

Desarrollo del Pensamiento Matemático I
Profesora: Alicia Zamorano Vargas

Técnicas orales (o mentales) de suma y resta

El cálculo mental, es decir, el que se hace sin herramientas tales como calculadoras o algoritmos escritos, se recomienda en las orientaciones curriculares y libros para profesores, por dos razones principales:

La primera es que durante el período de la llamada "matemática moderna", se puso el acento en la justificación de los algoritmos, asimilando la construcción y comprensión de una noción matemática, y privilegiando el estudio del objeto matemático y sus propiedades, suponiendo que el resto de destrezas se adquiriría por "añadidura". El cálculo mental, y los problemas de aplicación, se consideraban como vestigios de una pedagogía obsoleta.

En la actualidad se considera que en lugar de presentar directamente muchos conceptos y propiedades, pueden ser utilizados y experimentados por los niños, por medio de actividades tradicionalmente llamadas de "cálculo mental". De este modo, los diferentes pasos del algoritmo, y las propiedades de las operaciones, se pueden introducir e interpretar durante los ejercicios de cálculo mental. Suponemos también que las sesiones en clase no son para lucimiento de los alumnos dotados, sino se plantean discusiones, comparaciones, validaciones de los diferentes métodos ensayados por los niños, esto es, de reflexiones sobre las justificaciones de estos métodos. Por este motivo el cálculo mental se suele llamar también cálculo reflexivo o razonado.

La segunda razón, es que, lejos de entrar en competencia con la calculadora, el cálculo mental, asociado al aprendizaje de la estimación, es un auxiliar recomendado, para prever y anticipar un resultado numérico complejo, es el medio de control privilegiado de errores de tecleo en la calculadora.

El cálculo mental se puede poner en práctica:

- En las sesiones de control para verificar el conocimiento de las tablas, propiedades de las operaciones, $9 + 3$ y $3 + 9$; $10 - 7 = ?$; ...
- Como puesta en funcionamiento y apoyo para la introducción de cálculos escritos más complejos, o para justificar y mostrar los mecanismos del algoritmo escrito;

Extraído de "Sistemas Numéricos y su didáctica para Maestros" de Cid, Godino, Batanero.
https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/2_Sistemas_numericos.pdf

- Como anticipación o verificación de un resultado, durante un cálculo automático;
- Finalmente, puede ser ocasión de uso en sesiones especiales de solución de "problemas abiertos", en el curso de las cuales se efectuará la puesta en común de las soluciones mediante la explicitación de los diferentes métodos realizados por los niños.

La existencia de dos sistemas de numeración, uno oral y otro escrito, que tienen características diferentes, da lugar a que las técnicas de cálculo asociadas a cada uno de ellos sean también distintas y deban ser estudiadas por separado.

Las técnicas orales se basan en la retención en memoria de los números que se operan, así como de los resultados de dichas operaciones. Las limitaciones de nuestra memoria exigen técnicas basadas en números sencillos, que son más fáciles de recordar y operar. Por tanto, el objetivo de dichas técnicas es "redondear", es decir, conseguir números intermedios "redondos" que faciliten las operaciones y la retención en memoria. Son las siguientes:

- Permutar términos. Consiste en intercambiar el orden de sumandos o sustraendos. Por ejemplo, en "veintitres más treinta y seis menos trece" decimos "veintitres menos trece, diez, diez más treinta y seis, cuarenta y seis".
 - Suprimir o añadir ceros. Se prescinde de los ceros finales que se vuelven a añadir posteriormente. Por ejemplo, en "ciento cincuenta más ochenta" podemos decir "quince más ocho, veintitres, doscientos treinta".
 - Descomponer términos. Se descompone uno o varios términos en sumandos o sustraendos. Por ejemplo, en "quinientos ochenta y cinco menos cuatrocientos veintitres" decimos "quinientos ochenta y cinco menos cuatrocientos, ciento ochenta y cinco, menos veinte, ciento sesenta y cinco, menos tres, ciento sesenta y dos". También en "ciento noventa y seis más veintisiete" podemos decir "veintisiete es veintitres más cuatro, ciento noventa y seis más cuatro, doscientos, doscientos veintitres".
 - Compensar términos. En una suma, sumar a un sumando lo que se sustrae a otro. En una resta, sumar o restar la misma cantidad a los dos términos. Por ejemplo, "treinta y ocho más cincuenta y cuatro es lo mismo que cuarenta más cincuenta y dos, noventa y dos".
- Otro ejemplo, "noventa y nueve menos cuarenta y seis, cien menos cuarenta y siete, cincuenta y tres".

Otras técnicas orales más particulares, como, · las técnicas de sumar (o restar) 9: se suma (resta) una unidad a las decenas y se resta (suma) una unidad a las unidades;

· la de sumar (o restar) 11: se suma (resta) una unidad a las decenas y otra a las unidades, etc.

Estrategias de obtención multiplicaciones y divisiones enteras básicas

El uso de estrategias intermedias para obtener multiplicaciones y divisiones básicas es mucho menos frecuentes que en la suma y resta debido a que la escuela ejerce una fuerte presión para que los niños memoricen la tabla de multiplicar. Las estrategias más frecuentes para obtener alguno resultados de dicha tabla son:

Sumar reiteradamente. Se multiplica sumando el multiplicando tantas veces como indique el multiplicador. Por ejemplo; "ocho por tres es ocho más ocho, dieciseis, más ocho veinticuatro". También se puede utilizar en la división entera. Por ejemplo, para calcular "doce entre tres" se calcula cuántas veces hay que sumar tres para obtener doce.

