

PEDAGOGÍA EN EDUCACIÓN BÁSICA
**FUNDAMENTOS DE EDUCACIÓN
MATEMÁTICA EN LA NIÑEZ**

SITUACIONES ADITIVAS

Mayo 10

Profesor Lino Cubillos Silva

Referencias Bibliográficas

- Vergnaud, G. (1990). La Teoría de los Campos Conceptuales. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10(2, 3), 133-170. Recuperado de: http://ipes.anep.edu.uy/documentos/curso_dir_07/modulo2/materiales/didactica/campos.pdf
- Moreira, M.A. (2002). La Teoría De Los Campos Conceptuales De Vergnaud, La Enseñanza De Las Ciencias Y La Investigación En El Área.
- NOTA: las referencias detalladas de Vergnaud se encuentran en Vergnaud (2007).



Concepto de situación aditiva (según Vergnaud)

- El campo conceptual de las estructuras aditivas es a la vez el conjunto de situaciones cuyo tratamiento implica una o varias adiciones o sustracciones, y el conjunto de conceptos y teoremas que permiten analizar esas situaciones como tareas matemáticas (Vergnaud, 1990).
- Vergnaud presenta un conjunto de seis relaciones básicas
 - demandan **invariantes operatorios diferentes**
 - corresponden un conjunto de **conceptos**,
 - muchos quedan ignorados por los profesores, incluso por los matemáticos.
- Razonando sobre un gran número de casos se puede comprender el campo conceptual de las estructuras aditivas (Vergnaud, 2007).

Ejemplos de estructuras aditivas

a) $4+5 = x$

b) $765 - x = 800$

c) Caminé 2 km y aun me faltan 6 para llegar.

d) María es dos años mayor que Pedro.

e) Necesito una jaula para 5 pájaros, pues tengo 2 canarios y 3 jilgueros.

f) Pagué con \$10.000 por una memoria SD cuyo precio es de \$6.750 ¿Cuánto será el vuelto?

g) $750 + 190 =$

h) $35,75 - 287,4 =$

i) $2/5 + m = 3/4$

Situación Aditiva directa e inversa

Situación aditiva Directa: en este caso la expresión matemática que representa el problema es la misma expresión que lo resuelve.

Situación aditiva Inversa: en este caso la expresión matemática que representa el problema es diferente que la expresión que lo resuelve.

Situación Aditiva directa

Ana tenía \$6500 ahorrados y por una artesanía que vendió recibió \$7200. ¿Cuánto dinero tiene ahora Ana?

Expresión que **representa** el problema

$$6500 + 7200 = x$$

Expresión que **resuelve** el problema

$$6500 + 7200 = 13700$$

Situación Aditiva Inversa

Ana tenía \$6500 ahorrados y por una artesanía que vendió logró reunir \$13700. ¿Cuánto dinero recibió por la artesanía vendida?

Expresión que **representa** el problema

$$6500 + x = 13700$$

Expresión que **resuelve** el problema

$$x = 13700 - 6500$$

$$x = 7200$$

Estructura básica de una situación aditiva

$$a + b = c$$

Tipos de situación Aditiva

- De transformación (6)
- De Composición (2)
- De Comparación (6)

PROBLEMAS ADITIVOS DE TRANSFORMACIÓN

$$\begin{array}{ccccccc} \mathbf{a} & & \mathbf{+} & & \mathbf{b} & & \mathbf{=} & & \mathbf{c} \\ \text{Situación inicial} & \rightarrow & & \text{transformación} & \rightarrow & & & & \text{situación final} \end{array}$$

- **Problemas de transformación o cambio**

Son aquellos en los que se produce una transformación de una situación inicial a una situación final y “la incógnita del problema” puede ser cualquiera de los tres elementos que intervienen: la situación inicial, la transformación o situación final.

En este tipo de problema conoceríamos dos datos y tendríamos que averiguar el tercero. Ello significa tres problemas distintos y con índices de dificultad diferente, según tengamos que calcular la situación final, la situación inicial o la transformación producida.

