



Apunte de Clase: Introducción a la Microeconomía

Capítulo III: Teoría del Productor

Universidad de Chile
Facultad de Economía y Negocios

Profesor: Christian Belmar

Ayudantes de Cátedra: Adolfo Fuentes, Rodrigo Garay,
Alejandra Jauregui, María José Pérez y Mauricio Vargas



Índice

Contenidos

Índice	2
1.- Introducción.....	4
2.- Teoría del Productor.....	4
2.1.- Función de Producción.....	4
2.1.1.- Propiedades de la Función de Producción	6
2.1.2.- Producto Marginal.....	6
2.1.3.- Producto Medio.....	8
2.1.4.- Elasticidad Producto Factor.....	10
2.1.5.- Isocuantas.....	11
2.1.6.- Elasticidad de Sustitución	11
2.1.7.- Rendimientos a Escala	13
2.1.8.- Temporalidad en Economía.....	14
2.2.- Función de Costos	15
2.2.1.- Costo Marginal	16
2.2.2.- Costo Medio Total y Costo Medio Variable	18
2.2.3.- Función de Costos de Corto y Largo Plazo.....	20
2.3.- Maximización de Beneficios.....	22
2.4.- Mercado de Factores	25
3.- Modelo de Competencia Perfecta	27
3.1.- Supuestos de MCP	27
3.2.- Maximización de Beneficios.....	28
3.3.- Decisiones de Cierre y Curva de Oferta	30
3.4.- Oferta de Mercado de Largo Plazo	35



4.- Modelo de Competencia Monopólica	39
4.1.- Supuestos de MCM	39
4.2.- Maximización de Beneficios.....	39
4.3.- Pérdida de Eficiencia Económica en Monopolios	42
5.- Bibliografía	43



1.- Introducción

En el capítulo anterior comenzamos el estudio de la microeconomía estudiando el comportamiento del consumidor y determinación de la curva de demanda. En este capítulo nos centraremos en estudiar la contraparte de la Teoría del Consumidor, que es la **Teoría del Productor**. La Teoría del Productor se centra en estudiar a las **empresas** y como estas toman sus decisiones de producción, siendo uno de nuestros objetivos principales determinar la **curva de oferta** de estas.

2.- Teoría del Productor

2.1.- Función de Producción

Como mencionamos en la introducción, la Teoría del Productor estudia el comportamiento de las empresas, pero se centra en empresas que **producen** algún bien o servicio. El hecho que las empresas analizadas produzcan algún bien o servicio, es que nos permite asumir la existencia de una **función de producción**.

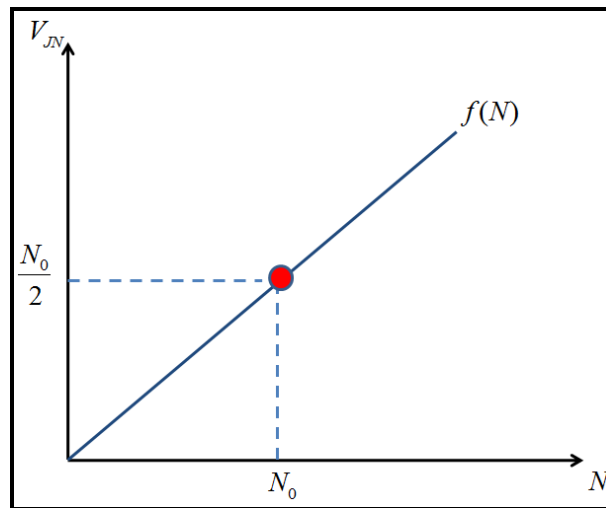
Las funciones de producción son funciones que relacionan una **cantidad de factores productivos** con la **cantidad máxima de producto final** que se puede producir. Por ejemplo, supongamos que queremos hacer vasos de jugo de naranja (V_{JN}) y sabemos que dos naranjas (N) nos dan el jugo necesario para un vaso. De esta forma, obtenemos una función de producción de la forma:

$$V_{JN}(N) = f(N) = \frac{N}{2}$$

Notar que una de las características de las funciones es que nos dicen la mayor cantidad posible de producir dados los insumos. Es decir, con cuatro naranjas, sabemos que podemos hacer dos vasos de naranja, pero también podemos hacer uno si así quisiéramos. Por lo tanto, no solo podemos producir aquellos puntos que nos indica la función, sino todos aquellos puntos bajo la función.



Gráficamente esta función está representada por:



Ahora bien, para efectos de este curso asumiremos que la función de producción tiene dos factores productivos, **trabajo** (L) y **capital** (K). Por trabajo entenderemos mano de obra y por capital entendemos maquinaria, instalaciones, vehículos, etc. De esta forma, las funciones de producción serán expresadas como:

$$Y(L, K) = f(K, L)$$

Al igual que en las funciones de utilidad, hay funciones de producción que son usuales, entre ellas se encuentran:

La función **Cobb-Douglas**, que representa aquellas funciones de producción donde ambos factores tienen una importancia relativa¹, es de la forma:

$$f(K, L) = K^\alpha L^\beta$$

La función **Sustitutos Perfectos**, que representa aquellas funciones de producción donde ambos factores tienen la misma función (y por lo tanto son sustitutos), es de la forma:

$$f(K, L) = \alpha K + \beta L$$

¹ La importancia del factor K está dada por α , mientras que la importancia del factor L está dada por β



La función **Leontief**, que representa aquellas funciones de producción donde se necesita una proporción fija de factores para poder producir, es de la forma:

$$f(K, L) = \min(\alpha K; \beta L)$$

En este caso las proporciones son α de K y β de L .

2.1.1.- Propiedades de la Función de Producción

Las funciones de producción deben cumplir con dos propiedades:

- Deben ser **funciones monótonas**, es decir, dado un nivel de factores de producción, si aumentamos marginalmente un factor de producción, el nivel de producto total debe, a lo menos, mantenerse igual.
- Deben ser **funciones convexas**, es decir, si existen dos combinaciones de factores productivos que permiten producir $y, (K_1, L_1)$ y (K_2, L_2) , cualquier combinación ponderada de estos permitirá, *a lo menos*, producir y ,

2.1.2.- Producto Marginal

Supongamos que tenemos un nivel dado de producción con una cantidad determinada de capital y trabajo, y decidimos aumentar en un delta la cantidad de trabajo (ΔL). De esta forma, podemos definir el aumento de producto como:

$$\frac{\Delta Y}{\Delta L} = \frac{f(L + \Delta L, K) - f(L, K)}{\Delta L}$$

Ahora bien, si este delta tiende a cero, nos topamos con la definición de derivada parcial. Y por lo tanto, podremos usar la derivada como principal herramienta para ,medir la productividad marginal.

$$\lim_{\Delta L \rightarrow 0} \frac{f(L + \Delta L, K) - f(L, K)}{\Delta L} = \frac{\partial Y}{\partial L} = PMg_L$$

De igual forma podemos definir el producto marginal del capital como:

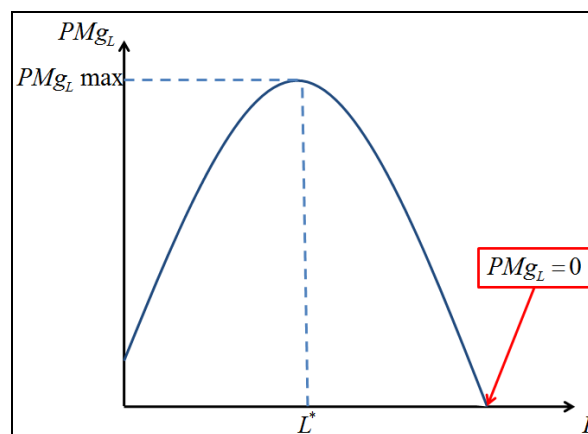
$$\lim_{\Delta K \rightarrow 0} \frac{f(L, K + \Delta K) - f(L, K)}{\Delta K} = \frac{\partial Y}{\partial K} = PMg_K$$



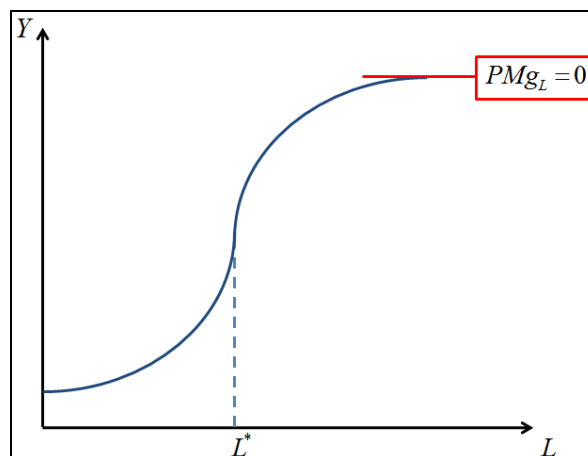
2.1.2.1.- Ley de Rendimientos Marginales Decrecientes

¿Qué ocurre con el producto marginal mientras aumentamos la cantidad de trabajadores?, esta ha sido una de las preguntas típicas de lo que se denomina la Administración Científica. La respuesta es bastante intuitiva, si aumentamos la cantidad de trabajadores en una fábrica y mantenemos todo lo demás constante, veremos que en un comienzo la productividad de cada trabajador aumenta, dado que pueden dedicarse a distintas áreas y especializarse, sin embargo, llegará un momento en donde los nuevos trabajadores paulatinamente comenzarán a entorpecer el funcionamiento de los demás trabajadores, y esto, se traducirá en una disminución del producto marginal.

