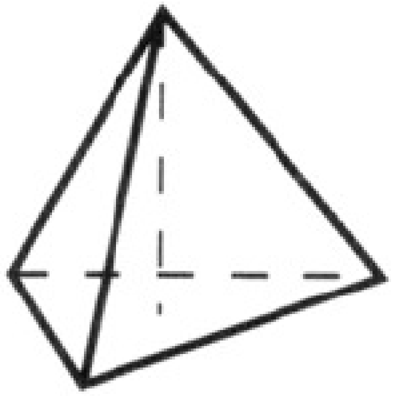
UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE ARQUITECTURA Y URBANISMO
ESCUELA DE PREGRADO - DEPARTAMENTO DE ARQUITECTURA

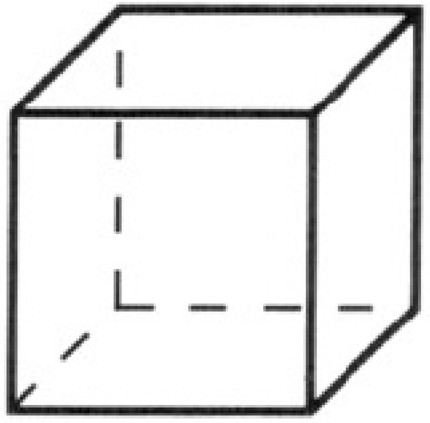
GEOMETRÍA

CONSTRUCCION DE VOLUMENES.

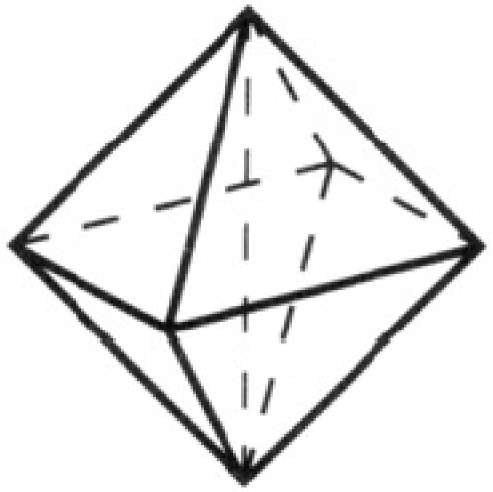
PROFESOR: ARQTO, MAGISTER. FERNANDO CONTRERAS O.
AYUDANTE: LICENCIADO ARQ. FELIPE VASQUEZ O.