Restar reiteradamente. Se obtiene un cociente restando el divisor del dividendo todas las veces que sea posible. Por ejemplo: "veinticuatro dividido por seis, veinticuatro menos seis, dieciocho, menos seis, doce, menos seis, seis; cabe a cuatro" .

Repartir. Consiste en efectuar la división por medio de la escenificación de una técnica de reparto. Por ejemplo: "veinticuatro dividido por seis; tengo que repartir veinticuatro objetos entre seis personas; si le doy dos objetos a cada una sobran doce; si le doy cuatro objetos a cada una no sobra ninguno, pues cuatro".

Recitar las tablas. Se recita toda la tabla hasta llegar al resultado pedido. Por ejemplo, para calcular "seis por cuatro" se dice: "seis por uno, seis, seis por dos, doce, seis por tres, dieciocho, seis por cuatro, veinticuatro" .

Permutar términos. Preguntan "ocho por seis" y pensamos "seis por ocho, cuarenta y ocho".

Multiplicar en vez de dividir. Preguntan "treinta y cinco dividido por siete" y pensamos "siete por cinco, treinta y cinco, cinco".

Sumar o restar el multiplicando o multiplicador. Preguntan "ocho por siete" y pensamos "ocho por seis, cuarenta y ocho, más ocho, cincuenta y seis" o bien "ocho por ocho, sesenta y cuatro, menos ocho, cincuenta y seis".

Calcular el doble o la mitad. Por ejemplo, "seis por cuatro; seis por dos, doce, por dos, veinticuatro" o "siete por cinco; siete por diez, setenta, la mitad treinta y cinco"

Calcular con los dedos. Por ejemplo, para obtener el producto de 9 por cualquier otra cifra, por ejemplo, 6, se levantan las dos manos y se baja el dedo que hace el número seis del total de diez dedos. Los dedos que quedan a su izquierda representan el número de decenas del producto y los que quedan a su derecha el número de unidades.

Las tres primeras estrategias son propias de gente poco escolarizada. La cuarta se suele dar en los niños que están aprendiendo las tablas de multiplicar y todavía no controlan totalmente el proceso. La quinta y la sexta son muy frecuentes. La séptima y la octava se dan con una cierta frecuencia aunque son más habituales en números más grandes. Las estrategias de cálculo con dedos han desaparecido casi totalmente, pero fueron muy importantes en otras épocas.

Técnicas orales y de cálculo mental de multiplicación y división entera

El objetivo de las técnicas orales es redondear, obtener números sencillos, y son las siguientes:

Intercambio de términos. Consiste en intercambiar el orden de los factores. Por ejemplo, nos dicen "doce por veinticinco" y pensamos en "veinticinco por doce".

Supresión o añadido de ceros. Se prescinde de los ceros finales de los números y se añaden después de efectuada la operación. Ejemplo: "siete mil por cincuenta; siete por cinco, treinta y cinco; trescientas cincuenta mil"; "mil quinientos dividido por treinta; quince entre tres, cinco; cincuenta" .

Distribución. Se descompone uno de los números en sumandos o sustraendos y se aplica la propiedad distributiva. En el caso de la división sólo se puede descomponer dividendo. Ejemplos: "veinticinco por veinticuatro es veinticinco por veinte más veinticinco por cuatro; veinticinco por veinte, quinientos; veinticinco por cuatro, cien; seiscientos"; "veinticinco por veinticuatro es veinticinco por veinticinco menos veinticinco; veinticinco por veinticinco, seiscientos veinticinco; menos veinticinco,

seiscientos"; "ciento sesenta y ocho dividido por catorce; ciento sesenta y ocho es ciento cuarenta más veintiocho; ciento cuarenta entre catorce, diez; veintiocho entre catorce, dos; diez y dos, doce" .

Factorización. Consiste en descomponer en factores uno o los dos términos de la operación. Ejemplos: "veinticinco por veinticuatro; veinticuatro es cuatro por seis; veinticinco por cuatro, cien; cien por seis, seiscientos" ; "ciento ochenta dividido por quince; ciento ochenta entre tres, sesenta; sesenta entre cinco, doce" .

Compensación. En el producto se multiplica un término por un número mientras el otro se divide por el mismo número. En la división entera se multiplican o dividen los dos términos por un mismo número. Ejemplos: "veinticinco por veinticuatro es lo mismo que cincuenta por doce; cincuenta por doce es cien por seis, seiscientos"; "ciento ochenta dividido por quince es lo mismo que sesenta entre cinco, doce" .

La factorización y compensación modifican el resto cuando se utilizan en divisiones que no son exactas y éste tiene que ser reconvertido "a posteriori". Por ejemplo, ciento ochenta y tres dividido entre quince tiene de resto tres. Sin embargo, si dividimos sesenta y uno entre cinco el resto es uno. Para reconvertir el resto es necesario aplicarle la operación u operaciones inversas de las aplicadas a dividendo o divisor.