De esta forma podemos ver que el producto marginal de un factor (supongamos trabajo) se comportará gráficamente de la siguiente forma:



Esto hará que la gráfica de la función de producción tenga la siguiente forma:





2.1.3.- Producto Medio

Supongamos ahora que nos interesa saber el promedio de la producción por unidad de factor que tenemos. Esta medida se denomina **Producto Medio**, y se determina como el promedio simple, es decir, la cantidad de producto dividida por la cantidad de factor que tenemos. De esta forma el producto medio del trabajo se define como:

$$PMe_L = \frac{Y}{L}$$

Mientras que el producto medio del capital se define como:

$$PMe_K = \frac{Y}{K}$$

Ahora que ya sabemos cómo es el producto medio, nos interesa saber qué forma gráfica tiene, y para esto, haremos el siguiente análisis matemático, partiendo de una igualdad conocida:

$$Y = Y$$

Que es lo mismo que:

$$Y = \frac{Y}{L} \cdot L$$

Lo cual, si derivamos con respecto a L, obtenemos²:

$$\frac{\partial Y}{\partial L} = \frac{\partial \left(\frac{Y}{L} \cdot L \right)}{\partial L} = \left(\frac{\partial \left(\frac{Y}{L} \right)}{\partial L} \right) \cdot L + \frac{Y}{L} \cdot \left(\frac{\partial L}{\partial L} \right)$$

² Recordar que la derivada de una multiplicación es la derivada del primer término por el segundo, mas la derivada del segundo término por el primero.



Lo cual, es equivalente a:

$$\frac{\partial Y}{\partial L} = \left(\frac{\partial \left(\frac{Y}{L} \right)}{\partial L} \right) \cdot L + \frac{Y}{L}$$

Donde si reemplazamos por las definiciones de producto marginal y producto medio, obtenemos la siguiente ecuación:

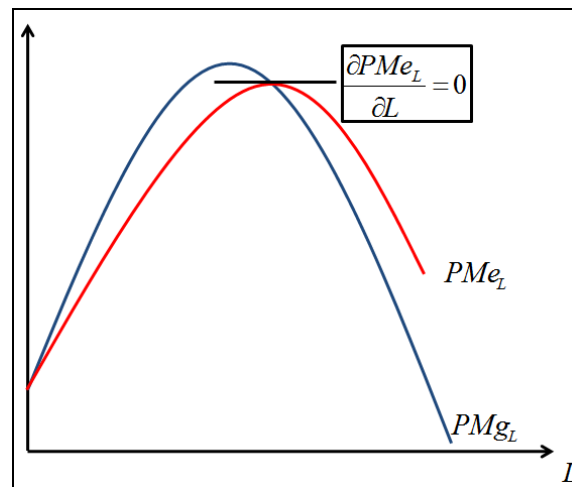
$$PMg_L = \left(\frac{\partial PMe_L}{\partial L} \right) \cdot L + PMe_L$$

De la cual podemos obtener tres características:

- Si el producto medio es creciente $\left(\frac{\partial PMe_L}{\partial L} > 0 \right)$, entonces la curva de producto medio esta bajo la curva de producto marginal $(PMg_L > PMe_L)$.
- Si el producto medio es decreciente $\left(\frac{\partial PMe_L}{\partial L} < 0 \right)$, entonces la curva de producto medio esta sobre la curva de producto marginal $(PMg_L < PMe_L)$.
- Si el producto medio está en su máximo $\left(\frac{\partial PMe_L}{\partial L} = 0 \right)$, entonces la curva de producto medio es igual a la curva de producto marginal $(PMg_L = PMe_L)$.



De esta forma podemos obtener la siguiente gráfica del producto medio y el producto marginal:



2.1.4.- Elasticidad Producto Factor

Supongamos ahora que nos interesa saber en cuanto aumenta porcentualmente el nivel de producto dado un aumento porcentual del factor productivo. La elasticidad que mide esto se denomina **Elasticidad Producto Factor** y se calcula de la siguiente forma:

$$E_{Y,L} = \frac{\frac{\Delta Y}{Y}}{\frac{\Delta L}{L}} = \frac{\frac{\Delta Y}{Y}}{\frac{\Delta L}{L}} = \frac{\Delta Y}{Y} \cdot \frac{L}{\Delta L}$$

Donde si este cambio es muy pequeño (tiende a cero), podemos verlo como la derivada quedando:

$$E_{Y,L} = \frac{\frac{\partial Y}{\partial L}}{\frac{Y}{L}} = \frac{PMg_L}{PMe_L}$$



2.1.5.- Isocuantas

Siguiendo con las funciones de producción, es interesante saber todas aquellas combinaciones de factores productivos que nos entregan la misma cantidad de producto final, dado que esto nos permitirá encontrar aquellas que nos sea más beneficiosa. Aquellas curvas que muestran todas las combinación es de factores que generan el mismo nivel de producto se denominan **isocuantas**³.

Las isocuantas son el homologo en la teoría del productor de las curvas de indiferencia, y como tales tienen formas determinadas que depende de la estructura de la función de producción. La pendiente de las isocuantas se denomina **Tasa Marginal de Sustitución Técnica** y se define como:

$$TMgST_{L,K} = \frac{\frac{\partial f(L,K)}{\partial L}}{\frac{\partial f(L,K)}{\partial K}} = \frac{PMg_L}{PMg_K}$$

2.1.6.- Elasticidad de Sustitución

Cada función de producción tiene implícita un nivel de sustitución entre los factores productivos, y por lo tanto, es importante tener esta magnitud en cuenta. Para esto definiremos la **Elasticidad de Sustitución** de la siguiente forma:

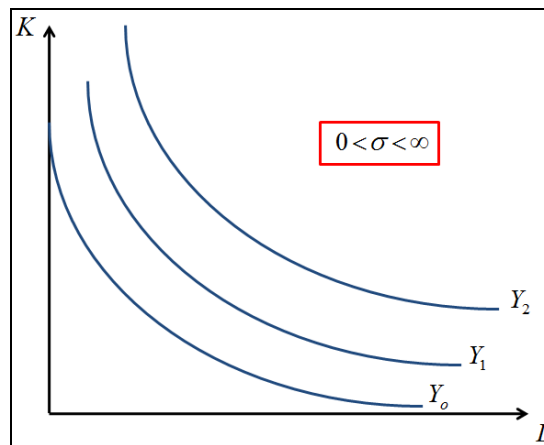
$$\sigma_{L,K} = \frac{\Delta\% \left(\frac{K}{L} \right)}{\Delta\% TMgST_{L,K}}$$

Es decir, la elasticidad de sustitución nos indica que grado de sensibilidad tiene la relación usada de trabajo y capital, cuando varia la tasa marginal de sustitución técnica. Gráficamente se ve en la curvatura de las isocuantas, de forma que mientras más planas sean mayores son los grados de sustitución, y mientras más curvas sean menores son los grados de sustitución. A continuación veremos las isocuantas que generan las siguientes funciones con los rangos de elasticidad de sustitución que tienen.

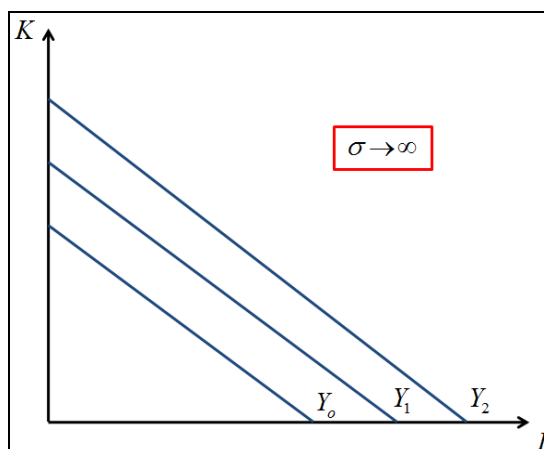
³ Es decir, igual cantidad.



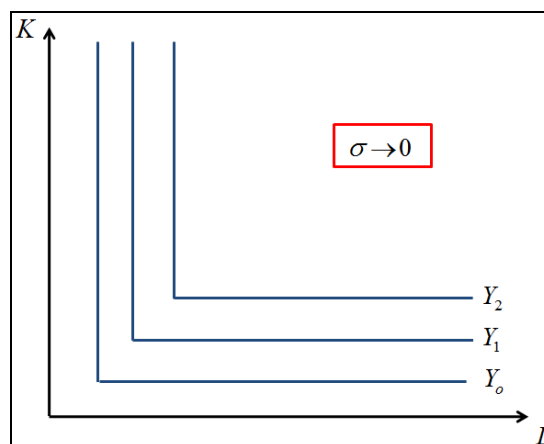
Las funciones **Cobb-Douglas** generan las siguientes isocuantas:



Las funciones **Sustitutos Perfectos** generan las siguientes isocuantas:



Las funciones **Leontief** generan las siguientes isocuantas:





Donde vemos que se sigue la intuición que teníamos al definir las funciones, dado que la función Cobb-Douglas tiene una elasticidad de sustitución intermedia, la función de Sustitutos Perfectos tiene una elasticidad de sustitución que tiende a infinito (esto dado que sus factores pueden sustituirse perfectamente sin generar perdidas de producto) y la función Leontief tiene una elasticidad de sustitución que tiende a cero (esto dado que sus factores son perfectos complementos y se requiere una proporción fija de ellos para poder producir).

2.1.7.- Rendimientos a Escala

Supongamos ahora, que la empresa que estamos estudiando está pensando aumentar ambos factores productivos en una proporción λ . En este escenario podemos preguntarnos qué ocurrirá con la producción total, ¿Aumentará en mayor proporción a λ ?, ¿Aumentará en igual proporción a λ ?, o ¿Aumentará en menor proporción a λ ?

