

UNIVERSIDAD DE CHILE

Facultad de Ciencias Forestales

Escuela de Ciencias Forestales

Ingeniería Forestal

Ingeniería de la Madera

Asignatura	: Álgebra y Trigonometría.
Profesores	: Dante Haro B. Ricardo Delzón E.
Ayudante	: Gustavo Castro P.
Actividad	: Ayudantía de Funciones-1
Semestre	: Otoño 2008

AYUDANTIA DE FUNCIONES PRIMERA PARTE

Antecedentes Teóricos:

a) Una función $f: A \rightarrow B$ es epiyectiva si y solo si $f(A) = B$ (ó bien $\mathcal{R}ecf = B$ ó bien $Imf = B$).

b) Una función $f: A \rightarrow B$ se dice inyectiva si y solo si $f(x) = f(y) \rightarrow x = y$; o equivalentemente $x \neq y \rightarrow f(x) \neq f(y)$.

c) Una función $f: A \rightarrow B$ se dice biyectiva si y solo si:

$$f: A \rightarrow B \wedge f(x) = f(y) \rightarrow y = x$$

I. Ejercicios Resueltos

1. Encuentre la asíntota horizontal de $f(x) = \frac{1}{2x+1} - 5$

Para buscar las asíntotas de la función $y=f(x)$, debemos determinar "x" en función de "y", y luego verificar los valores de "y", para los cuales x no está determinada.

$$y = f(x) = \frac{1}{2x+1} - 5 \Rightarrow 2x+1 = \frac{1}{y+5}$$

$$x = 0.5 \frac{1}{y+5} + 0.5$$

Finalmente la asíntota horizontal de $f(x)$ se encuentra en $y=-5$.

2. Dada la función:

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 4}$$

Estudiar el comportamiento de la función:

- 2.1 Dominio
- 2.2 Recorrido
- 2.3 Intersección con los ejes
- 2.4 Asíntotas
- 2.5 Paridad
- 2.6 Gráfico

UNIVERSIDAD DE CHILE

Facultad de Ciencias Forestales

Escuela de Ciencias Forestales

Ingeniería Forestal

Ingeniería de la Madera

Asignatura

Profesores

Ayudante

Actividad

Semestre

: Álgebra y Trigonometría.

: **Dante Haro B.**

Ricardo Delzón E.

: Gustavo Castro P.

: Ayudantía de Funciones-1

: Otoño 2008

2.1) Dominio.

$$\text{Dom}(f) = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 4 \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} - \{\pm 2\}\}$$

2.2) Recorrido.

$$y = \frac{x^2}{x^2 - 4}$$

$$yx^2 - 4y = x^2$$

$$yx^2 - x^2 = 4y$$

$$x^2(y - 1) = 4y$$

$$x^2 = \frac{4y}{y-1} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{4y}{y-1}}$$

$$\text{Rec}(f) = \left\{ y \in \mathbb{R} : \sqrt{\frac{4y}{y-1}} \in \mathbb{R} \right\}$$

$$a) (y - 1 \neq 0) \Rightarrow y \neq 1$$

$$b) \frac{4y}{y-1} \geq 0$$

$$\text{Rec}(f) =]-\infty, 0] \cup]1, \infty[$$

2.3) Intersección con los ejes.

Con eje X: ($Y = 0$):

$$x = \sqrt{\frac{4y}{y-1}}$$

$$x = 0$$

Con eje Y: ($X = 0$):

$$y = \frac{x^2}{x^2 - 4}$$

$$y = 0$$

$$y = \frac{x^2}{x^2 - 4}$$

$$x \neq \{2, -2\}$$

UNIVERSIDAD DE CHILE

Facultad de Ciencias Forestales

Escuela de Ciencias Forestales

Ingeniería Forestal

Ingeniería de la Madera

Asignatura

Profesores

Ayudante

Actividad

Semestre

: Álgebra y Trigonometría.

: **Dante Haro B.**

Ricardo Delzón E.

: Gustavo Castro P.

: Ayudantía de Funciones-1

: Otoño 2008

- 2.4) Asíntotas: Asíntota Vertical en $x=+2$ ^ $x=-2$
Asíntota Horizontal en $y=1$

- 2.5) Paridad.

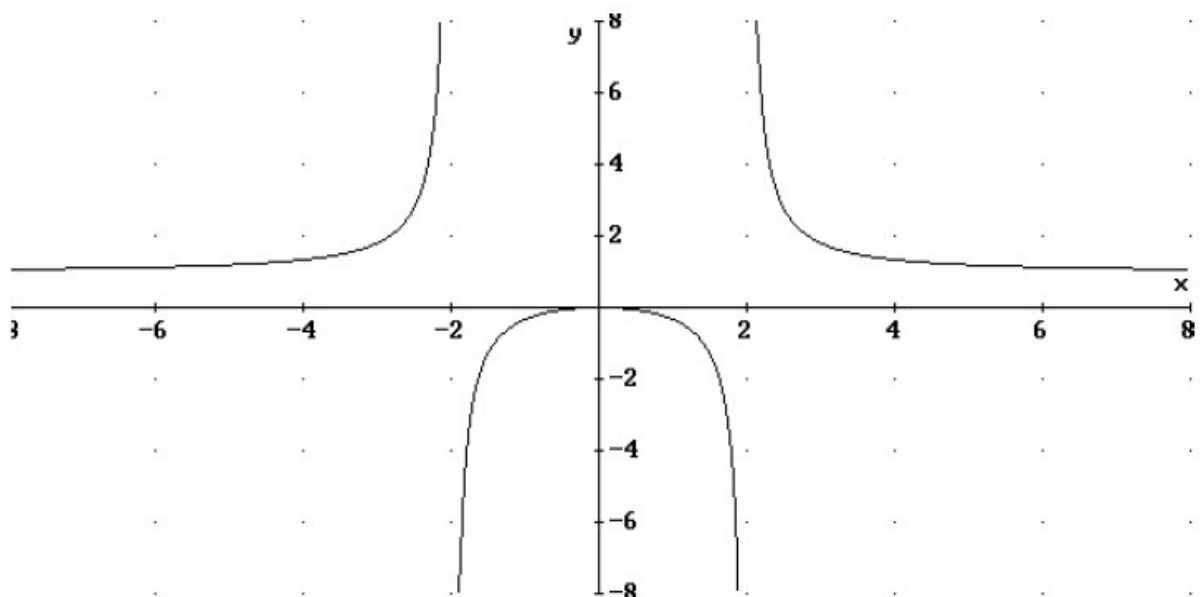
Función Par: Debido a:

$$f(x) = f(-x)$$
$$\frac{x^2}{x^2 - 4} = \frac{(-x)^2}{(-x)^2 - 4}$$
$$\frac{x^2}{x^2 - 4} = \frac{x^2}{x^2 - 4}$$

Por lo tanto la función es par

- 2.6) Gráfico

Análisis de la curva	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$(X+2)$	-		+	+	+
X^2	+		+	+	+
$(X-2)$	-		-	-	+
Signos de la curva	+		-	-	+



UNIVERSIDAD DE CHILE

Facultad de Ciencias Forestales

Escuela de Ciencias Forestales

Ingeniería Forestal

Ingeniería de la Madera

Asignatura	: Álgebra y Trigonometría.
Profesores	: Dante Haro B. Ricardo Delzón E.
Ayudante	: Gustavo Castro P.
Actividad	: Ayudantía de Funciones-1
Semestre	: Otoño 2008

3. Las funciones de demanda y oferta de un determinado bien son respectivamente $q_d = 4 - p^2$ y $q_s = 4p - 1$. Determine:

- 3.1. El precio de equilibrio p^* y la cantidad de equilibrio q^*
- 3.2. A qué precio el bien no tiene demanda
- 3.3. A qué precio no hay oferta.

3.1. El punto de equilibrio es la solución del sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} q = 4 - p^2 \\ q = 4p - 1 \end{cases}$$

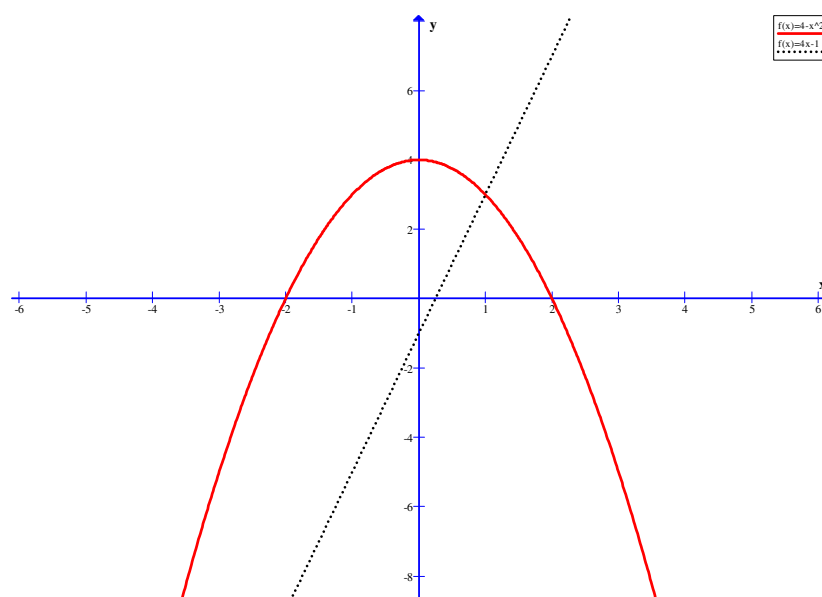
Combinando ambas ecuaciones:

$$4 - p^2 = 4p - 1 \Leftrightarrow p^2 + 4p - 5 = 0 \Leftrightarrow (p - 1)(p + 5) = 0$$

De donde $p^* = 1$ Reemplazando en cualquiera de las ecuaciones del sistema, se obtiene $q^* = 3$

3.2. Si el bien no tiene demanda, entonces $q_d = 0$, es decir $4 - p^2 = 0$. De donde se deduce que $p = 2$ es el precio para el cual el bien no tiene demanda.

3.3. Si el bien no tiene oferta entonces $q_s = 0$, es decir, $4p - 1 = 0$. De aquí se desprende que para el precio $p = \frac{1}{4}$ el bien no tiene oferta



UNIVERSIDAD DE CHILE

Facultad de Ciencias Forestales

Escuela de Ciencias Forestales

Ingeniería Forestal

Ingeniería de la Madera

Asignatura

Profesores

Ayudante

Actividad

Semestre

: Álgebra y Trigonometría.

: **Dante Haro B.**

Ricardo Delzón E.

: Gustavo Castro P.

: Ayudantía de Funciones-1

: Otoño 2008

II. Ejercicios Propuestos.

1. Dadas las funciones:

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$x \rightarrow f(x) = (3x+2)/(5x-1)$

Determine:

3.1) Dom (f) para que f sea función

3.2) Rec (f)

3.3) f^{-1}

3.4) Inyectividad de f

3.5) Epiyectividad de f

3.6) $f \circ g$

$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$x \rightarrow g(x) = x^2 + 1$

2. Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) \longrightarrow \frac{1}{2x^2 - 4}$$

i) Determine Dom f para que f sea una función.

ii) Determine Rec f.

iii) Determine el conjunto $A = \{ x \in \mathbb{R} / f(x) = 5 \}$.

iv) Grafique f(x).