

Capítulo 5. Iniciación al número: operaciones básicas

Si existe un objetivo, claramente matemático, cuya consecución se manifiesta de manera escandalosa en padres y enseñantes, es el dominio del número, del conteo y de la realización de las operaciones básicas de suma y resta por parte de los niños desde edades muy tempranas.

Las actividades relacionadas con el reconocimiento de cantidades y la asignación e identificación de números, que tan interiorizadas y automatizadas tenemos de adultos, son el resultado de un complejo y largo proceso de construcción y comprensión de las estructuras numéricas, en donde el niño tiene que superar barreras tan sorprendentes como la de saber identificar qué 4 canicas y 4 pelotas de fútbol representan la misma cantidad numérica, independientemente del tamaño que tengan los objetos que componen cada colección a contar.

Numerosas son las investigaciones que han puesto su foco de atención en cómo el niño construye el número y qué procesos cognitivos son los que entran en funcionamiento en la adquisición y conceptualización de los mismos, siendo referente, en todas ellas, los trabajos realizados por Piaget y Szeminska (1941), que ponen de manifiesto cómo los conceptos lógico-matemáticos de clasificación, seriación y enumeración son el pilar en que se sustenta.

Sin embargo, investigaciones como las realizadas por Wynn (1992) ponen de manifiesto cómo los bebés de 6 meses poseen ciertas capacidades numéricas como la discriminación, comparación y emparejamientos de cantidades pequeñas no superiores a 3 elementos. Los niños poseen un sentido numérico innato, a partir del cual elaboran gran cantidad de estrategias y técnicas pertenecientes a una matemática informal.

Ello se debe, como han demostrado trabajos realizados por Pierre Pica, a la existencia de ciertas facultades matemáticas que se encuentran genéticamente ancladas en nuestro cerebro de modo que existen ciertos tipos de representaciones «primitivas» que sirven de soporte y actúan como sustrato en la aparición progresiva de la representación simbólica en el desarrollo del niño, jugando un papel importante en la comprensión y evolución del número (Pica, Dehaene, Izard y Spelke, 2008).

Los sistemas simbólicos y de representación en matemáticas son el producto de siglos de selección y evolución a lo largo de la historia. Así, por ejemplo, el sistema decimal de numeración, sistema de representación que evoca la noción de número, es el resultado de una larga evolución histórica desde el uso de los palitos, cortes, guijarros, conchas, incisiones o muescas sobre un palo que empleaban nuestros antecesores prehistóricos, y que aún siguen utilizando algunas tribus aisladas de la Amazonía.

Estos aspectos, junto con el bagaje que va adquiriendo el niño en relación al número a través del reconocimiento de su entorno e interacción en su medio familiar y social a través del juego y la percepción, tienen que ser tenidos en cuenta a la hora de recibirlos en nuestras aulas de Infantil, donde debe iniciarse la construcción del número y las acciones relacionadas con ellos.

El sentido numérico conlleva una comprensión profunda de la naturaleza de los números, de sus relaciones y las operaciones que se pueden realizar entre ellos, y en Educación Infantil hay que conseguirlo evitando el formalismo y planteando situaciones que den significado al número.

5.1. Concepto de número y numeración

El número y la numeración son objetos socioculturales básicos, utilizados de manera constante en diversos contextos y ámbitos de nuestro día a día. Desde los primeros niveles de la escolaridad, hay que situar a los alumnos frente a situaciones y tareas a través de las cuales construyan con sentido ambas nociones, que si bien están estrechamente ligadas, son conceptualmente diferentes.

Llamamos **números** a los objetos o entidades matemáticas, de carácter abstracto, que nos permiten, fundamentalmente, contar (carácter cardinal del número) y ordenar (carácter ordinal del número) un conjunto de cosas.

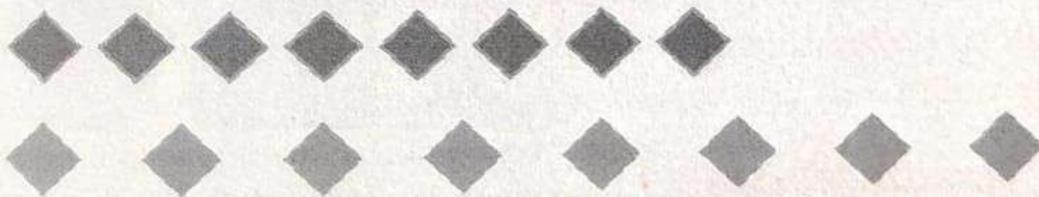
El significado del número es invención del propio ser humano como consecuencia del establecimiento de una serie de relaciones y conexiones con la realidad que le rodea ante la necesidad de comprenderla y analizarla.

Para Piaget, en la construcción del número existen cuatro fases bien diferenciadas:

1. Aplicación de los conceptos lógicos prenuméricos: la conceptualización del número en alumnos de Educación Infantil tiene su punto de partida en los procesos de clasificación, contribuyendo a adquirir y comprender el aspecto cardinal del número, y la seriación y numeración a partir de las cuales se desarrolla el aspecto ordinal del mismo.
2. Conservación de la cantidad: esta etapa supone una ruptura de las estructuras lógicas innatas del infante, y se centra en el papel que juega la percepción en el reconocimiento de cantidades numéricas en función de cómo se organicen los elementos de las colecciones con que se trabajan.

Imaginemos que planteamos la siguiente actividad a un niño de 4-5 años:

Tenemos dos hileras de objetos colocados de la siguiente manera, y se le pregunta al alumno que en cuál de las dos hileras hay más elementos:



Si la respuesta del alumno es que en la fila de abajo hay más elementos porque es más larga y ocupan más en el espacio, estamos ante un sujeto que no ha adquirido aún el principio de conservación de la cantidad, existiendo una falta de correspondencia término a término.

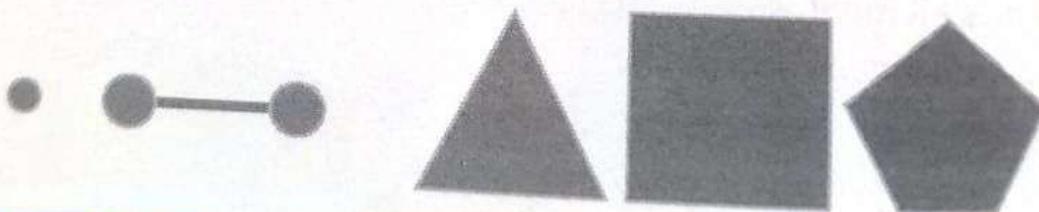
En caso de que indique que hay el mismo número de elementos, estaremos ante un alumno capaz de establecer una correspondencia término a término entre ambos conjuntos, rompiendo con la barrera de la percepción visual y la disposición en el espacio como factor determinante para compararlos. De esta manera, comienza a establecer el valor cardinal de los conjuntos.

3. Coordinación entre el carácter ordinal y cardinal del número.
4. Composición y descomposición numérica: esta última fase se centra en el dominio del número a nivel aplicación en torno a la suma y la resta.

Trabajar con el número requiere de manera necesaria y directa la utilización de su representación tanto oral como escrita, entrando en juego la numeración.

La **numeración** nos permite enunciar, expresar, representar y escribir los signos con los que denotamos los números. La construcción, codificación y transmisión de sistemas de símbolos y códigos numéricos con los que expresar los conceptos, nociones y relaciones en base al número, juega un papel fundamental en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en Educación Infantil.

Siguiendo a Rico (1996), la riqueza y variedad de representaciones que podemos utilizar en el conocimiento numérico es muy amplio, pudiéndose expresar a través de la lengua natural, mediante una representación simbólica-figural, gráfica, numérica e incluso geométrica:



Para Kamii (1984), el niño tiene la posibilidad de representar los conceptos numéricos mediante símbolos o mediante signos, entendiéndose por símbolo toda aquella representación que podemos englobar dentro de un registro figural o de un registro geométrico y guarda una estrecha relación de parecido con el objeto representado, mientras que los signos, pertenecientes al registro de la lengua natural, al registro

algebraico o al propio registro que denominamos simbólico-numérico, no guarda ninguna semejanza con los objetos de conocimiento representados.