Esta pregunta es lo que pretenden responder los **Rendimientos a Escala** y pueden darse tres tipos de situaciones:

- Si la producción aumenta en mayor proporción que λ , diremos que estamos en presencia de **Rendimientos Crecientes a Escala**. Matemáticamente se definen por:

$$f(\lambda L, \lambda K) > \lambda f(L, K)$$

- Si la producción aumenta en menor proporción que λ , diremos que estamos en presencia de **Rendimientos Decrecientes a Escala**. Matemáticamente se definen por:

$$f(\lambda L, \lambda K) < \lambda f(L, K)$$

- Si la producción aumenta en igual proporción que λ , diremos que estamos en presencia de **Rendimientos Constantes a Escala**. Matemáticamente se definen por:

$$f(\lambda L, \lambda K) = \lambda f(L, K)$$



2.1.8.- Temporalidad en Economía

En economía usualmente hablamos de corto y largo plazo, sin definir bien a que nos referimos con eso. Formalmente en economía se habla de **corto plazo** cuando las funciones con las que estamos trabajando tienen **algún componente fijo**, y hablamos de **largo plazo** cuando las funciones con las que estamos trabajando tienen **todos sus componentes variables**.

Teniendo esto en cuenta definiremos la **función de producción de largo plazo**, como aquella donde podemos mover tanto el capital como el trabajo. Matemáticamente se define como:

$$f^{LP}(L, K) = f(L, K)$$

Mientras que la **función de producción de corto plazo** se define como aquella en donde solo podemos mover el nivel el nivel de trabajo que utilizamos. Matemáticamente se define como:

$$f^{CP}(L, K) = f(L, \bar{K})$$

¿Porqué el trabajo se puede mover y no el capital?. Este supuesto se hace basándose en que es más fácil cambiar la planta de trabajadores de una empresa a cambiar la estructura del capital, es decir, es más fácil contratar o despedir trabajadores a aumentar o disminuir el tamaño de la fábrica.



2.2.- Función de Costos

Ahora que ya sabemos cómo funciona la estructura productiva de las empresas, nos concentraremos en estudiar su estructura de costos. Para comenzar el análisis diremos que en esta estructura de costos consideraremos los **Costos Contables** y los **Costos de Oportunidad**. Por costos contables entendemos los costos directos asociados a las actividades de la empresa (como compras, arriendos y depreciaciones), mientras que por el costo de oportunidad entendemos el uso alternativo de los recursos (un trabajador no decide independizarse si el sueldo que recibe como empresario es menor a su sueldo como trabajador⁴).

Teniendo esto en cuenta, consideraremos que la empresa que estamos estudiando tiene una función de costos que se puede dividir en dos términos, un **Costo Variable** (C_V) y un **Costo Fijo** (C_F). Por costo variable entenderemos cualquier costo que varíe con el nivel de producción (Q), y por costo fijo entenderemos cualquier costo que no varíe con el nivel de producción. De esta forma, podemos expresar el **Costo Total** (C_T) como:

$$C_T(Q) = C_V(Q) + C_F$$

⁴ Para efectos de este curso consideraremos como costo de oportunidad cualquier **costo cuantificable**, es decir, no podemos pensar que la realización personal puede llevar a una persona a abrir una empresa, a pesar de que gane menos dinero que cuando era trabajador.



2.2.1.- Costo Marginal

Supongamos que tenemos un nivel dado de producción con una cantidad determinada de capital y trabajo, y decidimos aumentar en un delta la cantidad de producto (ΔL).

De esta forma, podemos definir el aumento de costo como:

$$\frac{\Delta C_T}{\Delta Q} = \frac{C_V(Q + \Delta Q) + C_F - C_V(Q) - C_F}{\Delta Q}$$

Que es equivalente a decir:

$$\frac{\Delta C_T}{\Delta Q} = \frac{C_V(Q + \Delta Q) - C_V(Q)}{\Delta Q}$$

Ahora bien, si este delta tiende a cero, nos topamos con la definición de derivada parcial. Y por lo tanto, podremos usar la derivada como principal herramienta para medir el costo marginal.

$$\lim_{\Delta Q \rightarrow 0} \frac{C_V(Q + \Delta Q) - C_V(Q)}{\Delta Q} = \frac{\partial C_T}{\partial Q} = CMg$$

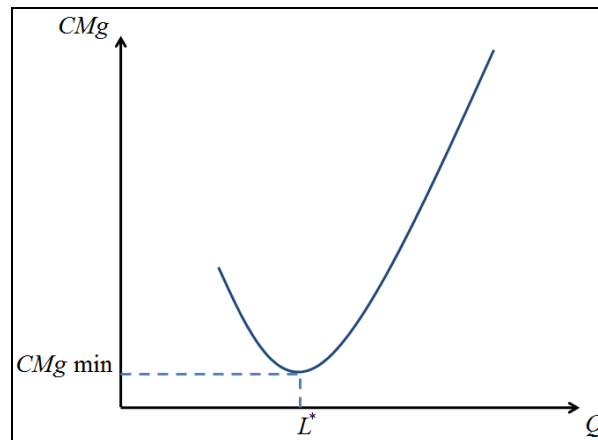
Notar además que la expresión que tiene el límite corresponde a la derivada del costo variable con respecto a la cantidad, y por lo tanto podemos concluir que el producto marginal se puede medir como:

$$CMg = \frac{\partial C_T}{\partial Q} = \frac{\partial C_V}{\partial Q}$$

Esto se debe a que aumentos de la cantidad aumentan el costo el variable y no el costo fijo (por sus respectivas definiciones).



En un comienzo el costo marginal cae, dado que cada factor adicional que agregamos produce cada vez más unidades (productividad marginal creciente), pero luego el costo marginal aumenta, dado que cada factor adicional produce cada vez menos unidades (productividad marginal decreciente debido a la ley de rendimientos decrecientes). Gráficamente:



Donde cabe destacar que el punto donde la productividad marginal es máxima (L^*) es el punto donde el costo marginal es mínimo.



2.2.2.- Costo Medio Total y Costo Medio Variable

Supongamos ahora que nos interesa saber el costo promedio que tiene para la empresa cada unidad que produce. Esto se denomina **Costo Medio Total** y se calcula como el promedio simple, es decir, el costo total dividido por la cantidad de unidades fabricadas. De esta forma, se define como:

$$CMeT = \frac{C_T(Q)}{Q} = \frac{C_V(Q) + C_F}{Q}$$

Por otro lado, podemos estar interesados en saber el costo promedio que tiene para la empresa cada unidad que produce, pero sin considerar el costo fijo. Esto se denomina **Costo Variable Total** y se calcula como el promedio simple, es decir, el costo variable dividido por la cantidad de unidades fabricadas. De esta forma, se define como:

$$CMeV = \frac{C_V(Q)}{Q}$$

Ahora bien, ¿Cuál es la forma gráfica que tienen estas curvas?. Para ello realizaremos un ejercicio similar al de los diferentes productos, y partiremos de una igualdad:

$$C_V(Q) = C_V(Q)$$

Que es equivalente a:

$$C_V(Q) = \frac{C_V(Q)}{Q} \cdot Q$$

Luego derivamos con respecto a Q, obteniendo:

$$\frac{\partial C_V(Q)}{\partial Q} = \frac{\partial \left(\frac{C_V(Q)}{Q} \cdot Q \right)}{\partial Q} = \frac{\partial \left(\frac{C_V(Q)}{Q} \right)}{\partial Q} \cdot Q + \left(\frac{C_V(Q)}{Q} \right) \cdot \frac{\partial Q}{\partial Q}$$

Ahora si cambiamos términos por sus definiciones, obtenemos:

$$CMg = \frac{\partial CMeV}{\partial Q} \cdot Q + (CMeV)$$

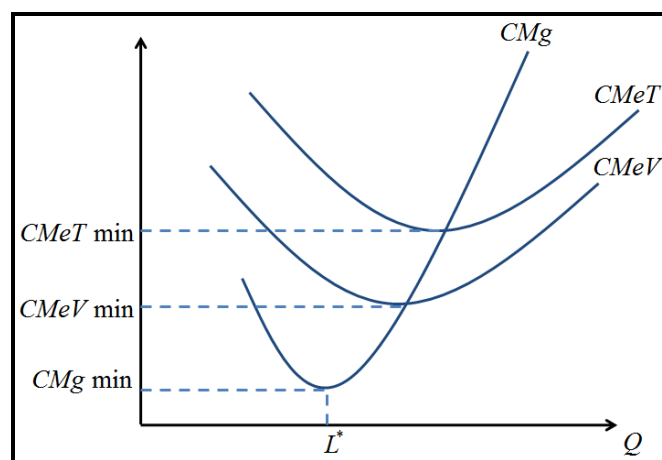


De la cual podemos obtener tres características:

- Si el costo medio variable es creciente $\left(\frac{\partial CMeV}{\partial Q} > 0\right)$, entonces la curva de costo medio variable esta bajo la curva de producto marginal ($CMg > CMeV$).
- Si el costo medio variable es decreciente $\left(\frac{\partial CMeV}{\partial Q} < 0\right)$, entonces la curva de costo medio variable esta sobre la curva de producto marginal ($CMg < CMeV$).
- Si el costo medio variable está en su mínimo $\left(\frac{\partial CMeV}{\partial Q} = 0\right)$, entonces la curva de costo medio variable es igual a la curva de producto marginal ($CMg = CMeV$).

Adicionalmente sabemos que la curva de costo medio total es similar a la de costo medio variable, solo que esta tiene sumado el costo fijo, el cual a medida que aumentan las unidades cada vez se hace más pequeño. De anterior podemos deducir que el costo medio total siempre será mayor al costo medio variable pero serán cada vez más parecidos.

