar el suelo
15. Una pelota de hule cae de una altura de 20 metros y rebota ascendiendo cada vez hasta una cuarta parte del ascenso anterior. Calcular la distancia total recorrida por la pelota cuando pega en el suelo por sexta vez.