Lo que sigue son algunas de las diferentes representaciones que hacen referencia al concepto de número cuatro clasificadas según la terminología de Kamii, representaciones sin las cuales no podríamos evocar la noción de número y que nos permiten hacer distintas operaciones de naturaleza matemática: comparar, emparejar, repartir, unir, etc.:

Símbolos

OOOO

IIII



Signos

Cuatro

4

IV

Kamii defiende que para la construcción de una estructura mental adecuada del número en el niño, es necesario partir de las representaciones más simbólicas, pues de esta manera asimilará y empleará los signos con mayor facilidad evitando leer, escribir y operar números de manera memorística.

La tesis de Kamii ha quedado sustentada por las investigaciones desarrolladas por Dehaene (2000, 2005) en el campo de la neurociencia, las cuales han puesto de manifiesto cómo el cerebro humano emplea dos formatos para representar los números: el formato simbólico que permite la manipulación y el desarrollo de algoritmos numéricos, apoyándose para ello en las facultades del lenguaje, y el formato visual-espacial, relacionado con las habilidades prenuméricas que se han observado en recién nacidos y que constituyen la semilla a partir de la cual emerge esa matemática informal y se desarrolla progresivamente hasta llegar a conceptos más complejos y abstractos.

Siguiendo a Fusón (1991), seis son los contextos de utilización del número y la numeración:

- Cardinal: para indicar el número de elementos de una colección.
- Ordinal: para indicar el lugar que ocupa un elemento dentro de una colección.

- Medida: el número adquiere el significado de magnitud, en el sentido en que indica el número de unidades que caben en otra cantidad dada.
- Secuencia numérica: en determinadas situaciones, los números naturales se suelen recitar sin referirlos a ninguna colección de objetos, simplemente recitar la cantinela uno, dos, tres, cuatro... (numerales). Se suele utilizar para aprender la serie numérica, en donde la utilización de la palabra que se refiere a cada número carece de significado cardinal.
- Conteo: el uso del número en el conteo es más exigente que recitar la secuencia verbalmente de los números, ya que implica realizar una correspondencia uno a uno entre cada número que se recita en la secuencia y los objetos de una colección. Esta correspondencia debe ser biunívoca, es decir, a cada elemento de la colección le corresponde un solo número y cada número se utiliza para designar un solo elemento de la colección. Muchas veces se confunde este contexto y el anterior, pero didácticamente son diferentes.
- Etiquetas: los números se pueden utilizar para etiquetar objetos o personas. Por ejemplo, el autobús 121 lleva una etiqueta en su frontal con el número 121, pero esto no quiere decir que ocupe la posición 121 o que haya 121 autobuses, sino que es simplemente el nombre de ese autobús. Igual que el número de camiseta de un equipo baloncesto o el número del portal o código postal.

Sin embargo, las acciones que permiten desarrollar el número y la numeración en Educación Infantil son las siguientes:

- Acciones que permite desarrollar el número:
 - Medir una colección: asignación de un número a una colección de elementos.

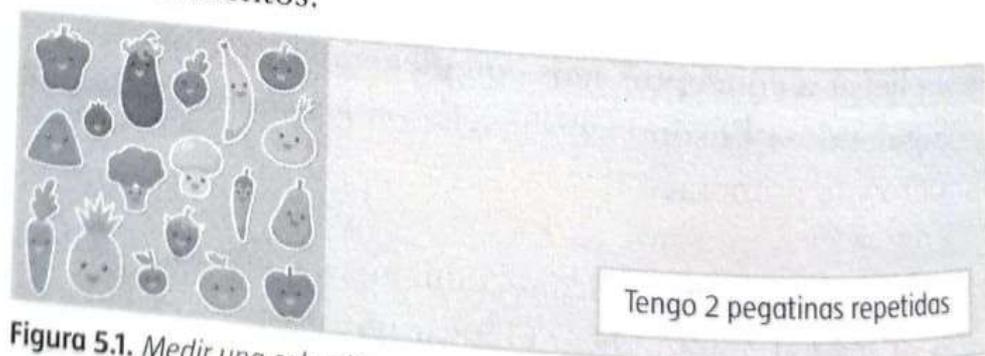


Figura 5.1. Medir una colección.

- Producir una colección: construir una colección de elementos a partir de un número.



Figura 5.2. Formar una colección.

- Ordenar una colección: asignar un orden o localizar una posición en un conjunto de elementos.

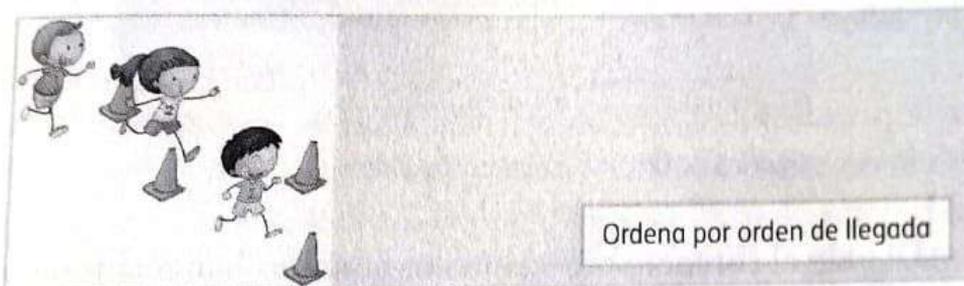


Figura 5.3. Ordenar una colección.

– Acciones que permite desarrollar la numeración:

- Expresar la medida de una colección: utilización del código numérico para indicar los elementos de una colección.



Figura 5.4. Expresar una colección.

- Producir una colección mediante la designación del número que nos permite producirla.

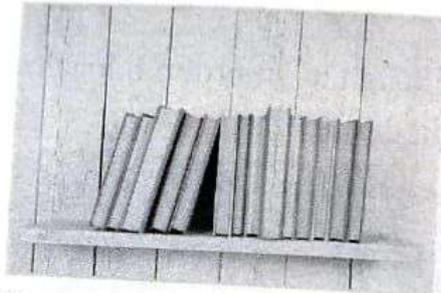
5 =



Dado el siguiente número, dibuja una colección de 5 estrellas

Figura 5.5. Producir una colección a partir del número.

- Ordenar una colección: mediante la designación de objetos de la colección a ordenar.



Ordena por el número de la tapa

Figura 5.6. Ordenar a partir del número.

Debido al contacto previo que los alumnos han mantenido tanto con el número como con la numeración en su día a día, se hace necesario que desde Educación Infantil se propongan y diseñen situaciones de aula que permitan dar significado a tales conceptos:

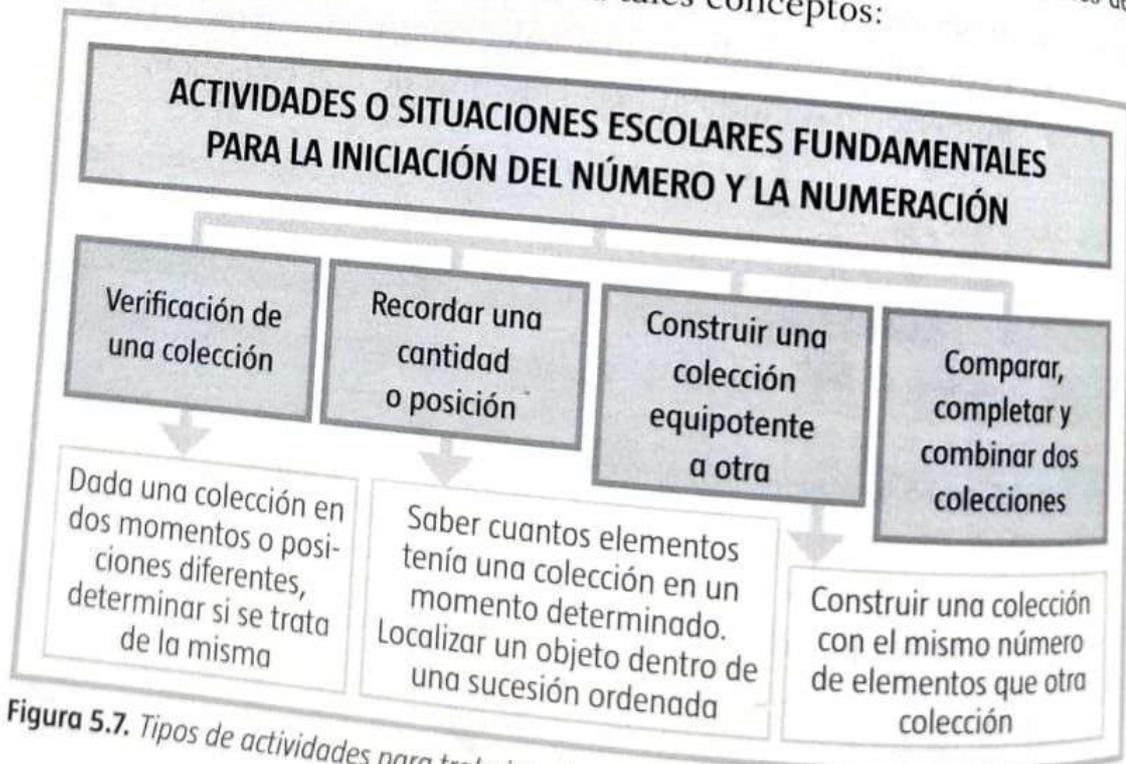


Figura 5.7. Tipos de actividades para trabajar el número.