Entonces, teniendo todo esto en cuenta determinamos que el gráfico es de la forma:



Dado que las características del costo medio total son similares a las del costo medio variable, este también será cortado por el costo marginal en su mínimo.



2.2.3.- Función de Costos de Corto y Largo Plazo

Al igual que con las funciones de producción, existen funciones de costos de corto y de largo plazo. La **función de costos de corto plazo** es aquella que tiene algún componente fijo, que en este caso será el costo fijo, mientras que la **función de costos de largo plazo** es aquella que tiene todo variable, y por lo tanto, no tendrá costo fijo, lo que implica, que considerará solo costos variables.

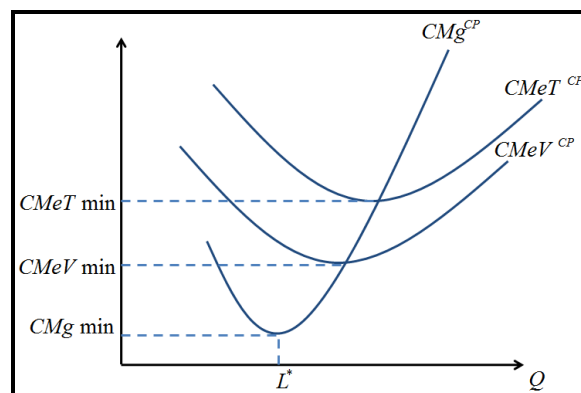
De esta forma, matemáticamente la función de costos de corto plazo la escribiremos como:

$$C_T^{CP}(Q) = C_V^{CP}(Q) + C_F^{CP}$$

Mientras que la función de costos de largo plazo la escribiremos como:

$$C_T^{LP}(Q) = C_V^{LP}(Q)$$

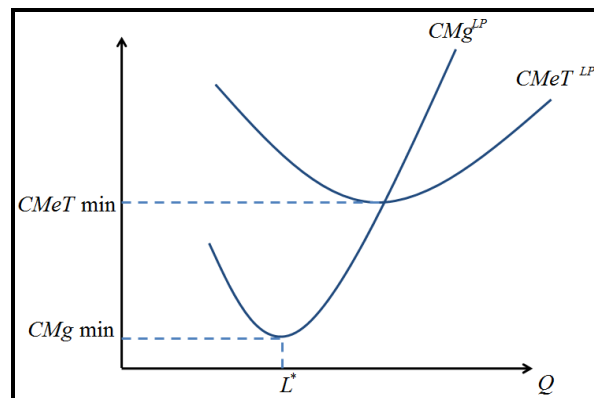
Donde la gráfica de la función de costos de costo plazo corresponde a:



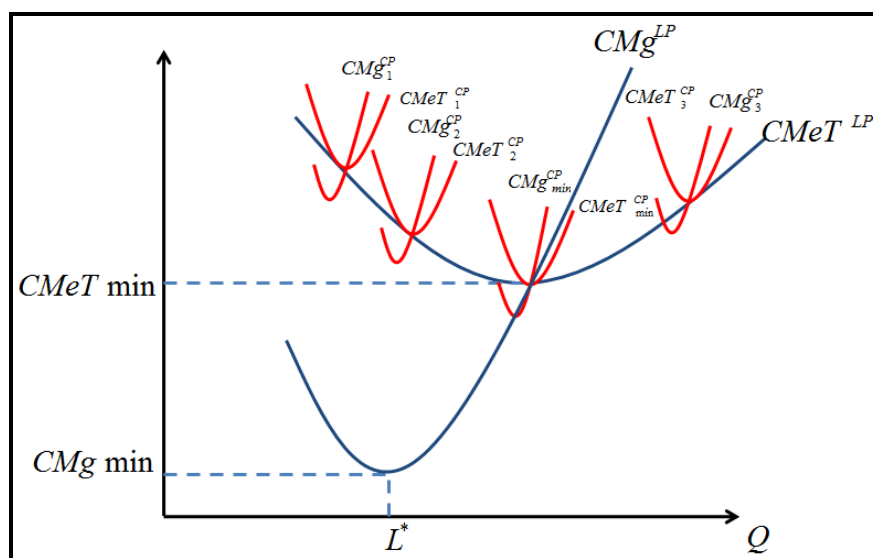
Adicionalmente diremos que la función de costos de corto plazo representa un nivel dado de tecnología para un tiempo determinado. Esto implica que para distintos periodos de tiempo tendremos distintos niveles de costos.



Donde la gráfica de la función de costos de largo plazo corresponde a:



Adicionalmente diremos que la función de costos de largo plazo es la **envolvente** de las funciones de corto plazo, es decir, que la función de costos de largo plazo es tangente a todas las funciones de costos de corto plazo, siendo en particular, tangente en el punto mínimo de la función de costos de corto plazo mínima. Gráficamente:



Notar además que el costo marginal de corto plazo mínimo no coincide con el costo marginal de largo plazo en todos los puntos. Por otro lado, diremos que aquellas curvas de Costos Medios a la izquierda de la curva de $CMeT_{min}^{CP}$ se denominan **Economías de Escala**, mientras que aquellos a la derecha se denominan **Deseconomías de Escala**.



2.3.- Maximización de Beneficios

Ahora que ya hemos definido los conceptos de función de producción y función de costos, podemos continuar nuestro análisis y avanzar sobre la maximización de beneficios de una empresa.

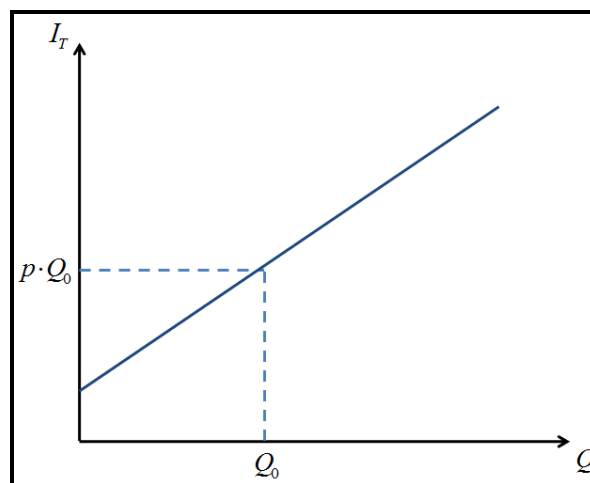
Como es intuitivo, los beneficios de una empresa son el resultado de todos los ingresos menos todos los costos. Por un lado sabemos que los ingresos totales dependen de la cantidad vendida (que asumiremos que es igual a la producida), y por el otro lado sabemos que los costos totales dependen de la cantidad producida. Teniendo esto en cuenta, podemos definir beneficios como:

$$\pi_T(Q) = I_T(Q) - C_T(Q)$$

Además sabemos que los **ingresos totales** tienen una forma lineal, esto dado que los ingresos totales son el resultado de la multiplicación del precio del bien por su cantidad vendida, es decir:

$$I_T(Q) = p \cdot Q$$

Esto genera el siguiente gráfico:

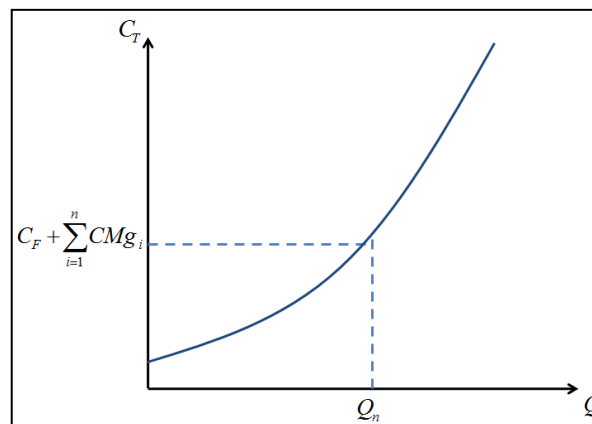




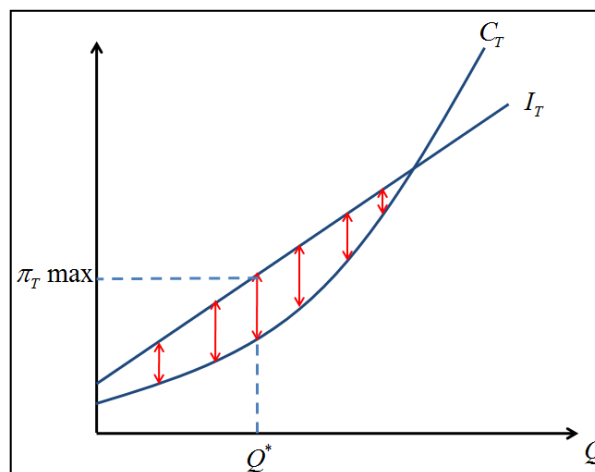
Con respecto a los **costos totales** sabemos que tienen una forma exponencial, esto dado que los costos totales son el resultado de la suma de los costos fijos (si estamos en el corto plazo) más la suma de los costos marginales, los cuales sabemos van subiendo debido a la ley de rendimientos marginales decrecientes. Es decir:

$$C_T(Q) = C_F + \sum_{i=1}^n CMg_i$$

Esto genera el siguiente gráfico:



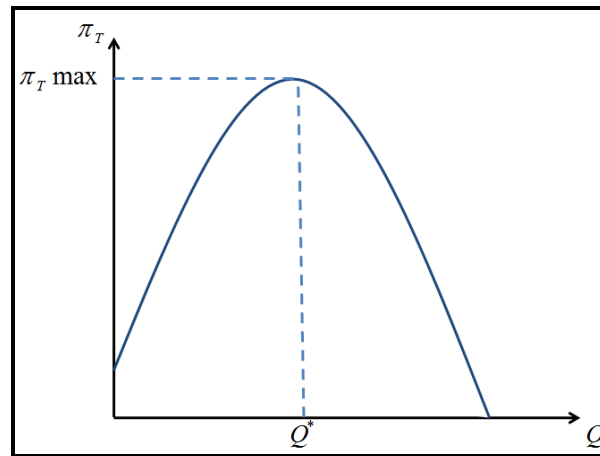
Con esto, podemos determinar que la curva de **beneficios totales** es la diferencia entre ambas curvas. La cual va a tener la siguiente forma:



Donde vemos que en un comienzo los beneficios totales crecen alcanzando un máximo y luego decrecen.