Y como la transformación puede ser creciente (con aumento) o decreciente (con disminución), este tipo de problemas genera 6 modelos de problemas posibles.

Problemas Aditivos de Transformación Creciente

	Tipo de transformación	Situación inicial	Transformación	Situación final
 T1 <i>creciente</i>		Conocida	Conocida	¿?
		Conocida	¿?	Conocida
		¿?	Conocida	Conocida
T4	<i>decreciente</i>	Conocida	Conocida	¿?
T5		Conocida	¿?	Conocida
T6		¿?	Conocida	Conocida

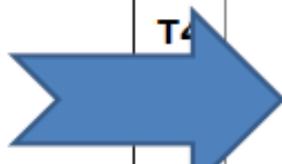
Ejemplo: Ana tiene 37 cromos de una colección de naturaleza. Su padre le regala 8 cromos más. ¿Cuántos cromos "tiene ahora" Ana?

Ejemplo: Ana tiene 17 cromos y su padre le regala en su cumpleaños varios cromos nuevos. Al juntarlos todos, Ana tiene ahora 29 cromos. ¿Cuántos cromos le regaló su padre?

Ejemplo: A Ana su padre le ha comprado 8 cromos de una colección de naturaleza. Si ahora tiene 19 cromos, ¿cuántos cromos **tenía** Ana antes?

Problemas Aditivos de Transformación Decreciente

	Tipo de transformación	Situación inicial	Transformación	Situación final
T1	creciente	Conocida	Conocida	¿?
T2		Conocida	¿?	Conocida
T3		¿?	Conocida	Conocida
T4	decreciente	Conocida	Conocida	¿?
T5		Conocida	¿?	Conocida
T6		¿?	Conocida	Conocida



Ejemplo: *Luisa tenía 26 galletas y le dio 7 galletas a su amiga Rosa ¿cuántas galletas le quedan a Luisa?*

Ejemplo: *Luisa tenía 26 galletas y le dio unas cuantas a su amiga Rosa. Si ahora le quedan 21 galletas ¿Cuántas galletas le dio a Rosa?*

Ejemplo: *Luisa tenía un paquete con galletas y le dio 7 galletas a su amiga Rosa. Si en el paquete le han quedado 22 galletas. ¿Cuántas galletas tenía al principio?*

PROBLEMAS ADITIVOS DE COMPOSICIÓN o COMBINACIÓN

$$a + b = c$$

Cantidad Parcial 1 → Cantidad Parcial 2 → Cantidad Global

- **Problemas de combinación o composición de medidas**

En este tipo de problemas no intervienen ninguna transformación que suponga un cambio, sino que “dos o más medidas se combinan para obtener una tercera”. Ello implica la existencia al menos de 3 magnitudes diferentes, las dos iniciales y una tercera que “engloba” semánticamente a las anteriores.

En una situación típica de combinación:

en una clase hay 10 niños y 12 niñas. En total hay 22 alumnos.

Las dos primeras cantidades se refieren a dos magnitudes diferentes (niños y niñas) y la tercera cantidad se refiere a una magnitud (alumnos) que engloba a las dos primeras.

El orden en que se presentan las cantidades parciales es irrelevante. Por ello sólo hay dos modelos de problemas de combinación, según la incógnita sea la cantidad global o una cantidad parcial.

TIPOS DE PROBLEMAS ADITIVOS DE COMPOSICIÓN

Modelo	Cantidad parcial 1	Cantidad parcial 2	Cantidad global
C1	Conocida	Conocida	¿ ... ?
C2	Conocida	¿ ... ?	Conocida
	¿ ... ?	Conocida	Conocida

Ejemplo: *En el parque hay una pajarera con 15 canarios y 9 periquitos. ¿Cuántos pájaros hay en total en la pajarera?*

Ejemplo: *En el parque municipal hay una pajarera con 22 pájaros. Si 15 de ellos son canarios y el resto periquitos ¿Cuántos periquitos hay en la pajarera?*