5.2. Desarrollo numérico en edades tempranas

Desde el mismo momento del nacimiento, los niños se desenvuelven en un medio que les ofrece de manera constante diversas oportunidades para relacionarse con objetos que pueden manipular, tirar, coger, tocar, aplastar e incluso contar a la vez que aprenden las palabras numéricas o secuencia de numerales. Las situaciones que requieren percibir cantidades son numerosas.

El desarrollo numérico del niño se sustenta en unos conocimientos y capacidades primarias de carácter innato que constituye una base de aprendizaje informal a partir de las cuales se produce el desarrollo, comprensión y construcción de los conceptos numéricos que posteriormente irá desarrollando mediante la interacción con el medio y la percepción directa a lo largo de la infancia.

Estamos de acuerdo con Baroody (1988) cuando asegura que el aprendizaje informal es el punto de partida a tener en cuenta en el desarrollo de cualquier conocimiento matemático y su formalización. Las limitaciones y carencias de los conocimientos informales que el niño posee en relación al número generan la necesidad y son la razón de ser de la utilización de procesos, técnicas y adquisición de conceptos específicamente matemáticos que es necesario que dominen.

5.2.1. Adquisición de la secuencia numérica

Recitar la secuencia numérica es, desde el principio de los tiempos, la primera actividad matemática que todo padre quiere que su hijo realice lo antes posible. Sin embargo, se trata de un proceso complejo que se inicia entorno a los 2 años y que no se completa hasta finalizar el primer curso de la Educación Primaria.

La secuencia de numerales pasa por diferentes fases en su aprendizaje (Fuson, 1992; Fuson y Hall, 1983) en función del grado de comprensión, interiorización y utilización que los infantes son capaces de realizar:

1. Nivel cuerda o hilera: los numerales no son objeto de reflexión y solo pueden emitirse ordenadamente. Cuando la secuencia

de palabras numéricas se aprende, primero funciona como un «todo» que solo se pueden producir recitando la secuencia entera y de carrerilla empezando por el uno:

Uno Dos Tres Cuatro Cinco...

Este nivel se da en edades anteriores a los dos años y se caracteriza en que las palabras-número no se diferencian, por lo que en situaciones como el conteo no se consigue establecer la correspondencia uno a uno entre la palabra y el objeto que se cuenta.

2. Nivel cadena irrompible: se inicia un proceso de reflexión y diferenciación de los numerales. En este nivel las palabras separadas se diferencian unas de otras. Sin embargo, los niños todavía se ven en la necesidad de comenzar la secuencia partiendo desde el uno, no pudiendo empezar a decir la secuencia desde una palabra arbitraria.

En este nivel que se presenta alrededor de los 3 años y medio los niños ya pueden realizar una correspondencia uno a uno. Si les damos 2 o 3 palabras, son capaces de darnos la siguiente, pero si solo le damos una, no lo consiguen.

3. Nivel cadena rompible: en este nivel los niños son capaces de contar desde una palabra numérica arbitraria de la secuencia. Ellos pueden romper la secuencia de las palabras numéricas y luego continuar sin tener que volver a empezar desde el principio. La representación de la secuencia es más flexible respecto a que son palabras separadas y saben asociar cada palabra a la que le precede y la que va después. Los niños pueden contar desde una palabra número «a» hasta otra palabra número «b» y pueden contar hacia atrás desde una palabra número dada. La secuencia hacia delante a partir de una palabra número «a», con «a» menos que 10, se adquiere entre los tres años y medio y los 5 años, mientras que si el punto de partida es un número mayor que 10, su dominio puede tardar en darse hasta los 6 años.
4. Nivel de cadena numerable: en este nivel se requiere un mayor grado de abstracción. Para sumar 4 y 3, un niño puede representar un conjunto de cuatro elementos y después decir tres palabras más de la secuencia: cinco, seis y siete. Es decir, los niños son capaces de contar «n» palabras a partir de otra palabra nú-

- mero e indicar cuántas palabras número hay entre dos números «a» y «b», tanto hacia delante como hacia atrás.
5. Nivel de cadena bidireccional: el niño que está en este nivel puede indicar que un número ocupa un lugar determinado en la secuencia de numerales porque es mayor que el número anterior y menor que el siguiente. Este dominio de la secuencia numérica se adquiere alrededor de los 6 años y se caracteriza por la automatización de la secuencia en los dos sentidos y una gran agilidad y flexibilidad para cambiar de dirección.

Este dominio y comprensión de los números y su secuencia requiere de un trabajo pautado, secuenciado de manera lógica y basado en el desarrollo de actividades que pongan al alumno en situación de avanzar en su construcción.

5.2.2. Principios del conteo

Al principio, los niños comienzan aprendiendo el conteo oral como simple recitación de la secuencia numérica. Sin embargo, contar supone mucho más que esta simple recitación.

La acción de contar juega un papel clave en la construcción del número por parte del niño, como avalan múltiples investigaciones (Gelman y Gallistel, 1978; Fuson, 1988; Clements, 1984), pues el conteo es una de las primeras habilidades numéricas que tiene lugar en el desarrollo infantil, la cual se sustenta en el proceso de enumeración estudiado en el tema anterior mediante el cual el sujeto va a asignar un número y solo un número a cada elemento de la colección que tiene delante.

Para Gelman y Gallistel (1978), cinco son los principios que todo sujeto debe llegar a adquirir para efectuar la acción de contar satisfactoriamente:

1. Principio de correspondencia uno a uno

Las acciones de señalar objetos y decir palabras que tienen lugar en el conteo deben ir cuidadosamente sincronizadas. A esta necesidad de

coordinación es a la que se refiere este principio. Intuitivamente y desde un punto de vista externo, contar consiste en ir señalando objetos según se van diciendo palabras. Las palabras que se van diciendo son: «uno», «dos», «tres», etc. Algunos niños, al contar una colección de objetos, dejan algunos sin contar o cuentan otros más de una vez. A veces mientras dicen una palabra (como «cuatro») señalan dos objetos en lugar de uno. Las acciones de señalar objetos y decir palabras que tienen lugar en el conteo deben ir cuidadosamente sincronizadas. A esta necesidad de coordinación es a la que se refiere el primer principio del conteo.

El principio de correspondencia uno a uno supone que para que los niños puedan contar deben ser capaces de coordinar dos procedimientos: el de partición y el de etiquetación. Por partición entendemos que en cada momento del proceso de contar hay formados dos conjuntos de objetos: los que ya han sido contados y los que quedan por contar. Para contar, los niños deben ir pasando uno a uno, física o mentalmente, de los elementos del conjunto formado por los elementos que deben contarse al conjunto de los elementos que ya han sido contados. Este paso de los elementos de un conjunto a otro puede realizarse mediante una separación física, o realizando señalamientos, que pueden ser externos y realizarse físicamente, o estar interiorizados y hacerse mentalmente.

Simultáneamente a este proceso de partición, los niños van asignando una etiqueta a cada uno de los objetos que van contando. Se suele aceptar que los niños dominan este principio de correspondencia uno a uno si cumplen las siguientes condiciones:

- Señalan todos los objetos que deben ser contados.
- Señalan cada objeto una sola vez.
- Cada vez que señalan un objeto le asignan una única etiqueta.
- No utilizan ninguna etiqueta más de una vez.