Si generamos un gráfico de beneficios totales contra cantidad vendida obtenemos la siguiente forma:



La forma de la curva de beneficios totales es fundamental para nuestro análisis, dado que tiene que ser de forma cóncava para poder ser maximizada. En este caso obtuvimos una función cóncava, por lo que podremos maximizarla.

Entonces, para maximizar la función de beneficios totales primero expresamos la función de beneficios totales:

$$\pi(Q)_T = I_T(Q) - C_T(Q)$$

Luego derivamos con respecto a la cantidad e igualamos a cero:

$$\frac{\partial \pi(Q)_T}{\partial Q} = \frac{\partial [I_T(Q) - C_T(Q)]}{\partial Q} = 0$$

Lo que es equivalente a:

$$\frac{\partial [I_T(Q)]}{\partial Q} - \frac{\partial [C_T(Q)]}{\partial Q} = 0$$

Donde obtenemos:

$$\frac{\partial [I_T(Q)]}{\partial Q} = \frac{\partial [C_T(Q)]}{\partial Q}$$



Ahora, se vemos el termino de la derecha vemos que es la definición de costo marginal, mientras que si vemos el termino de la izquierda veremos que es el **ingreso marginal**, es decir, como cambia el ingreso total cuando cambia la cantidad vendida.

Reemplazando estos conceptos obtenemos:

$$IMg = CMg$$

Lo que nos dice que las empresas deberán vender bienes hasta que el ingreso marginal percibido de su venta sea equivalente a su costo marginal. Esta condición será la condición de maximización de beneficios para cualquier empresa.

2.4.- Mercado de Factores

Adicionalmente a la pregunta de hasta cuando producir para maximizar beneficios, las empresas deben responder la pregunta de hasta cuando contratar factores productivos. En este contexto volveremos a pensar que la empresa tiene las opciones de contratar trabajo o capital. Adicionalmente supondremos que el costo del trabajo es un salario w , mientras que el costo del capital es un costo de oportunidad⁵ de r .

De esta forma, los beneficios de la empresa están dados por lo que producimos por su precio, menos los costos del trabajo del trabajo y el capital. Es decir:

$$\pi(L, K) = p \cdot f(L, K) - w \cdot L - r \cdot K$$

Donde sí queremos encontrar la cantidad óptima de trabajo debemos derivar con respecto al trabajo. Donde obtenemos:

$$\frac{\partial \pi(L, K)}{\partial L} = p \cdot \frac{\partial f(L, K)}{\partial L} - w$$

Y ahora igualamos a cero, obteniendo:

$$p \cdot \frac{\partial f(L, K)}{\partial L} - w = 0$$

⁵ Se puede interpretar r como lo que se recibiría si se pone el capital en el banco a una determinada tasa de interés



Donde llegamos a la siguiente condición:

$$p \cdot \frac{\partial f(L, K)}{\partial L} = w$$

Si nos fijamos en la derivada de la izquierda, veremos que es la definición del producto marginal del trabajo, por lo que la condición se puede escribir como:

$$p \cdot PMg_L = w$$

Por lo tanto, el nivel de trabajo óptimo es aquel en donde el **valor del producto marginal** (la expresión de la izquierda) es equivalente al trabajo, es decir, el trabajador produce su salario.

De forma análoga, para determinar el nivel de capital óptimo, debemos derivar por el capital. Donde obtenemos:

$$\frac{\partial \pi(L, K)}{\partial K} = p \cdot \frac{\partial f(L, K)}{\partial K} - r$$

Y ahora igualamos a cero, obteniendo:

$$p \cdot \frac{\partial f(L, K)}{\partial K} - r = 0$$

Donde llegamos a la siguiente condición:

$$p \cdot \frac{\partial f(L, K)}{\partial K} = r$$

Si nos fijamos en la derivada de la izquierda, veremos que es la definición del producto marginal del capital, por lo que la condición se puede escribir como:

$$p \cdot PMg_K = r$$

Por lo tanto, el nivel de capital óptimo es aquel en donde el **valor del producto marginal** (la expresión de la izquierda) es equivalente al costo de oportunidad, es decir, el capital produce su costo de oportunidad.



3.- Modelo de Competencia Perfecta

Ahora que ya hemos adquirido los conocimientos básicos de la maximización de beneficios, podemos analizar empresas en distintos tipos de contextos, y de esta forma, determinar cuál será su **curva de oferta** (recordemos que este es el objetivo de la teoría del productor). En este sentido, diremos que hay tres contextos de competencia: Competencia Perfecta, Competencia Oligopólica y Competencia Monopólica. Para efectos de este curso estudiaremos solo la competencia perfecta y la competencia monopólica, dado que la competencia oligopólica requiere de otros conocimientos más avanzados que se verán en los próximos cursos.

3.1.- Supuestos de MCP

El Modelo de Competencia Perfecta posee los siguientes supuestos para comenzar su análisis:

- Hay n empresas idénticas, donde ninguna tiene poder de mercado en la industria. Esto quiere decir que las empresas deberán aceptar el precio de mercado de su producto (p), es decir, son **precio aceptantes**.
- Las empresas **no tienen poder de mercado en el mercado de factores productivos**. Es decir, todas las empresas tendrán los mismos precios para sus factores productivos (capital y trabajo), y de esta forma, ninguna empresa logrará alguna ventaja en costos.
- Existe **libre entrada y salida** de empresas en la industria. Esto significa que aquellas empresas que estimen conveniente salir del mercado pueden hacerlo, mientras aquellas que encuentren beneficioso entrar también podrán hacerlo.
- Todas las empresas producen **un mismo bien, el cual es totalmente reproducible y divisible**. Esto facilita nuestro análisis, dado que nos permite centrarnos en un mercado en específico.
- Todas las empresas tienen una estructura de costos tal, que $CMe_{\min}^{CP} = CMe^{LP}$. Esta condición impone que la industria completa tenga la estructura de precios más eficiente de corto plazo, es decir, ninguna empresa tiene incentivos a



cambiar su estructura productiva para ser más competitiva, dado que no se puede ser más competitivo.

3.2.- Maximización de Beneficios

Teniendo los supuestos en cuenta, recordemos que una empresa cualquiera, maximiza beneficios cuando el costo marginal de la última unidad producida es equivalente al ingreso marginal que recibe por ella⁶, es decir:

$$IMg = CMg$$

Pero en este caso, el ingreso que se recibe por una unidad adicional del bien es una constante: el precio p . Esto se debe a que no importa cuántas unidades venda la empresa, siempre se recibirá a cambio el precio de su venta, el cual está determinado por el mercado. Entonces, podemos decir que en competencia perfecta la condición de óptimo es:

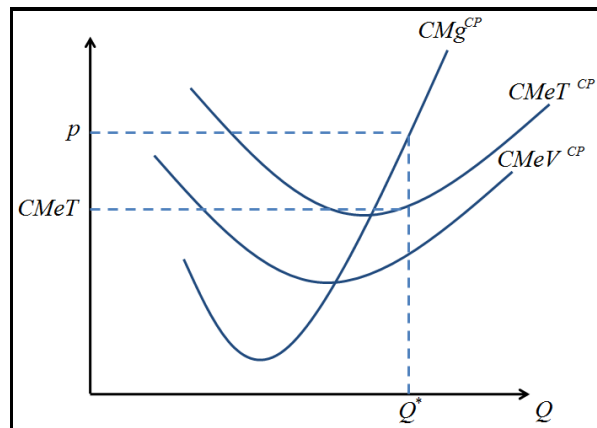
$$p = CMg$$

De esta forma, para saber cuántas unidades venderá la empresa dado un precio p , basta que veamos la intersección de ese precio con la curva de costo marginal. De esta forma, el ingreso total será la multiplicación del precio por la cantidad óptima. Adicionalmente, el costo medio total de estas unidades está dado por la intersección entre la cantidad que se produce y el costo medio total. Esto conlleva que el costo total será la multiplicación del costo medio total por la cantidad óptima.

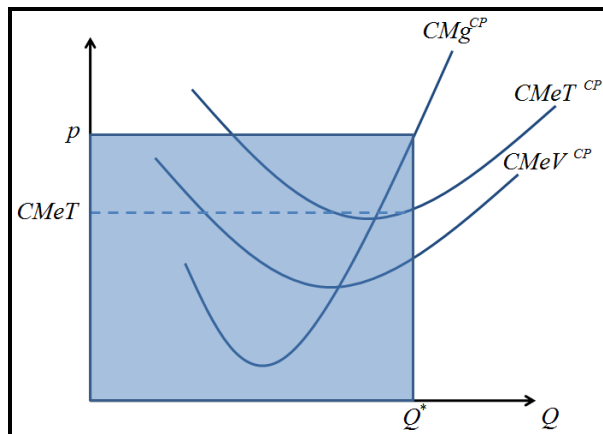
⁶ Muchos alumnos tienden a pensar que esto no tiene sentido para la empresa, dado que queda indiferente entre vender esta unidad o no. Sin embargo esto no es así, dado que recordemos que la estructura de costos considera el costo de oportunidad de los factores y este debe ser pagado, ya que si no se vende esa unidad, la empresa perderá dinero.



