UNIVERSIDAD DE CHILE
Facultad de Ciencias Forestales
Escuela de Ciencias Forestales
Ingeniería Forestal
Ingeniería de la Madera

Asignatura : Algebra y Trigonometría
Profesores : Dante Haro B.
Ricardo Delzón E.
Ayudante : Gustavo Adolfo Castro P.
Semestre : Otoño 2008

CONCEPTOS TEÓRICOS DE CONJUNTOS

Definición. 1) Un conjunto es una colección de objetos o cosas que se piensan como si formaran un todo.

2) A los objetos de un conjunto se les llama sus elementos. Si a es un elemento del conjunto A lo escribiremos como $a \in A$.

3) Diremos que dos conjuntos son iguales si tienen los mismos elementos.

4) Diremos que un conjunto A está incluido en otro conjunto B si todos los elementos de A son también elementos de B. Por tanto, dos conjuntos son iguales cuando el primero está incluido en el segundo y el segundo también está incluido en el primero. Si A esta incluido en B pero no son iguales, diremos que la inclusión es estricta. En todo caso, diremos que A es un subconjunto de B.

5) Supondremos que existe un conjunto, llamados conjunto vacío, que no tiene elementos. Dicho conjunto vacío es un subconjunto de cualquier otro conjunto. Lo denotaremos por $\emptyset$.

6) Dados dos conjuntos, llamaremos unión de los conjuntos a un nuevo conjunto cuyos elementos son aquellos que pertenecían al menos a uno de los dos conjuntos. Lo denotaremos $A \cup B$

7) Llamaremos intersección de los dos conjuntos al conjunto cuyos elementos son aquellos que pertenecían a los dos conjuntos. Lo denotaremos $A \cap B$

8) Si A es un conjunto, llamaremos $\{A\}$ al conjunto cuyo único elemento es A.

9) Si A, B son dos conjuntos, llamaremos producto cartesiano de estos conjuntos, y lo escribiremos como AxB al conjunto cuyos elementos son pares (a, b) donde a es un elemento de A y b es un elemento de B.

10) Si A es un conjunto, se llama conjunto de las partes de A, al formado por todos los posibles subconjuntos de A, lo denotaremos por P (A).

Normalmente, tendremos al menos dos formas de escribir un conjunto. Si dicho conjunto es finito, normalmente daremos una lista de sus elementos encerrados entre llaves. También es posible definir un conjunto a través de una propiedad que determine cuáles son sus elementos.

11) Si B es un subconjunto de A, llamaremos complementarios de B en A, y lo denotaremos B^C, al

subconjunto de A formado por aquellos elementos que no estén en B. Obsérvese que, en ese caso, la unión de B con su complementario es todo el conjunto A, mientras que su intersección es el conjunto vacío.

<u>Propiedades:</u>

1) Asociativas.

$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

2) Conmutativas.

$A \cup B = B \cup A$

$A \cap B = B \cap A$

3) Distributivas.

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

4) Elemento neutro $\varnothing$

$A \cap \varnothing = \varnothing$

$A \cup \varnothing = \varnothing$

5) Doble complementario.

$(A^C)^C = A$

6) Leyes de De Morgan.

$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

$(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

<u>Definición</u>. Sean A e I dos conjuntos (al segundo se le llama conjunto de índices). Una familia de subconjuntos de A indexada por I es elegir para cada elemento i de I un subconjunto de A, que denotaremos por A_i.

<u>Nota.</u> Es posible extender la definición de unión e intersección a las familias anteriores.

<u>Definición</u>. 1) Un cubrimiento de un conjunto es una familia de subconjuntos no vacíos de A tales que su unión sea el conjunto original.

2) Si, además, la intersección de cualquier par de subconjuntos de la familia es el conjunto vacío, diremos que es una partición del conjunto.

<u>Definición.</u> Si tenemos una partición del conjunto A, llamaremos conjunto cociente por la partición, al conjunto cuyos elementos son los subconjuntos de A que definen la partición.

<u>**Relaciones y correspondencias**</u>.

<u>Definición</u>. Una relación en un conjunto es un subconjunto del producto cartesiano AxA.

<u>Propiedades de una relación</u>.
1) Una relación se dice reflexiva si todo elemento esta relacionado con él mismo.

2) Se dice simétrica si siempre que a esté relacionado con b, b también está relacionado con a.

3) Se dice antisimétrica si no puede haber dos elementos distintos de forma que el primero esté relacionado con el segundo y el segundo también esté relacionado con el primero.

4) Se dice transitiva si siempre que a este relacionado con b y b esté relacionado con c, a debe estar relacionado con c.

<u>Definición</u>. Una relación se dice de equivalencia si es reflexiva, simétrica y transitiva.

<u>Proposición.</u>
1) Si tenemos una relación de equivalencia y consideramos los subconjuntos dados porque a y b están en el mismo subconjunto cuando están relacionados, obtenemos una partición.

2) Si tenemos una partición, la relación "estar en el mismo subconjunto de la partición" es una relación de equivalencia

<u>Definición.</u> Si tenemos una relación de equivalencia, llamaremos clase de equivalencia de un elemento x, y lo denotaremos por [x], al subconjunto formado por todos los elementos equivalentes a x.

Estas clases de equivalencia forman una partición. Llamaremos conjunto cociente por la relación de equivalencia R al conjunto cociente por la partición asociada, y lo denotaremos por A/ R.

<u>PROPIEDADES.</u> Si R es una relación de equivalencia, se verifica:
1) Todo elemento está en su clase de equivalencia.

2) Dos elementos están relacionados si y sólo si sus clases de equivalencia coinciden.

3) Si dos elementos no están relacionados, sus clases de equivalencia tienen intersección vacía.

<u>Definición</u>. Una relación se dice de orden si es reflexiva, transitiva y antisimétrica.
Si solamente es reflexiva y transitiva se dice de preorden.

<u>Definición.</u> Sea A un conjunto con una relación de orden y B un subconjunto suyo. Un elemento a de A se dice:
1) Una cota superior de B si es mayor o igual que todos los elementos de B.

2) Una cota inferior de B si es menor o igual que todos los elementos de B.

3) Un ínfimo si es la mayor de las cotas inferiores (es decir, es una cota inferior y, además, es mayor o igual que cualquier otra cota inferior).

4) Un supremo si es la menor de las cotas superiores.

5) Si es el supremo y, además, pertenece a B se llama un máximo.

6) Si es el ínfimo y pertenece a B a se llama un mínimo.

7) Se llama un elemento minimal si no hay ningún elemento menor que él.

8) Se llama un elemento maximal si no hay ningún elemento mayor que él.

<u>Definición</u>. Una relación de orden se dice de buen orden si todo subconjunto tiene un mínimo.

<u>Definición.</u> Una relación de orden se dice total si dados un par de elementos distintos, siempre uno de ellos es menor que el otro.