Los errores de partición son más frecuentes que los de etiquetación, abundando especialmente ante la presencia de conjuntos grandes. Los errores que más se producen son:

- Omitir elementos.
- Repetir elementos.
- Tendencia a regresar a un elemento cuando ese elemento y los próximos a él ya habían sido contados.
- Dar por finalizado el conteo antes de haber tenido en cuenta todos los elementos del conjunto.

2. Principio del orden estable

El proceso de etiquetación supone que, para contar correctamente, el niño debe haber memorizado previamente una lista de etiquetas (en nuestro idioma, los quince primeros numerales) y debe haber aprendido un conjunto de reglas para producir los siguientes numerales a partir del quince (diez-y-seis, diez-y-siete, etc.). La adquisición de la lista convencional de los numerales no es algo puramente memorístico. Se ve facilitada por el principio de orden estable. Este principio supone que la lista de «palabras» o etiquetas que utilizamos para contar debe ser repetible (siempre la misma) y estar formada por etiquetas únicas (no debe repetirse ninguna etiqueta).

Algunos niños utilizan para contar listas de etiquetas distintas de la convencional (suelen llamarse listas idiosincrásicas). Por ejemplo, podrían decir para contar: «uno», «dos», «cuatro», «seis», «siete». Si en la lista que se utiliza se cumplen las dos condiciones señaladas antes (el niño utiliza siempre la misma y no utiliza ninguna palabra dos veces), la lista de palabras que utiliza el niño cumple los requisitos matemáticos impuestos por el principio del orden estable. Aún será necesario, sin embargo, que el niño dé un paso más hasta llegar al uso de la lista de numerales convencional.

3. Principio de cardinalidad

Los dos principios que hemos visto hasta ahora se refieren al procedimiento de ir eligiendo etiquetas y asignándolas a los elementos de un conjunto de objetos. Por otra parte, contar es un procedimiento que se utiliza para cuantificar, esto es, para decir cuántos hay en un conjunto de objetos, para decidir cuál es el cardinal del conjunto.

El principio de cardinalidad hace referencia al significado especial que tiene la última etiqueta empleada en una secuencia; por un lado,

esta etiqueta se refiere a un solo objeto (aspecto ordinal), pero por otra parte hace también referencia a el conjunto formado por todos los elementos que han sido contados (aspecto cardinal). Por ejemplo, si tenemos que contar un montón de 8 lápices, diremos al contar: «uno», «dos», «tres», «cuatro», «cinco», «seis», «siete», «ocho».

Cuando decimos la palabra «ocho» señalando un objeto estamos transmitiendo simultáneamente dos mensajes distintos (aunque complementarios). El primero es: «El objeto que estoy señalando en este momento es el octavo que cuento» (aspecto ordinal del número). El segundo mensaje que se transmite es que: «Llevo 8 objetos contados en total» (aspecto cardinal del número).

Suele considerarse que los niños dominan este principio cuando repiten el último numeral de la secuencia de conteo o cuando ponen un énfasis especial al pronunciar este último numeral. En cualquier caso esta repetición del último numeral (o mayor énfasis) debe ser espontáneo, nunca obligado por la indicación del maestro (pues carecería de significado).

4. Principio de abstracción

Este principio determina que los principios de correspondencia uno-a-uno, orden estable y cardinalidad pueden ser aplicados a cualquier muestra o colección de entidades. El principio de abstracción determina los elementos que pueden ser contados, estableciendo que el conteo puede ser aplicado a cualquier colección de objetos reales e imaginarios.

Las investigaciones sobre este principio demuestran que los niños abordan el conteo de conjuntos heterogéneos igual que los homogéneos. Basta con que los niños traten los objetos como «cosas», sin necesidad de que conozcan que esas «cosas» pueden ser asignadas a diversos niveles jerárquicos.

5. Principio de irrelevancia del orden

Para contar es imprescindible llevar un orden, pero es irrelevante en qué orden contamos los elementos siempre que este orden sea correcto. Dicho de otro modo, lo que dice el principio de irrelevancia del orden es que da lo mismo por dónde empezamos cuando contamos una colección de objetos.

Los tres primeros se centran sobre la propia acción de contar, mientras que los dos últimos hacen referencia a la naturaleza y disposición espacial de los objetos sobre los que se realiza el conteo.

5.3. Procedimientos que utiliza el niño en el conteo

Variados son los procedimientos que el niño puede poner en funcionamiento a la hora de enfrentarse a situaciones relacionadas con el número y el conteo, y que nosotros, como maestros, debemos saber reconocer e interpretar para poder determinar los conocimientos y procesos matemáticos que han alcanzado nuestros alumnos.

Entre ellos, debemos prestar especial atención a los que se citan a continuación:

- Correspondencia término a término: el niño establece una correspondencia uno a uno entre los elementos de dos colecciones diferenciadas. Este proceso les permite realizar actividades como:

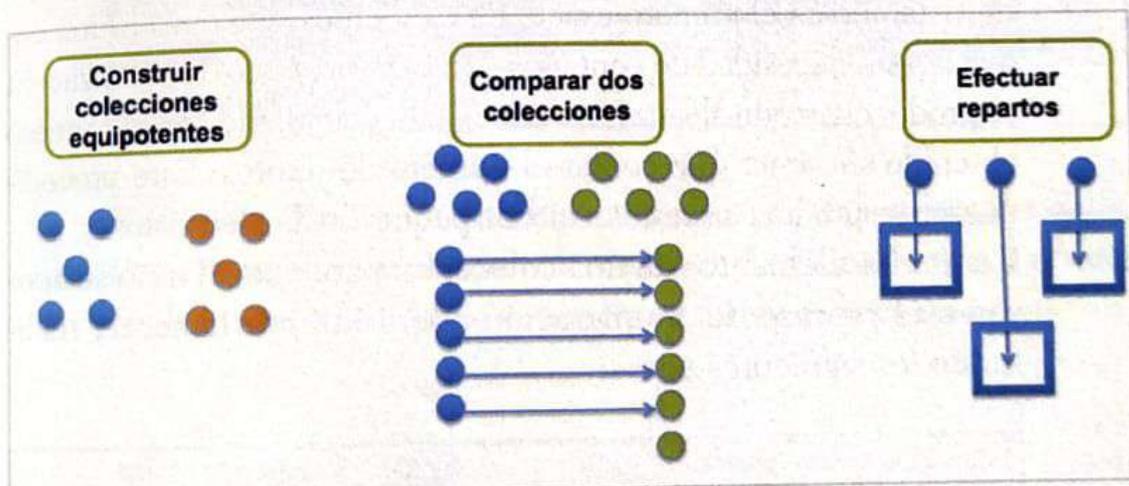


Figura 5.8. Correspondencia término a término.

- Correspondencia subconjunto a subconjunto: cuando el tamaño de las colecciones aumenta, algunos niños hacen grupos con el mismo número de elementos en ambos conjuntos para realizar la posterior correspondencia entre ellos. Este procedimiento permite realizar las mismas actividades que en la correspondencia uno a uno:

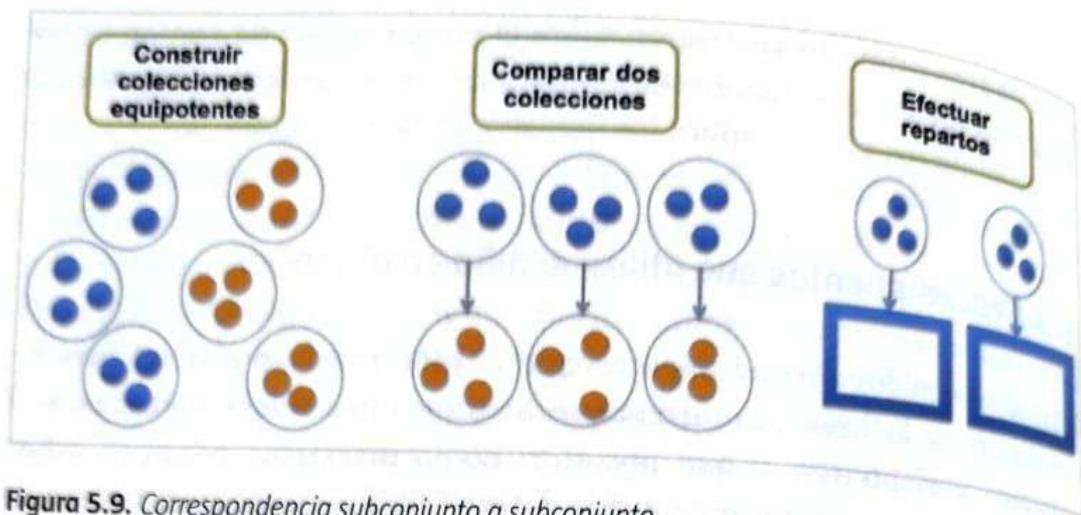
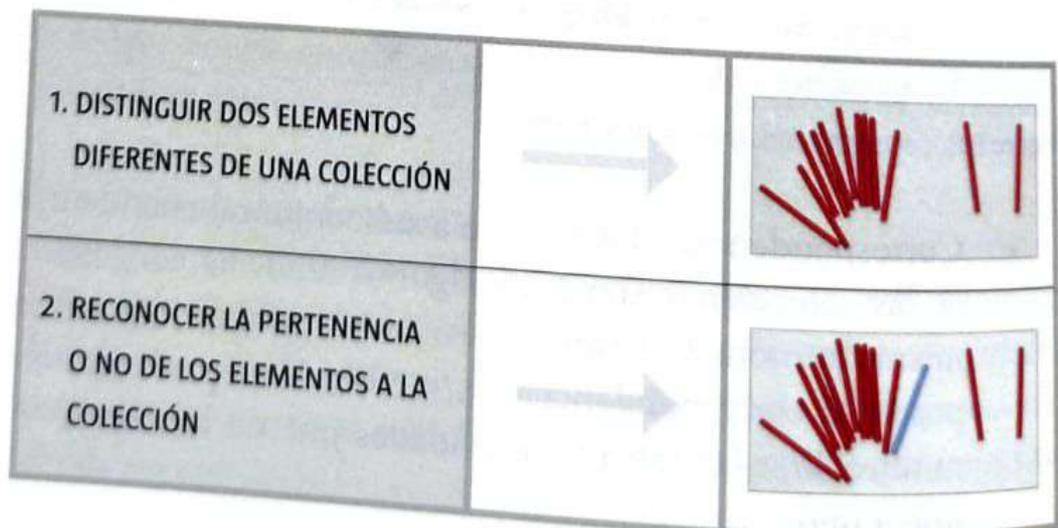


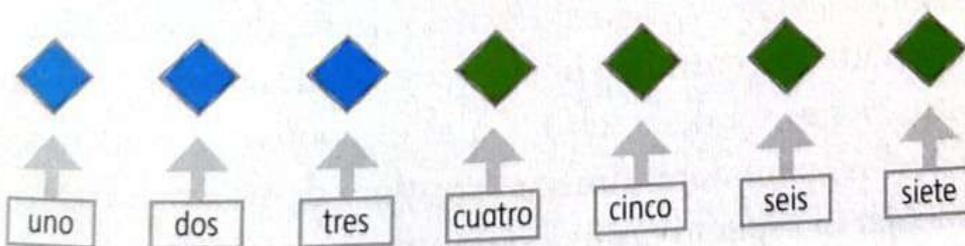
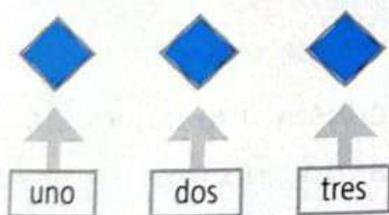
Figura 5.9. Correspondencia subconjunto a subconjunto.

- Estimación puramente visual: procedimiento utilizado cuando se da un valor aproximado del número de elementos que hay en una colección, como, por ejemplo, al indicar el número de compañeros que creen que hay cuando entran en la clase de al lado, haciendo una estimación.
- Subitización: es el proceso mediante el cual el niño, de un solo golpe de vista, indica el número exacto de elementos que hay en una colección sin necesidad de contarlos. Un ejemplo claro de subitización se produce cuando al lanzar un dado y sacar un 6, indican el número obtenido sin tener que contar el número de puntos. Este procedimiento se produce ante colecciones pequeñas de elementos.
- Contar los elementos de una colección: para ello, el niño se apoya en el proceso de enumeración adquirido previamente, realizando los siguientes pasos:

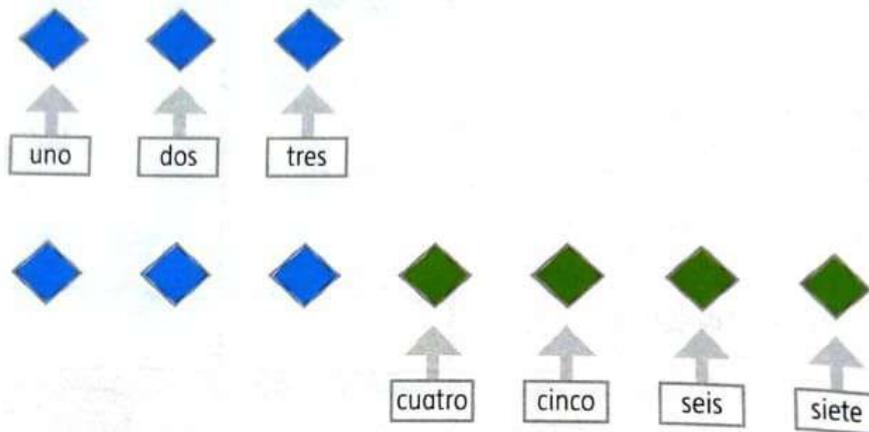


3. ELEGIR EL PRIMER ELEMENTO DE LA COLECCIÓN		
4. ENUNCIAR LA PALABRA NÚMERO		
5. CONSERVAR EN LA MEMORIA LAS ELECCIONES ANTERIORES Y ELEGIR UN SUCESOR		
6. ENUNCIAR LA PALABRA NÚMERO		
7. REPETIR EL PROCESO HASTA ELEGIR EL ÚLTIMO ELEMENTO		

- **Recontar:** el niño cuenta los elementos de una colección dada. Posteriormente se añaden elementos a dicha colección y el niño vuelve a contar todos los elementos desde el principio:



- Descontar: el niño cuenta hacia atrás a partir de un número dado.
- Sobrecontar: el niño cuenta los elementos de una colección dada. Posteriormente se añaden elementos a dicha colección y el niño continúa el conteo a partir del último elemento contabilizado:



- Procedimientos de cálculo: el niño puede utilizar estrategias simples de descomposición para efectuar cálculos:

$$3 + 5 = 3 + 3 + 2 = 6 + 2 = 8$$

$$4 + 8 = 2 + 2 + 8 = 2 + 10 = 12$$

El saber reconocer estas estrategias y ayudar al alumno a que evolucionen de las técnicas más costosas a las más fiables y menos laboriosas, se convierte en uno de los objetivos principales de nuestra labor docente.

5.4. Situaciones fundamentales para trabajar el concepto de cardinalidad y ordinalidad

Indicar el número de elementos del que consta una colección y ordenar los elementos que la constituyen siguiendo un determinado criterio son acciones que de manera habitual realizamos sin necesidad de explicarlas.

Este apartado se centra, no obstante, en el desarrollo y presentación de dos situaciones modelos en las que el conteo se constituye como solución óptima para determinar el cardinal de una colección, por un lado, y trabajar el aspecto ordinal del número, por otro.

5.4.1. Situación fundamental para trabajar el aspecto cardinal del número

La excursión en autocar

Material.

- Varios autocares con distinto número de plazas.
- Pasajeros.

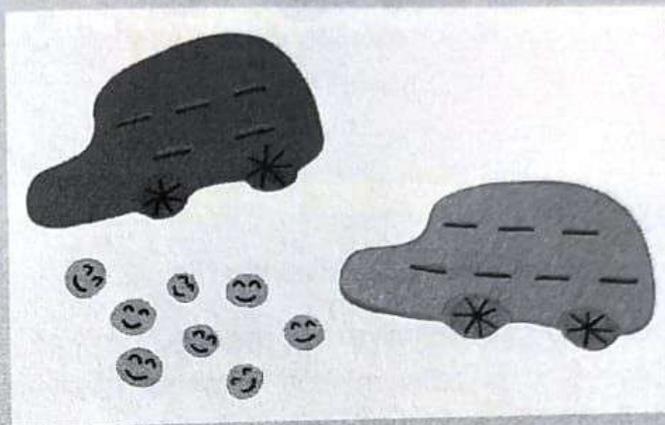


Figura 5.10. Autobuses con plazas ocupadas de la fase 1.