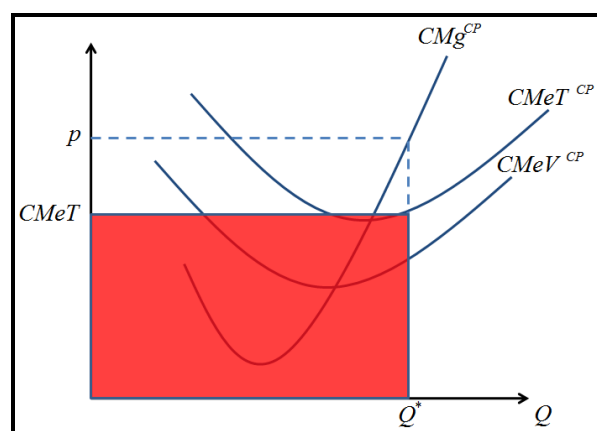
Gráficamente, para el caso de una empresa que esté en el corto plazo⁷:



Donde los beneficios ingresos están representados por el área azul a continuación:



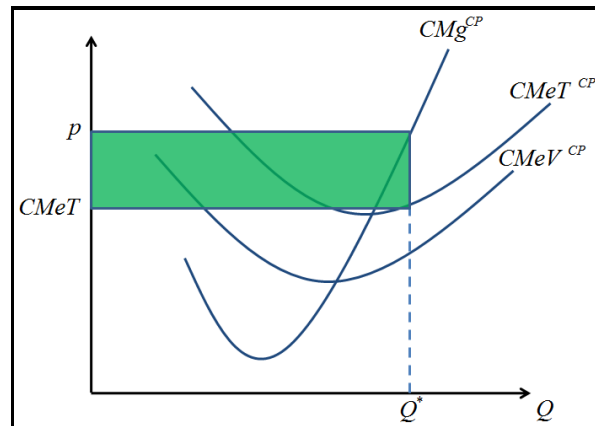
Mientras que los costos están representados por el área roja a continuación:



⁷ Este tipo de análisis es igual en corto y largo plazo. Solo importa la curva de $CMeT$.



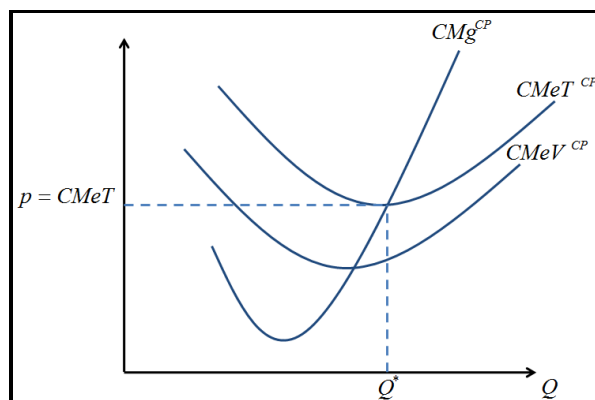
De esta forma, los beneficios totales quedan representados por el área verde a continuación:



En este gráfico vemos que una forma directa de encontrar los beneficios de la empresa es restar el precio con el costo medio total, y este resultado multiplicarlo por la cantidad que la empresa decidió vender.

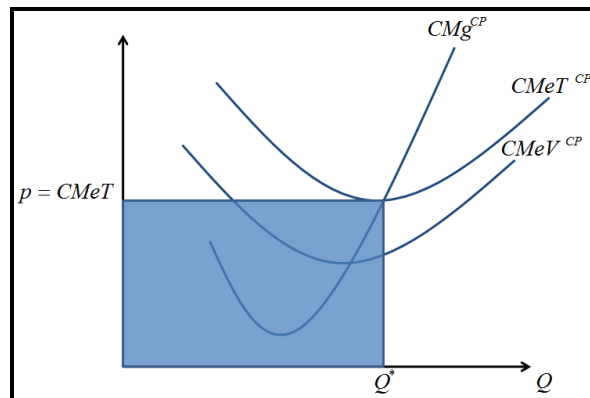
3.3.- Decisiones de Cierre y Curva de Oferta

En el caso anterior nos dimos un precio arbitrariamente, el cual generaba utilidades, ¿Pero hay precios que generen pérdidas?. La respuesta es sí, todos aquellos precios que estén bajo el costo medio total mínimo generarán pérdidas para la empresa. Para analizar esto comencemos viendo que ocurre cuando el precio es el costo medio total mínimo. Gráficamente:

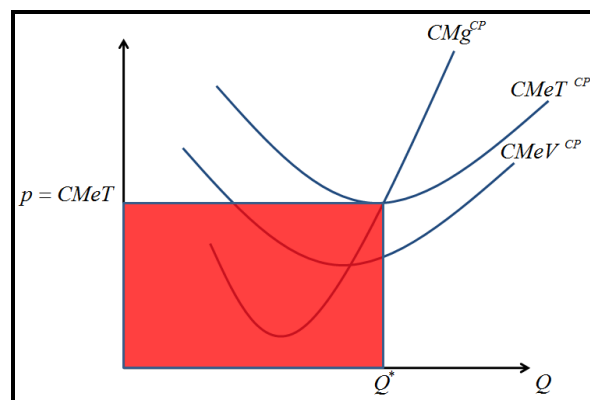




De esta forma, los ingresos están dados por:

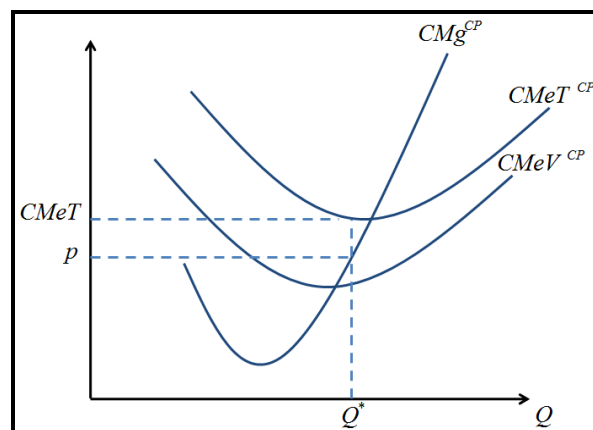


Mientras que los costos están dados por:



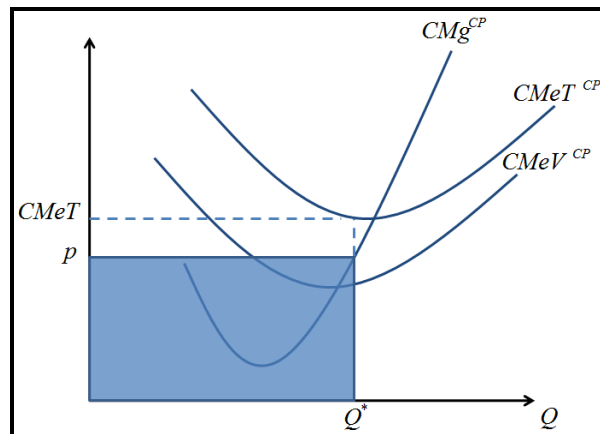
De lo cual, podemos concluir que no hay beneficios cuando el precio es igual al costo medio total mínimo.

Veamos ahora que ocurre cuando el precio es menor a este punto. Gráficamente:

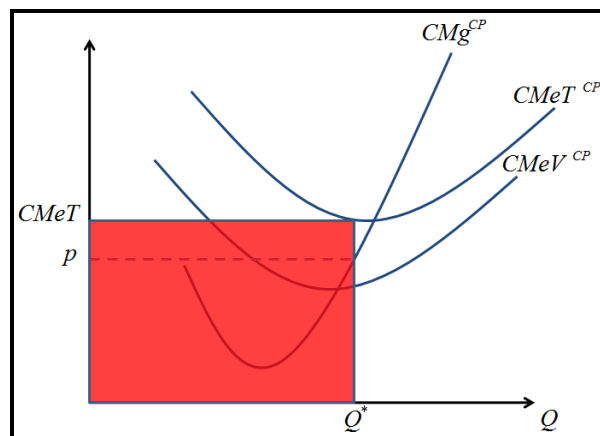




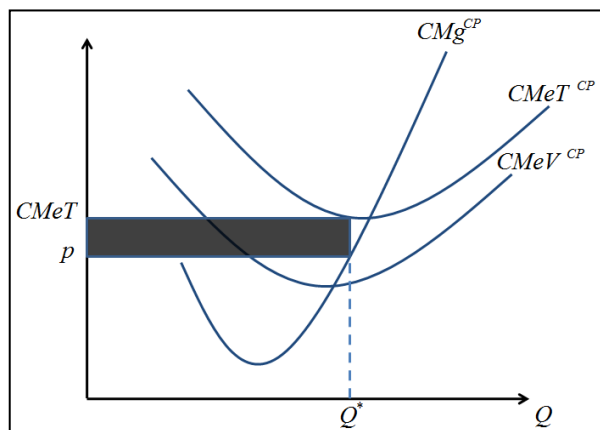
Vemos que los ingresos están dados por:



Mientras que los costos están dados por:



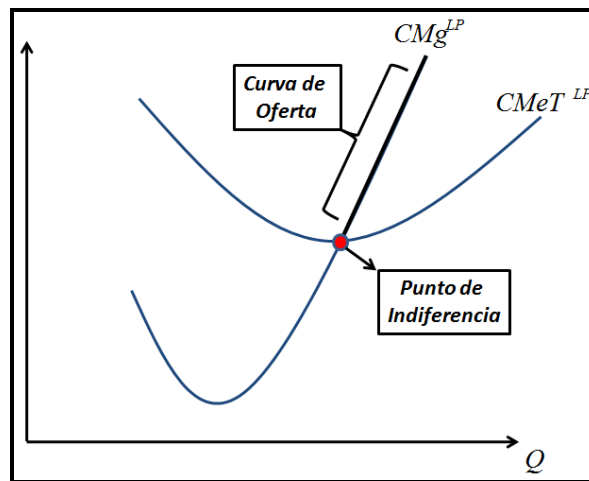
De esta forma, vemos que tenemos una pérdida representada por el área negra de:





¿Entonces cuando cierra una empresa?. Esta respuesta depende del tiempo en que estemos:

- En el **largo plazo** una empresa **cerrará cuando ya no pueda pagar sus costos totales**, es decir, a cualquier precio bajo el costo medio total mínimo la empresa cerrará. Por lo tanto, podemos decir, que la **curva de oferta de largo plazo** (es decir, donde la empresa *ofrece*), corresponde a todos aquellos puntos del costo marginal que están sobre el costo medio total mínimo. Gráficamente:



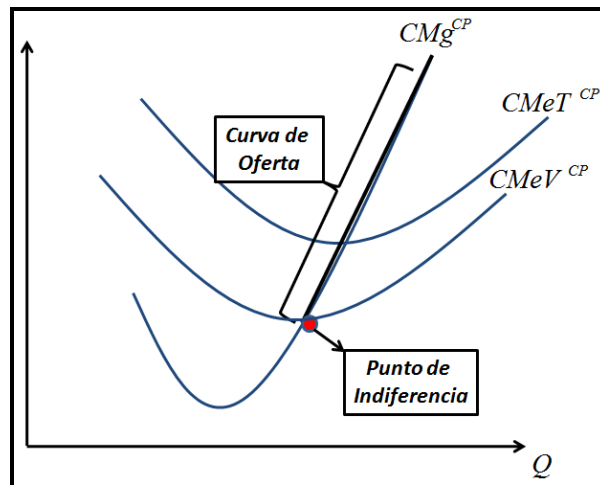
- En el **corto plazo** una empresa **cerrará cuando ya no pueda pagar sus costos variables**, es decir, a cualquier precio bajo el costo variable medio mínimo la empresa cerrará. Esto se debe a que en el corto plazo la empresa tiene costos fijos (los cuales tiene que pagar esté abierta o cerrada la empresa, como el arriendo), y por lo tanto le convendrá producir mientras pague una parte de estos costos fijos.

Supongamos el siguiente ejemplo: Jorge tiene una tienda de empanadas de pino por la cual paga un arriendo de \$300.000. Si él no produce empanadas pierde \$300.000. Sin embargo, si él produce empanadas sabe que luego de pagar los costos de estas (sus costos variables) le quedan \$250.000, y por lo tanto, luego de pagar el arriendo sólo pierde \$50.000, de lo cual concluimos que le conviene abrir su tienda. ¿Qué ocurre si en vez de que le queden \$250.000 pierde \$100.000, es decir, no alcanza a pagar el costo de sus empanadas?, si ocurre esto



es mejor que cierre su tienda, dado que si cierra perderá \$300.000, mientras que si no cierra perderá \$400.000.

Por lo tanto, podemos pensar que la **curva de oferta de corto plazo** corresponde a todos aquellos puntos del costo marginal sobre el costo medio variable mínimo. Gráficamente:

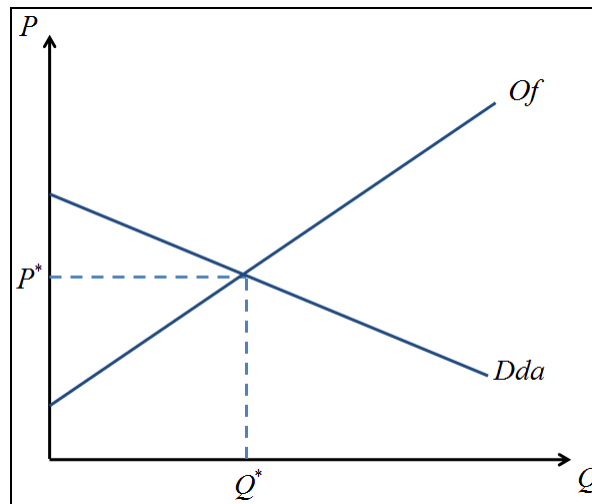




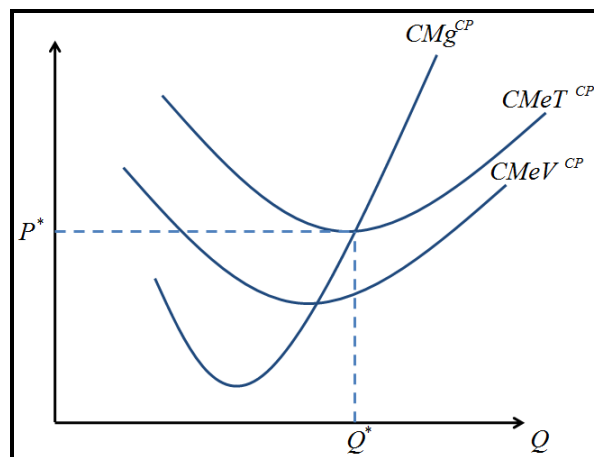
3.4.- Oferta de Mercado de Largo Plazo

Ahora que ya sabemos cómo se comporta la oferta individual de cada empresa en el tiempo, nos podemos preguntar cómo se comportará en el agregado en el largo plazo. Para ver esto supongamos el siguiente ejemplo:

- En un comienzo nos encontramos en un mercado que está equilibrado, es decir, que la oferta es igual a la demanda y los beneficios de las empresas son iguales a cero. Gráficamente el mercado en general está representado por:

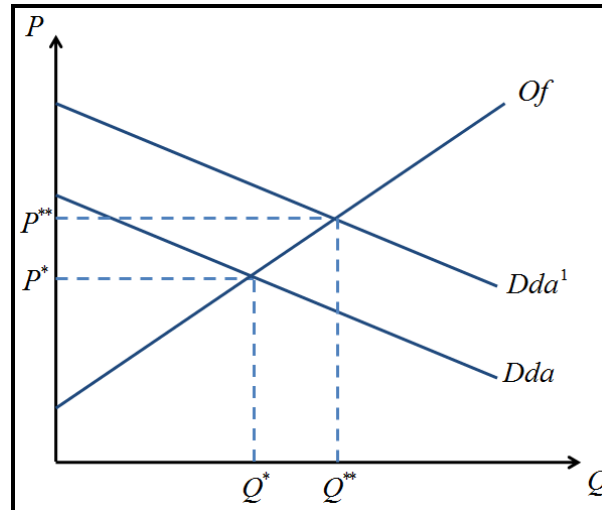


Mientras que cada empresa tiene una situación representada por:

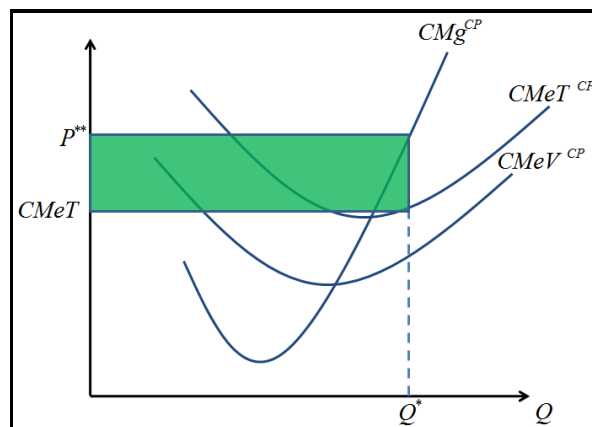




Supongamos ahora que debido a un cambio en el precio de un bien sustituto la demanda del bien en cuestión aumenta, generando la siguiente situación en el mercado en general:

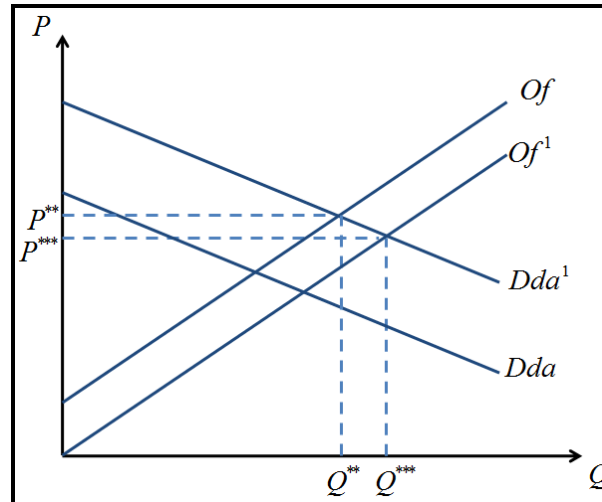


Lo que provoca que suba el precio de equilibrio, generando que ahora las empresas tengan beneficios. Gráficamente:

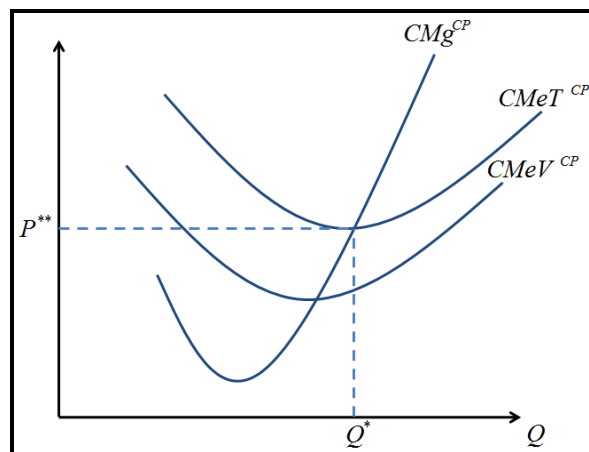




Pero como sabemos, esta situación genera incentivos a que entren más empresas al mercado, aumentando la oferta en el mercado. Generando la siguiente situación:



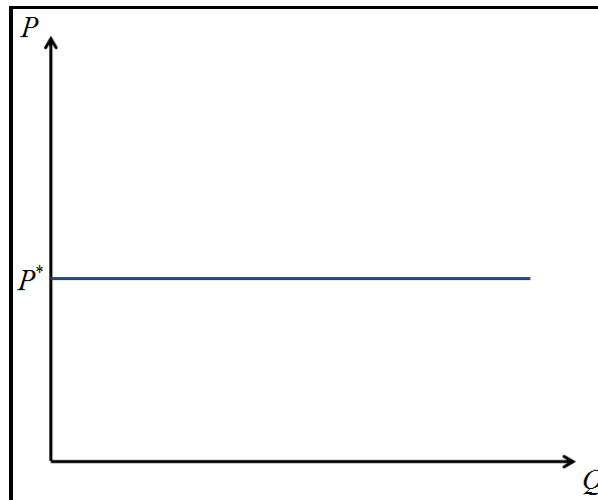
Lo que disminuirá el precio hasta que ya no quieran entrar mas empresas, generando nuevamente la situación de beneficios iguales a cero.



En caso contrario, si disminuye la demanda del bien, bajará el precio de equilibrio, lo que hará que las empresas tengan pérdidas, saliendo del mercado. El análisis gráfico queda propuesto.



De esta forma, podemos concluir que la **oferta de mercado de largo plazo** estará definida por el precio que hace que las empresas no tengan beneficios, es decir, la oferta de mercado de largo plazo es una oferta completamente elástica. Gráficamente:





4.- Modelo de Competencia Monopólica

Ahora que ya conocemos los conceptos de la competencia perfecta, podemos irnos al otro caso extremo que es la competencia monopolística, donde estudiaremos a un agente que denominaremos **monopolista**.

4.1.- Supuestos de MCM

El modelo de competencia monopolística considera los siguientes supuestos:

- Hay solo **una empresa** en el mercado. Esto quiere decir que esta empresa **puede decidir el precio o la cantidad** que fabrica del bien, aunque no ambas, dado que **enfrenta una demanda**.
- La empresa **no tiene poder de mercado en el mercado de factores productivos**. Es decir, el poder de mercado de esta empresa se limita al mercado de su producción.
- **No existe libre entrada y salida** de empresas en la industria. Esto significa que aquellas empresas que deseen entrar al mercado no podrán hacerlo. Esto en el mundo real se puede asegurar a través de leyes.
- La empresa produce **un mismo bien, el cual es totalmente reproducible y divisible**. Esto facilita nuestro análisis, dado que nos permite centrarnos en un mercado en específico.

4.2.- Maximización de Beneficios

Como vimos anteriormente, las empresas maximizan beneficios cuando el ingreso de la última unidad vendida equivale exactamente a su costo de producción, es decir:

$$IMg = CMg$$

Pero en este caso, los ingresos totales de la empresa se pueden representar por:

$$IT = P \cdot Q(P)$$

O bien como:

$$IT = P(Q) \cdot Q$$



Esto debido a que la empresa puede fijar el precio o la cantidad a producir, pero la otra variable la fija la demanda por el bien, esto debido a que el monopolista enfrenta una demanda por su bien. Esta situación es la que evita que el monopolista pueda cobrar precios demasiado altos por cantidades muy altas de un bien.

Para efectos de este curso diremos que el monopolista fija la cantidad del bien. Teniendo esto en cuenta, el ingreso marginal del monopolio queda definido como la derivada con respecto a la cantidad de la segunda ecuación. Es decir:

$$\} IMg = P(Q) + Q \cdot \frac{\partial P}{\partial Q}$$

Lo que es equivalente a:

$$IMg = P + \frac{Q}{P} \cdot \frac{\partial P}{\partial Q} \cdot P$$

Donde si factorizamos obtenemos:

$$IMg = P \cdot \left[1 + \frac{Q}{P} \cdot \frac{\partial P}{\partial Q} \right]$$

Donde el término $\frac{Q}{P} \cdot \frac{\partial P}{\partial Q}$ corresponde al inverso de la elasticidad precio. Entonces, podemos definir el ingreso marginal como:

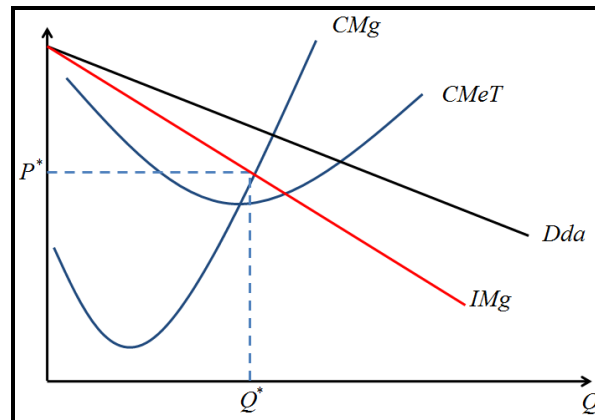
$$IMg = P \cdot \left[1 + \frac{1}{\xi_{P;Q}} \right]$$

De esta forma cuando estamos en competencia perfecta vemos que la elasticidad de la demanda es muy alta (tendiendo a infinito), lo que generará la condición de óptimo que habíamos determinado para ese tipo de competencia.

$$\lim_{\xi_{P;Q} \rightarrow \infty} IMg = \lim_{\xi_{P;Q} \rightarrow \infty} P \cdot \left[1 + \frac{1}{\xi_{P;Q}} \right] = P \Rightarrow IMg = P$$



Entonces recapitulando, el monopolio producirá hasta el punto donde su ingreso marginal sea igual a su costo marginal. Gráficamente:



Para dejar esto claro veamos supongamos una empresa que tiene los siguientes datos:

$$CT = 10Q$$

$$Q = 50 - 2P$$

De esta forma, vemos que el ingreso está determinado por:

$$IT = Q \left(25 - \frac{Q}{2} \right) = 25Q - \frac{Q^2}{2}$$

Y el ingreso marginal está determinado por:

$$IMg = 25 - Q$$

Y la cantidad óptima está determinada por:

$$IMg = CMg$$

$$25 - Q = 10$$

$$Q = 15$$

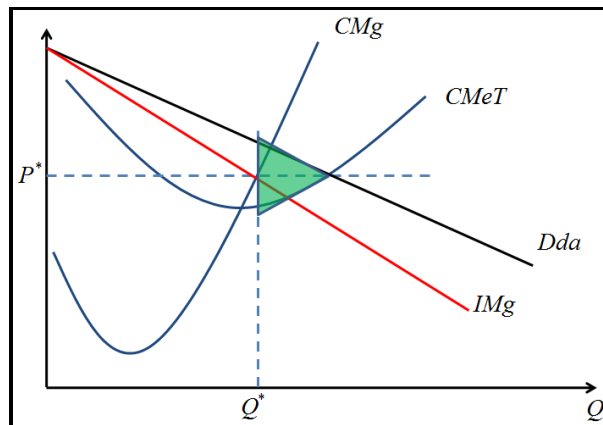
Donde el precio se obtiene de reemplazar la cantidad en la demanda, obteniendo:

$$P = 17,5$$



4.3.- Pérdida de Eficiencia Económica en Monopolios

A pesar de lo que popularmente se cree, económicamente el problema de los monopolios no es que cobran precios más altos que en competencia perfecta, sino que venden menos unidades, dicho de otra forma, se dejan de transar unidades que en otras circunstancias si se hubieran transado. Para ver esto, simplemente tenemos que comparar ambos equilibrios, obteniendo el siguiente gráfico:



Donde el área verde, representa gráficamente la pérdida de eficiencia económica que provoca el monopolio.



5.- Bibliografía

En la confección de los contenidos presentados, se usaron referencias de los siguientes libros de texto:

- Mankiw, G. (2007), *Principios de Economía*, Ed. Thompson
- Parkin, M. (2004), *Economía*, Ed. Pearson
- Samuelson, P. (1980), *Economía*, Ed. Mc Graw Hill
- Frank, R. (2005), *Microeconomía y Conducta*, Ed. Mc Graw Hill
- Perloff, J. (2004), *Microeconomía*, Ed. Pearson.
- Varian, H. (2006), *Microeconomía Intermedia, un enfoque actual*, Ed. Antoni Bosch.
- .Lang, S. (1976), *Cálculo I*, Ed. Fondo Educativo Interamericano.
- Chiang, A. (2006), *Métodos Fundamentales de Economía Matemática*, Ed. Mc Graw Hill

En la confección de los contenidos matemáticos presentados, se usaron referencias de los siguientes apuntes de clases:

- Vargas, M. (2011). *Principios de Optimización*, Departamento de Economía, Facultad de Economía y Negocios, Universidad de Chile.
- Felmer, P. – Jofré, A. (2011), *Apunte de Clase: Cálculo en Varias Variables*, Centro de Modelamiento Matemático, Departamento de Ingeniería Matemática, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile.

En la confección de los contenidos económicos presentados, se usaron referencias al siguiente conjunto de presentaciones en Microsoft Office Power Point:

- Leiva, F. (2008). *Paquetes de PPT Introducción a la Microeconomía*, Departamento de Economía, Facultad de Economía y Negocios, Universidad de Chile.