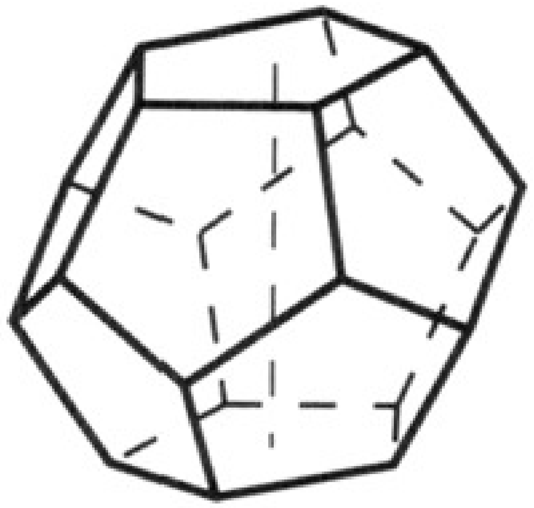
TETRAEDRO



HEXAEDRO



OCTAEDRO



DODECAEDRO

ICOSAEDRO

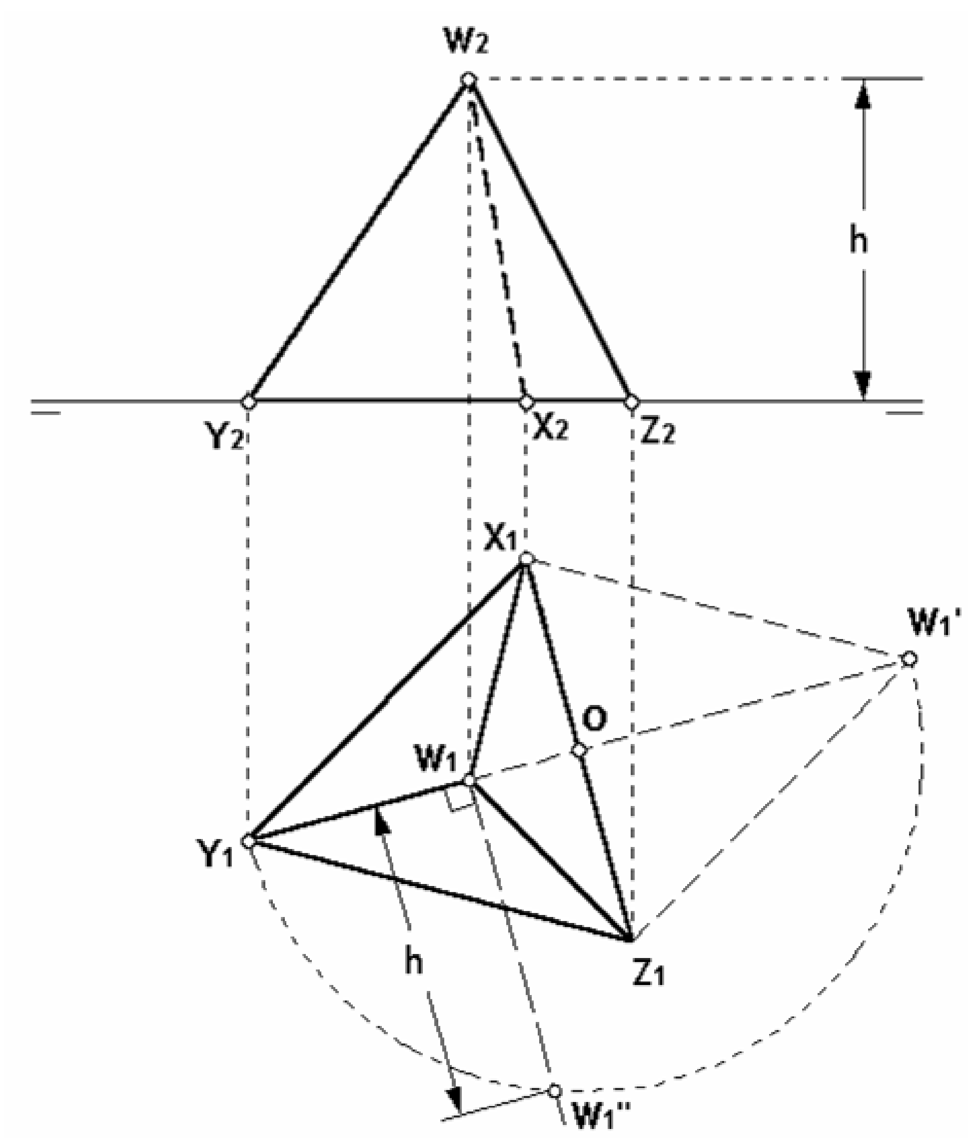
POLIEDROS REGULARES.

Se define como poliedro un cuerpo limitado por superficies poligonales planas. Dichos polígonos son caras del poliedro. Los lados de estos polígonos son las aristas y los vértices son también los vértices de los poliedros.

Lo que característica a los poliedros regulares es que posee las caras, las aristas y ángulos, respectivamente, iguales entre sí. Además, al pertenecer a la familia de los poliedros euclidianos cumplen con la siguiente relación:
"La suma de las caras y vértices es siempre igual al número de aristas más dos", es decir, caras + vértices = aristas + 2.