Desarrollo.

1ª fase: Se reparte a cada grupo de alumnos varios autocares con distinto número de plazas o asientos y pequeñas caritas que simulan a los pasajeros de los autocares.

El profesor indica a los alumnos la consigna de esta primera actividad: *Nos vamos de excursión y necesitamos saber cuántos autocares necesitamos para que nos lleven. Como hay varios, tenéis que elegir los autobuses de manera que viajen todos los alumnos y no sobren plazas en los autobuses elegidos* (en función de las competencias que tengan los alumnos, también podría indicarse que el número de autobuses a utilizar sea mínimo o un número determinado).

Como el alumno dispone de varios autobuses con distintos números de asientos, irá probando, colocando a los pasajeros, hasta dar con la combinación que le permite montar a todos los pasajeros sin que sobren plazas en esos autobuses elegidos.

ii Tiene una **estrategia inicial o base** para poder comenzar a jugar!! Estrategia de **ensayo-error**.

2ª fase: En esta ocasión, se reparte a los alumnos un número determinado de autobuses que ya tienen plazas ocupadas por pasajeros. Disponen en su mesa de una cantidad de pasajeros mayor al número de asientos que quedan libres en dichos autobuses.

El profesor indica a los alumnos la consigna: *Algunos compañeros ya se han subido a los autobuses, por lo que ya hay asientos ocupados. Debéis montar pasajeros para completar las plazas libres de los autobuses.*

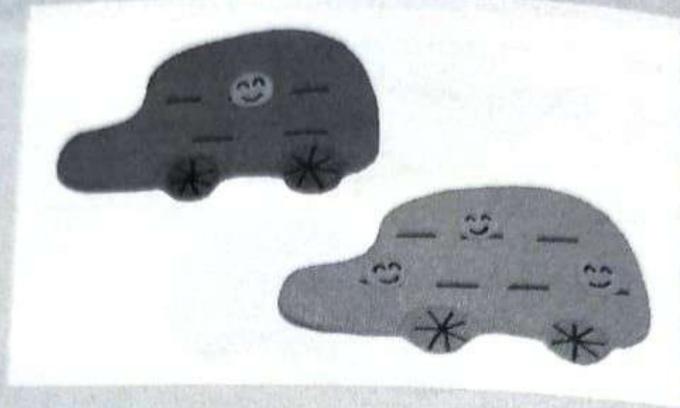


Figura 5.11. Autobuses con plazas ocupadas de la fase 2.

En este caso, el alumno ya no tiene que elegir los autobuses para que todos los pasajeros viajen, sino que debe completar los asientos que quedan libres con un número de pasajeros, de modo que dejan de utilizar la estrategia de ensayo-error utilizada en la fase anterior, para evolucionar hacia la utilización de la **correspondencia uno a uno**, pasajero-asiento.

3ª fase: Ahora, volvemos a cambiar algo de nuestra actividad para que la estrategia de la *correspondencia uno a uno* no les sirva y tengan que buscar una nueva.

Por ello, ahora, a diferencia de lo que ocurría en la fase 2, los pasajeros del autobús se van a localizar en la mesa del maestro.

El profesor indica a los alumnos la consigna: *Como veis, los autobuses vuelven a llegar con plazas ya ocupadas. En esta ocasión, debéis ir a buscar a mi mesa, en un solo viaje, justo los pasajeros necesarios, ni más ni menos, para completar las plazas libres de los autobuses.*

Este hecho da lugar a que el alumno tenga que averiguar previamente el número de plazas que quedan libres, entrenándose en el carácter cardinal del número!



Figura 5.12. Autobuses con plazas ocupadas de la fase 3.

4ª fase: Para finalizar, en esta última actividad, cada grupo de alumnos recibirá nuevamente un autobús con plazas ocupadas, pero ya no podrá ir a la mesa del maestro a coger el número de pasajeros que pueden montar en los asientos libres, sino que deben mandar un mensaje indicándolo.

El profesor indica a los alumnos la consigna: *Los autobuses vuelven a llegar con plazas ya ocupadas. En esta ocasión, debéis pedirme por escrito, en un mensaje, los pasajeros que necesitan vuestros autobuses para completarse.*

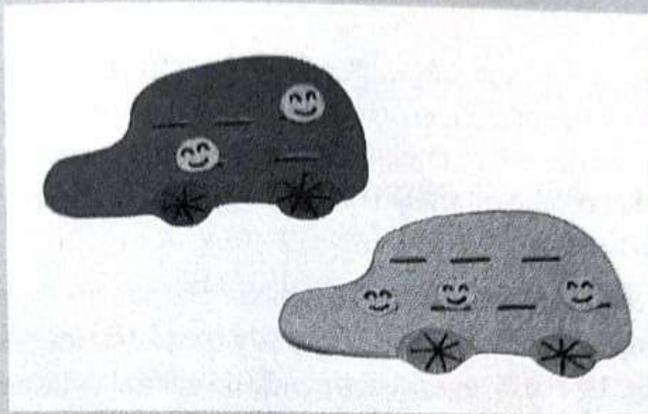


Figura 5.13. *Autobuses con plazas ocupadas de la fase 4.*

Por tanto, estamos ante una **Situación Fundamental** para el aprendizaje del número y la numeración en su aspecto cardinal, formada por cuatro situaciones a-didácticas.

5.4.2 Situación fundamental para trabajar el aspecto ordinal del número

¿Dónde viven?

Material.

- Varias cajas apilables.
- Muñecos que simulan a una familia.

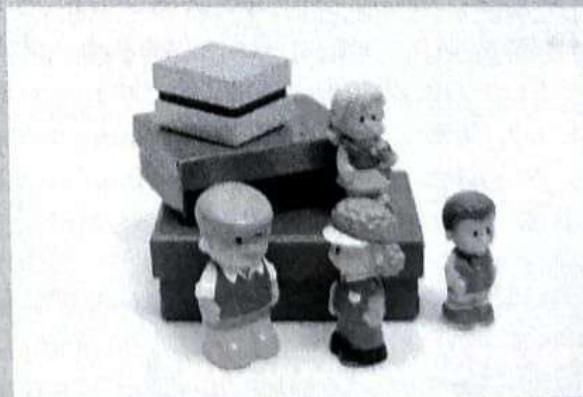


Figura 5.14. *La familia.*

Desarrollo.

1ª fase: Se dispone de varias cajas de zapatos todas iguales. El maestro, ante la mirada atenta de sus alumnos, coloca dentro de una de las cajas a una familia de muñecos. Coge esta caja y otras dos más, las apila formando un edificio, y se dispone a realizar otra actividad con los alumnos.

Pasado un tiempo, el maestro indica a los alumnos la consigna de esta primera actividad: *Si recordáis, en ese edificio hay una familia viviendo. ¿Recordáis en qué piso están?*

Al haber solo tres pisos (tres cajas) en nuestro edificio, y ser los tres pisos iguales, el alumno utilizará una terminología del tipo *en el piso de arriba, en el piso de abajo o en el piso de en medio*, para indicar el lugar donde creen **recordar** que está la familia viviendo, disponiendo de una estrategia base para afrontar la actividad.

2ª fase: En esta ocasión, los alumnos van a trabajar por parejas. Se vuelve a disponer de varias cajas de zapatos, todas iguales. El maestro coge 10 de las cajas, introduce a la familia dentro de una de ellas y las apila formando un edificio ante la atenta mirada de la mitad de la clase. La otra mitad de la clase no ve donde se vive la familia.

El maestro indica la consigna a los alumnos: *La mitad de vosotros habéis visto en qué piso está viviendo la familia. Debéis mandar un mensaje a vuestra pareja para que a partir de él localice el piso en qué están viviendo.*

En esta ocasión, ya no les sirve recordar en qué caja está la familia utilizando la terminología de *en el piso de arriba, en el piso de abajo o en el piso de en medio*, pues hay mucho más pisos. El hecho de tener que mandar un mensaje unido al aumento del número de cajas, dirige al alumno hacia la representación del edificio en el papel para marcar sobre el lugar donde habita la familia.