PROBLEMAS ADITIVOS DE COMPARACIÓN

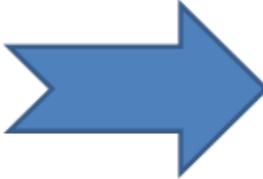
$$\begin{array}{ccccccc} & \mathbf{a} & + & \mathbf{b} & = & \mathbf{c} & \\ \text{Cantidad de referencia} & & \rightarrow & \text{Diferencia} & \rightarrow & \text{cantidad Comparada} & \end{array}$$

- **Problemas de comparación**

Cuando hablamos de este tipo de problemas establecemos una comparación entre algunas de las cantidades que intervienen en el problema.

A una de las cantidades que se comparan se le denomina “cantidad de referencia”, y a la otra “cantidad comparada”. La tercera cantidad que interviene es la “diferencia” que hay entre las cantidades comparadas.

Problemas Aditivos de Comparación Creciente



Modelos	Tipo de comparación	Cantidad de Referencia	Cantidad Comparada	Diferencia
Com1	<i>creciente</i>	Conocida	Conocida	¿ ... ?
Com2		Conocida	¿ ... ?	Conocida
Com3		¿ ... ?	Conocida	Conocida
Com4	<i>decreciente</i>	Conocida	Conocida	¿ ... ?
Com5		Conocida	¿ ... ?	Conocida
Com6		¿ ... ?	Conocida	Conocida

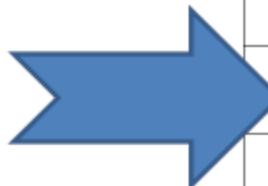
Ejemplo: *Juan tiene 12 años y Ana tiene 5 años. ¿Cuántos años tiene Juan más que Ana?*

Ejemplo: *Ana tiene 5 años y Juan tiene 7 años más que Ana ¿Cuántos años tiene Juan?*

Ejemplo: *Juan, que ha cumplido 12 años, tiene 7 años más que Ana ¿Cuántos años tiene Ana?*

Situaciones Aditivas de Comparación Decreciente

Modelos	Tipo de comparación	Cantidad de Referencia	Cantidad Comparada	Diferencia
Com1	<i>creciente</i>	Conocida	Conocida	¿ ... ?
Com2		Conocida	¿ ... ?	Conocida
Com3		¿ ... ?	Conocida	Conocida
Com4	<i>decreciente</i>	Conocida	Conocida	¿ ... ?
Com5		Conocida	¿ ... ?	Conocida
Com6		¿ ... ?	Conocida	Conocida



Ejemplo: *Juan tiene 13 años y Ana tiene 5 años. ¿Cuántos años tiene Ana menos que Juan?*

Ejemplo: *Juan tiene 12 años y Ana tiene 7 años menos que Juan ¿Cuántos años tiene Ana?*

Ejemplo: *Ana tiene 5 años y 7 años menos que Juan. ¿Cuántos años tiene Juan?*

Índice de dificultad de los problemas aditivos/sustractivos

El cuadro adjunto hace referencia a los niveles de dificultades referidos a los porcentajes de éxito en la resolución de los diferentes tipos de problemas aditivos de una sola etapa.

Tipo de problema	Incógnita	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4
Transformación creciente	Cantidad final	X			
Transformación decreciente	Cantidad final	X			
Transformación creciente	Cantidad de transformación		X		
Transformación decreciente	Cantidad de transformación		X		
Transformación creciente	Cantidad inicial			X	
Transformación decreciente	Cantidad inicial			X	

Tipo de problema	Incógnita	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4
Combinación	Todo	X			
Combinación	Parte			X	
Comparación creciente	Diferencia			X	
Comparación decreciente	Diferencia			X	
Comparación creciente	Cantidad Comparada			X	
Comparación decreciente	Cantidad Comparada			X	
Comparación creciente	Cantidad de referencia				X
Comparación decreciente	Cantidad de referencia				X