Existen sólo cinco poliedros regulares y son: tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro. Los elementos que los configuran están expuestos en el siguiente cuadro:

POLIEDRO	CARAS	VERTICES	ARISTAS	POLIGONO DE LAS CARAS
Tetraedro	4	4	6	Triángulo Equilátero
Hexaedro o Cubo	6	8	12	Cuadrado
Octaedro	8	6	12	Triángulo Equilátero
Dodecaedro	12	20	30	Pentágono
Icosaedro	20	12	30	Triángulo Equilátero

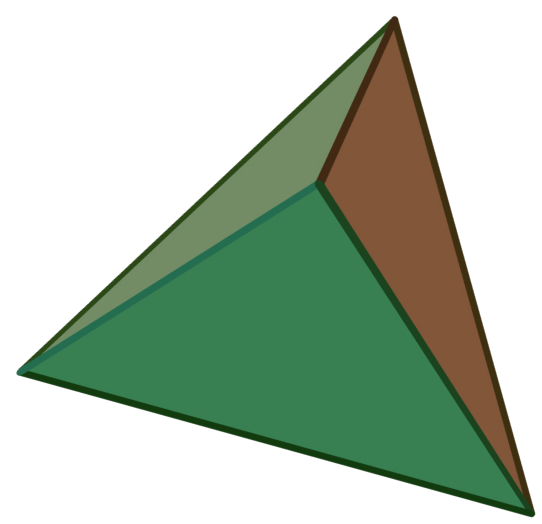


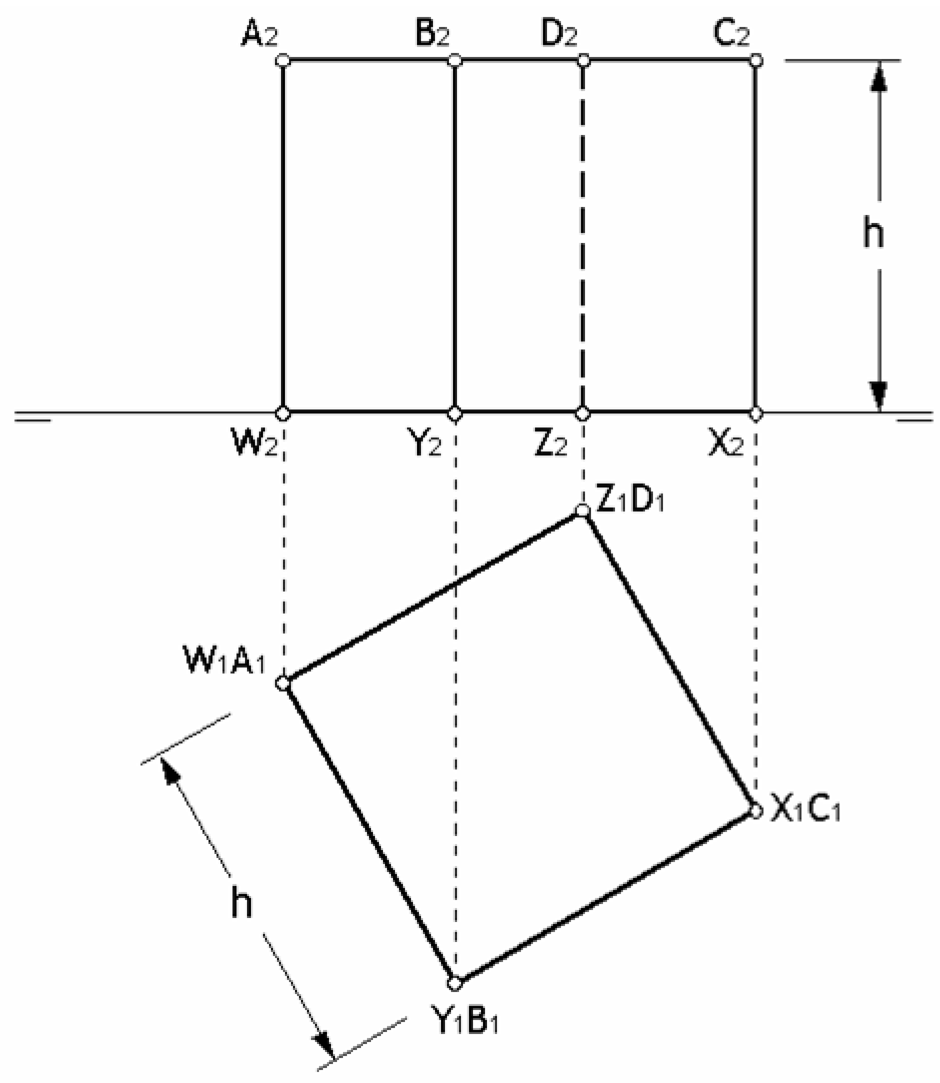
TETRAEDO.