3ª fase: En esta última actividad, se pide a los alumnos que decoren las cajas y van a volver a trabajar por parejas. El maestro coge entre 10 y 12 cajas, introduce a la familia dentro de una de ellas y las apila formando un edificio ante la atenta mirada de la mitad de la clase. La otra mitad de la clase no ve el edificio ni donde está viviendo la familia. Seguidamente, el maestro se dirige a la otra mitad de la clase y construye un edificio con un número de pisos superior al anterior.

El maestro indica la consigna a los alumnos: *La mitad de vosotros habéis visto en qué piso está viviendo la familia. Debéis mandar un mensaje a vuestra pareja para que a partir de él ellos coloquen a su familia en el mismo piso de su edificio. En el mensaje, no podéis dibujar vuestro edificio.*

El hecho de no poder representar el edificio y que la descripción de cómo es la caja que contiene a la familia no sea suficiente, puesto que el receptor del mensaje no va a poder verlo, sitúa al niño ante la necesidad de contar y utilizar la escritura del número para indicar el orden, trabajando el carácter ordinal del número!

Por tanto, estamos ante una **Situación Fundamental** para el aprendizaje del número y la numeración en su aspecto ordinal, formada por tres situaciones *α*-didácticas.

5.5. La no formalidad de las operaciones en Infantil

En Educación Infantil, junto con el aprendizaje del número se desarrolla de manera simultánea, y casi paralela, la primera toma de contacto del niño con las acciones de adición y sustracción, es decir, la suma y la resta (Aubrey, 1993; Fernández, 2003, 2007; Fischer, 1990; Fuson, 1988; Geary, 1996 y 2006; Gifford y Wilson, 1995; Ginsburg y Pappas, 2004; Naito y Miura, 2001; Zur y Gelman, 2004).

La primera relación que establece el niño con las operaciones de suma y resta se produce de manera inconsciente a través de la comparación.

Únicamente cuando el niño ha adquirido el conteo y el principio de cardinalidad es capaz de sumar y restar.

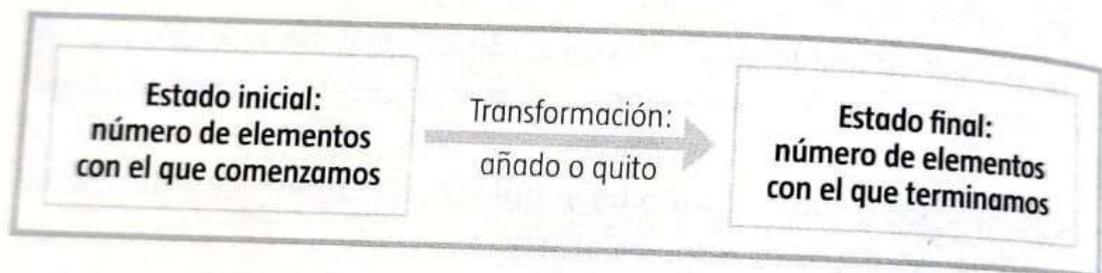
Siguiendo a Mialaret (1984), el niño pasa por una serie de fases hasta que tiene lugar un aprendizaje básico de la suma y la resta:

1. Suma y resta acompañada de la manipulación: tiene su mayor auge entre los 18 meses y los tres años, etapa en la que el niño realiza acciones sobre los objetos, añadiendo, quitando, repartiendo, separando, etc., en ausencia de verbalización del proceso efectuado.
2. Acción acompañada del lenguaje: esta segunda etapa se inicia a partir de los 3 años, momento en que los niños se apoyan en el lenguaje para describir el proceso que están llevando a cabo al juntar o quitar elementos: «Quito una y luego junto dos...».
3. Trabajo mental apoyado en la verbalización: esta fase da comienzo a partir de los cuatro años, cuando el niño es capaz de realizar

operaciones sencillas mentalmente pero con apoyo de la palabra, pues se ven en la necesidad de relatar la acción que está en su mente. Se trata de una fase en donde desaparece la manipulación de objetos.

4. Trabajo puramente mental: en esta última fase, que tiene lugar a partir de los 5 años, el niño ha asimilado el concepto de suma y resta, haciéndolo propio, de modo que es capaz de resolver operaciones simples mentalmente, sin necesidad de narrar el proceso efectuado. Además, es capaz de utilizar estrategias de composición y descomposición numérica, trabajadas manipulativamente con anterioridad, para facilitar el cálculo.

A la hora de iniciar a nuestros alumnos en la suma y la resta conviene llevar a cabo un esquema que les facilite la comprensión de ambas operaciones, basado en las transformaciones que sufren las colecciones de elementos con las que trabajamos:



Dienes y Golding (1980) señalan que este esquema se ve reforzado al trabajar manipulativamente para posteriormente efectuar la transición hacia la simbolización de las operaciones.

A continuación se recogen las principales estrategias utilizadas por los alumnos de infantil en la resolución de problemas aditivos y sustractivos recogidos en Chamorro, 2005:

ESTRATEGIAS USADAS POR LOS ALUMNOS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ADITIVOS

Tengo 3 caramelos y me regalan 4, ¿cuántos tengo ahora?

$$3 + 4$$

El niño cuenta 3 dedos en una mano, después añade 4 en la otra. **Recuenta** todos los dedos empezando por el 1



Conteo: contar con los dedos a partir del 1 (Reconteo)

Figura 5.15. Problema aditivo resuelto con las manos.

Tengo 4 caramelos y me regalan 3, ¿cuántos tengo ahora?

$$4 + 3$$

El niño cuenta 4 objetos por un lado, después 3 por otro. **Recuenta** todos los objetos empezando por el 1



Conteo: contar con objetos a partir del 1 (Reconteo)

Figura 5.16. Problema aditivo resuelto con material manipulable.

Tengo 3 caramelos y me regalan 4, ¿cuántos tengo ahora?

$$3 + 4$$

El niño cuenta mentalmente comenzando por el 1.

Uno, dos, tres...
cuatro, cinco, seis y
siete



Conteo: conteo verbal a partir del 1

Figura 5.17. Problema aditivo resuelto verbalmente a partir del 1.

Tengo 3 caramelos y me regalan 4, ¿cuántos tengo ahora?

$$3 + 4$$

El niño cuenta mentalmente iniciando el contador interno en el primer sumando.

(tres), cuatro, cinco, seis
y siete



**Conteo: conteo verbal empezando por el primer número
(Sobreconteo)**

Figura 5.18. Problema aditivo resuelto verbalmente a partir del primero.

Tengo 3 caramelos y me regalan 4, ¿cuántos tengo ahora?

$$3 + 4$$

El niño cuenta mentalmente iniciando el contador interno desde el mayor de los números (minimiza el número de pasos).

(cuatro), cinco, seis y
siete



**Mínimo: conteo verbal empezando por el mayor de los dos números
(Sobreconteo)**

Figura 5.19. Problema aditivo resuelto verbalmente a partir del mayor.

Tengo 3 caramelos y me regalan 4, ¿cuántos tengo ahora?

$$3 + 4$$

Uno de los dos números se descompone en otros dos para facilitar el cálculo.

$$3 + 4 = 3 + (3 + 1) = (3 + 3) + 1 = 6 + 1 = 7$$

Tres y tres son seis,
y uno siete



Descomposición: cálculo a partir de hechos numéricos

Figura 5.20. Problema aditivo resuelto verbalmente a partir de hechos numéricos.

Tengo 3 caramelos y me regalan 4, ¿cuántos tengo ahora?

$$3 + 4$$

El niño recupera directamente la solución almacenada en la memoria o efectúa la operación mentalmente.

Tres y cuatro son
siete



Calculo mental y recuperación de la memoria

Figura 5.21. Problema aditivo resuelto mentalmente.

Tengo 3 caramelos y me regalan 4, ¿cuántos tengo ahora?

$$3 + 4$$

El niño dice haber adivinado la solución. Juega un papel importante la estimación y la recuperación de la memoria.

¡Son siete! ¡Lo he
adivinado!



Adivinanza

Figura 5.22. Problema aditivo resuelto al azar.

ESTRATEGIAS USADAS POR LOS ALUMNOS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS SUSTRATIVOS

Tengo 4 caramelos y me como 2, ¿cuántos tengo ahora?

$$4 - 2$$

Añado
4



Quito
2



El niño levanta tantos dedos como cosas tiene (minuendo). Baja tantos dedos como cosas hay que quitar (sustraendo). El resultado son los dedos que quedan subidos, que los cuenta.



