Pauta Tarea Nº4

Ayudantes: Adolfo Fuentes, Rodrigo Garay, Alejandra Jauregui, María José Pérez y Mauricio Vargas

21 de septiembre de 2011

Problema 1. De la siguiente descripción de preferencias, concluya si éstas cumplen con los supuestos de de completitud, transitividad, monotonicidad y convexidad: "A Pipe le encantan las ron colas, y posee preferencias lexicográficas[1] por ellas. Entre 2 ron-cola con la misma cantidad de ron, él se preocupa por supuesto de la cantidad de hielo: mientras más, mejor. Pero él prefiere ron-cola con más ron sobre cualquier otra ron-cola con menos ron independientemente de la cantidad de hielo".

Respuesta

Completitud: Las preferencias son completas. Pipe es capaz de decidir entre dos ron-cola cualquiera. Si las dos tienen la misma cantidad de ron, él prefiere la ron-cola con más hielo. De otra forma, él prefiere la ron-cola con más ron. Si las ron-cola son idénticas, él está indiferente.
Transitividad: Considere tres ron-cola: A, B y C, donde A es preferida a B y B es preferida a C. Si A es preferida a B es porque A tiene más ron que B o A tiene la misma cantidad de ron que B, pero más hielo. Asumamos primero que A tiene más ron que B. Entonces como A es preferida a C, sabemos que B tiene igual o más ron que C. Pero A tiene más ron que C y por lo tanto A es preferida. Ahora considere el caso en que A y B tienen la misma cantidad de ron, pero A tiene más hielo. Como B es preferida a C, sabemos que C debe tener menos ron que B (en cuyo caso A es preferida a C), o la misma cantidad de ron que A y B, pero menos hielo (por ende menos hielo que A, en cuyo caso A es preferida a C).
No es posible graficar curvas de indiferencia, puesto que para ninguna canasta en $\mathbb{R}^2_+$ existe otra indiferente. De todas formas, tenemos el siguiente dibujo que nos sirve para fijar ideas:

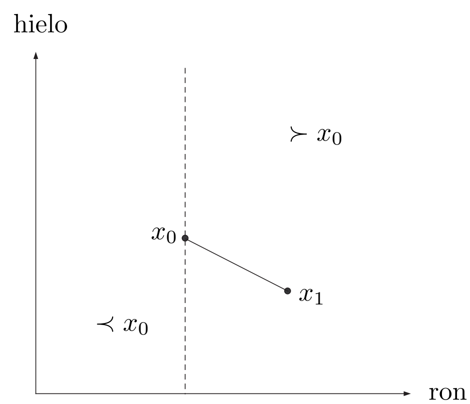

Figura 1: Preferencias lexicográficas por ron y hielo

Monotonicidad: Las preferencias son monotónicas porque cualquier otra canasta siempre será estrictamente preferida a otra con menos ron y menos hielo que otra. Además, ninguna ron cola sera preferida si tiene menos hielo e igual cantidad de ron, o menos ron e igual cantidad de hielo que otra.

[1] Un consumidor tiene preferencias lexicográficas sobre $(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2_+$ si la relación $\succeq$ satisface que $(y_1, y_2) \succeq (z_1, z_2)$ si y sólo si $y_1 > z_1$, o $y_1 = z_1$ e $y_2 \geq z_2$

Convexidad: La figura muestra que las preferencias son convexas porque cualquier ron cola que sea una combinación convexa de las otras dos debe necesariamente estar a la derecha o arriba a la peor de las ron colas extremas, por lo que será estrictamente preferida.

Problema 2. Suponga que en la ciudad de Titirilquén, de forma exógena a lo que nos interesa resolver, se elaboran n productos y el individuo representativo de dicha ciudad tiene una utilidad por el consumo de los n productos representable por medio de la función

$$u(x) = \min\{\alpha_1 x_1, \ldots, \alpha_n x_n\}$$

Con $\alpha_i > 0 \; \forall i = \{1, \ldots, n\}$.

Plantee y resuelva el problema del consumidor y explique por qué la solución es interior y única.

Respuesta

El problema a resolver es el siguiente:

$$\begin{array}{ll} \max\limits_{x} & \min\{\alpha_1 x_1, \ldots, \alpha_n x_n\} \\ \text{sujeto a} & \displaystyle\sum_{i=1}^{n} p_i x_i = I \end{array}$$

No es muy difícil notar que el vector x de demandas óptimas es tal que

$$\alpha_1 x_1 = \ldots = \alpha_n x_n$$

en general, cada uno de los argumentos es igual a un valor constante $\alpha_i x_i = k$. Luego, se tiene que

$$p_j x_j = \alpha_i x_i \frac{p_j}{\alpha_j}$$

aplicando la sumatoria $\sum_{j=1}^{n}(\cdot)$ se llega a

$$I = \alpha_i x_i \sum_{j=1}^{n} \frac{p_j}{\alpha_j} \;\; \Rightarrow \;\; x_i = \frac{I}{\alpha_i \sum_{j=1}^{n} \frac{p_j}{\alpha_j}}$$

Para una solución interior bastará con el hecho que $k \neq 0$, que es lo mismo a decir $\alpha_i x_i \neq 0 \; \forall i$. En caso de que $k = 0$ se tendría que $u(x) = 0$ si para algún i se tiene que $\alpha_i x_i = 0$ y de esta forma el vector de demandas óptimas se anularía en todas sus componentes, pero este caso se daría si $I = 0$. Para cualquier caso la solución es única ya que todos los bienes se consumen en proporciones fijas lo cual no deja posibilidades de que algun x_i tome más de un valor.