

UNIVERSIDAD DE CHILE

Facultad de Ciencias Forestales

Escuela de Ciencias Forestales

Ingeniería Forestal

Ingeniería de la Madera

Asignatura

Profesores

Ayudante

Actividad

Semestre

: Álgebra y Trigonometría.

: **Dante Haro B.**

Ricardo Delzón E.

: Gustavo Castro P.

: Ejercicio Fun. Compuesta.

: Otoño 2008

EJERCICIO FUNCION COMPUESTA

Sea:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 3x + 1$$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 2x - 3$$

$$h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = x + 1$$

Probar que $[(f \circ g) \circ h](x) = [f \circ (g \circ h)](x)$; es decir que ambas composiciones tienen el mismo dominio y recorrido.

$$\begin{aligned} \text{a) } [(f \circ g) \circ h](x) &= [f(g(x))] \circ h(x) \\ &= [f(2x-3)] \circ h(x) \\ &= [(2x-3)^2 + 3(2x-3) + 1] \circ h(x) \\ &= [(4x^2 - 12x + 9) + 6x - 9 + 1] \circ h(x) \\ &= [4x^2 - 6x + 1] \circ h(x) \\ &= 4(x+1)^2 - 6(x+1) + 1 \\ &= 4(x^2 + 2x + 1) - 6x - 6 + 1 \\ &= 4x^2 + 8x + 4 - 6x - 5 \\ &= 4x^2 + 2x - 1 \end{aligned}$$

Luego $\text{Dom } [(f \circ g) \circ h](x) = 4x^2 + 2x - 1$ es $\mathbb{R}$

$$\begin{aligned} \text{b) } [f \circ (g \circ h)](x) &= f(g(h(x))) \\ &= f(g(x+1)) \\ &= f(2x-1) \\ &= (2x-1)^2 + 3(2x-1) + 1 \\ &= 4x^2 + 2x - 1 \end{aligned}$$

Luego $\text{Dom } [f \circ (g \circ h)](x)$ es $\mathbb{R}$. Por lo tanto:

$$(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$$

Nota: Cuando debemos realizar la composición de una función, debemos "meter" una función dentro de otras, por ejemplo:

Si $f(x) = x + 5$ y $g(x) = x^2 - 2$ y nos piden: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ por tanto la función $f(x)$ debe ser introducida en las componentes "x" de $g(x)$; es decir nos quedaría de la forma:

$$\begin{aligned} g(f(x))(x) &= g(x+5) \\ g(f(x))(x) &= (x+5)^2 - 2 \\ g(f(x))(x) &= (x^2 + 10x + 25) - 2 \\ (g \circ f)(x) &= x^2 + 10x + 23 \end{aligned}$$