Restar con los dedos

Figura 5.23. Problema sustractivo resuelto con las manos.

Tengo 4 caramelos y me como 2, ¿cuántos tengo ahora?

$$4 - 2$$

Cada número del problema se representa con objetos. Se quitan tantos objetos como nos indica el sustraendo. Los que quedan los cuento y son el resultado.



Restar con objetos

Figura 5.24. Problema sustractivo resuelto quitando objetos.

Tengo 4 caramelos y me como 2, ¿cuántos tengo ahora?

$$4 - 2$$

1º  Represento lo que quito

2º  Añado hasta tener lo que tenía

3º  Cuento lo que añadido

El sustraendo se representa con objetos. El niño añade tantos objetos como sea necesario para formar el minuendo. Cuenta lo añadido, que será el resultado.

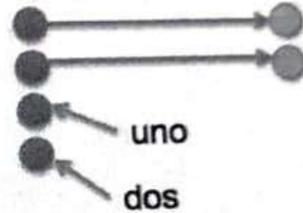
Añadir objetos

Figura 5.25. Problema sustractivo resuelto añadiendo objetos.

Tengo 4 caramelos y me como 2, ¿cuántos tengo ahora?

$$4 - 2$$

El niño hace dos hileras de objetos, una representa lo que tengo (minuendo) y en la otra lo que quito (sustraendo). Se emparejan los elementos de cada hilera. Contamos los no emparejados, que será la respuesta.



Emparejar

Figura 5.26. Problema sustractivo resuelto emparejando objetos.

Tengo 4 caramelos y me como 2, ¿cuántos tengo ahora?

$$4 - 2$$

El niño cuenta verbalmente hacia atrás a partir de lo que tiene inicialmente (minuendo). Para de contar cuando la disminución es igual al número que hay que sustraer.

(cuatro), tres y dos. La respuesta es dos



Contar hacia atrás a partir del número del que hay que sustraer

Figura 5.27. Problema sustractivo resuelto verbalmente contando hacia atrás.

Tengo 4 caramelos y me como 2, ¿cuántos tengo ahora?

$4 - 2$

El niño cuenta verbalmente a partir del número que hay que quitar (sustraendo) hasta llegar a lo que tiene inicialmente (minuyendo). La cantidad de números contados es la respuesta.

(dos), tres y cuatro. He contado dos números. La respuesta es dos.



Contar a partir del número que hay que sustraer

Figura 5.28. Problema sustractivo resuelto verbalmente contando hacia adelante.

Tengo 4 caramelos y me como 2, ¿cuántos tengo ahora?

$4 - 2$

El niño recupera directamente la solución almacenada en la memoria o efectúa la operación mentalmente.

Cuatro menos dos son dos!



Cálculo mental y recuperación de la memoria

Figura 5.29. Problema sustractivo resuelto mentalmente.

Para cada edad se trabajarán las acciones de añadir y quitar a través de situaciones que se ajusten al desarrollo cognitivo de cada alumno, pautadas de modo que, para cada nivel, primero realicen solo la acción de sumar, después solo la de restar y por último actividades en las que se dé la suma y la resta juntas:

- En la clase de 3 años:

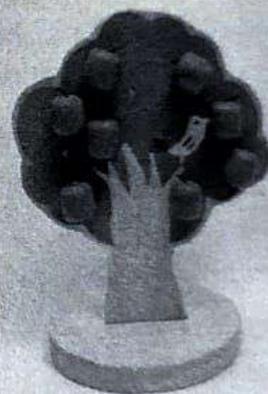
Hemos recogido 3 manzanas de nuestro manzano. Si recogemos 2 más, ¿cuántas manzanas hemos recogido en total?



Tenemos que recoger 3 manzanas, ¿cuántas manzanas quedan en nuestro manzano?



Tenemos que recoger 2 manzanas de nuestro manzano y aparecen 3 más en el manzano. ¿Cuántas manzanas hay en nuestro manzano?



- En la clase de 4 años:

¿Cuántas manzanas había en nuestro manzano antes de que se cayeran las que están en el suelo?



Hemos recogido 3 manzanas de nuestro manzano. Si quiero tener 8 manzanas, ¿cuántas tengo que recoger? ¿Hay suficientes manzanas en el manzano? ¿Cuántas faltan?

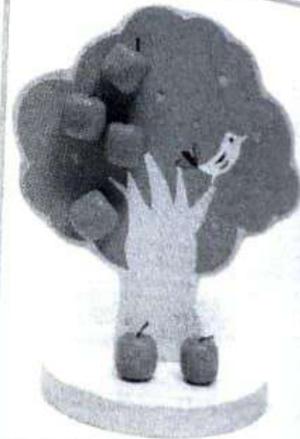
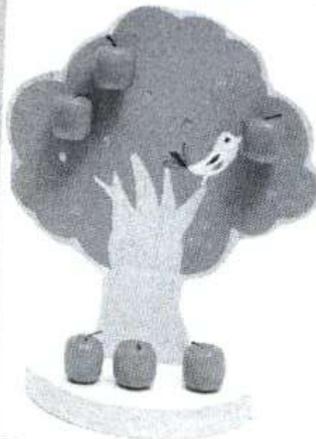


Hemos recogido 4 manzanas del suelo. Se han caído tres más del manzano y hemos cogido dos más del suelo. ¿Cuántas hemos dejado en el suelo para que coman los pájaros?



- En la clase de 5 años:

De un manzano se han caído unas cuantas manzanas y con el aire se caen 2 más. De otro manzano se han caído unas cuantas manzanas y un pájaro tira 3 más para comérselas. ¿Cuántas manzanas se han caído de cada manzano? ¿Cuántas hay en total en el suelo?



Pedro recoge 6 manzanas de su manzano y Rosa 5 del suyo. Si Pedro necesita 11 manzanas, ¿tiene suficientes con las de su manzano? ¿Cuántas tendría que coger del manzano de Rosa?



De un manzano se han caído unas cuantas manzanas y con el aire se caen 2 más. De otro manzano se han caído unas cuantas manzanas y un pájaro tira 3 más. ¿Cuántas manzanas más había en el primer manzano?



Todas estas actividades, como las estrategias que hemos visto previamente, se refuerzan y afianzan si existe un trabajo simultáneo relacionado con la composición y descomposición del número, pues las operaciones de suma y resta tienen su origen en la construcción mental de los esquemas lógico-matemáticos que subyace en aquellas.

Para ello, es necesario trabajar la composición y descomposición del número mediante actividades y materiales que permitan al niño comprender qué hay detrás de un número, a través de la visualización y manipulación:

La balanza numérica

Material.

- Balanza numérica
- Números con pesos equilibrados



Desarrollo.

1ª fase: El maestro enseña a los alumnos la balanza y los números que en ella se cuelgan. Coloca el 5 en un extremo y enuncia la consigna: *¿Podéis colocar dos números en el otro lado para que la balanza se iguale? ¿Cuántas maneras distintas encontráis?*



2º fase: El maestro enseña a los alumnos la balanza y los números que en ella se cuelgan. Coloca el 9 en un extremo y enuncia la consigna: *¿Podéis colocar tres números en el otro lado para que la balanza se iguale sin repetir ningún número ni utilizar el 1? ¿Cuántas maneras distintas hay si puedes utilizar todos los números?*



3º fase: El maestro enseña a los alumnos la balanza y los números que en ella se cuelgan. Coloca el 4 y el 7 en un extremo y enuncia la consigna: *¿Podéis colocar dos números en el otro lado para que la balanza se iguale sin repetir los que ya están puestos? ¿Podéis colocar tres números para que se iguale la balanza?*



4º fase: El maestro enseña a los alumnos la balanza y los números que en ella se cuelgan. Coloca el 8 en un extremo, un 3 en el otro y enuncia la consigna: *¿Podéis colocar un número en la balanza de modo que se iguale? ¿Y dos?*



5º fase: El maestro enseña a los alumnos la balanza y los números que en ella se cuelgan. Coloca el 6 en un extremo, un 5 en el otro y enuncia la consigna: *¿Podéis colocar un número más en cada lado de modo que se iguale la balanza sin utilizar el 6? ¿Cuántas maneras distintas hay si puedes utilizar todos los números?*



Este tipo de material resulta de gran ayuda para trabajar con los alumnos hechos numéricos que le faciliten el cálculo, como es la búsqueda de parejas de números que sumen 10.