Proyecciones de un tetraedro regular, apoyado en una de sus caras sobre el plano horizontal de proyección.

Desarrollo:

Sabiendo que una de sus caras pertenece al plano horizontal de proyección, el problema se reduce el obtener la altura del tetraedro. Se dibuja la base X1Y1Z1 del tetraedro en la proyección horizontal y mediante las bisectrices de los ángulos internos que forma los lados de la base, se ubica la cúspide W1 en el centro del triángulo. Para determinar la altura es necesario abatir una de las caras (ejemplo X1Z1W1) sobre el plano horizontal de proyección obteniendo un triángulo X1Z1W1'. Se traza la recta W1W1' definiendo el punto O en el lado X1Z1. Por W1 se levanta una perpendicular a W1W'. Con centro en O y radio OW1' se traza un arco que al cortar la perpendicular trazada por W1 se define la altura W1W1" = h.



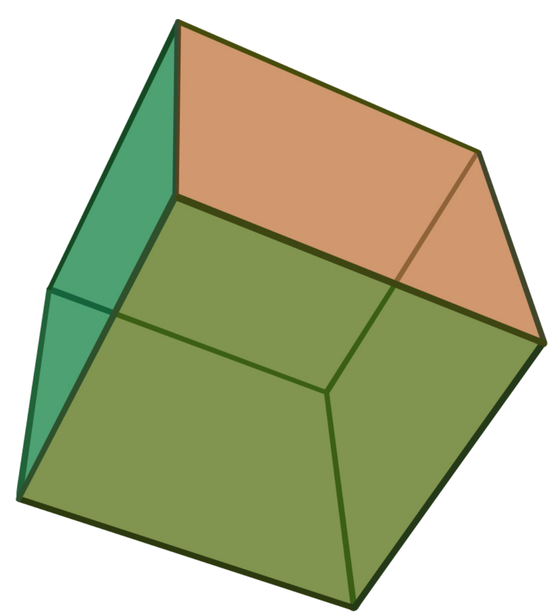


HEXAEDRO O CUBO

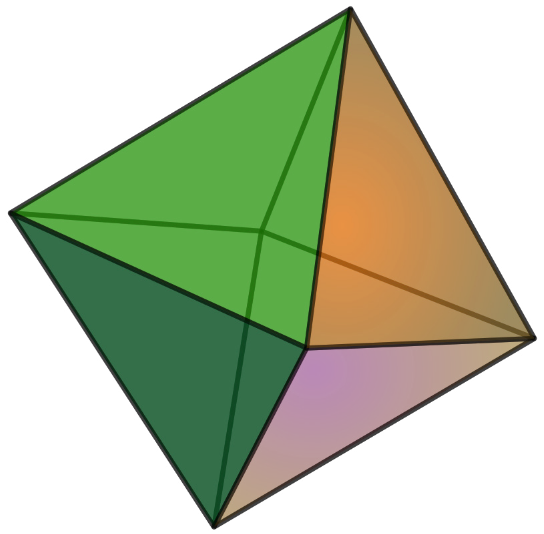
Proyecciones de un hexaedro apoyado en una de sus caras sobre el plano horizontal de proyección.

Desarrollo:

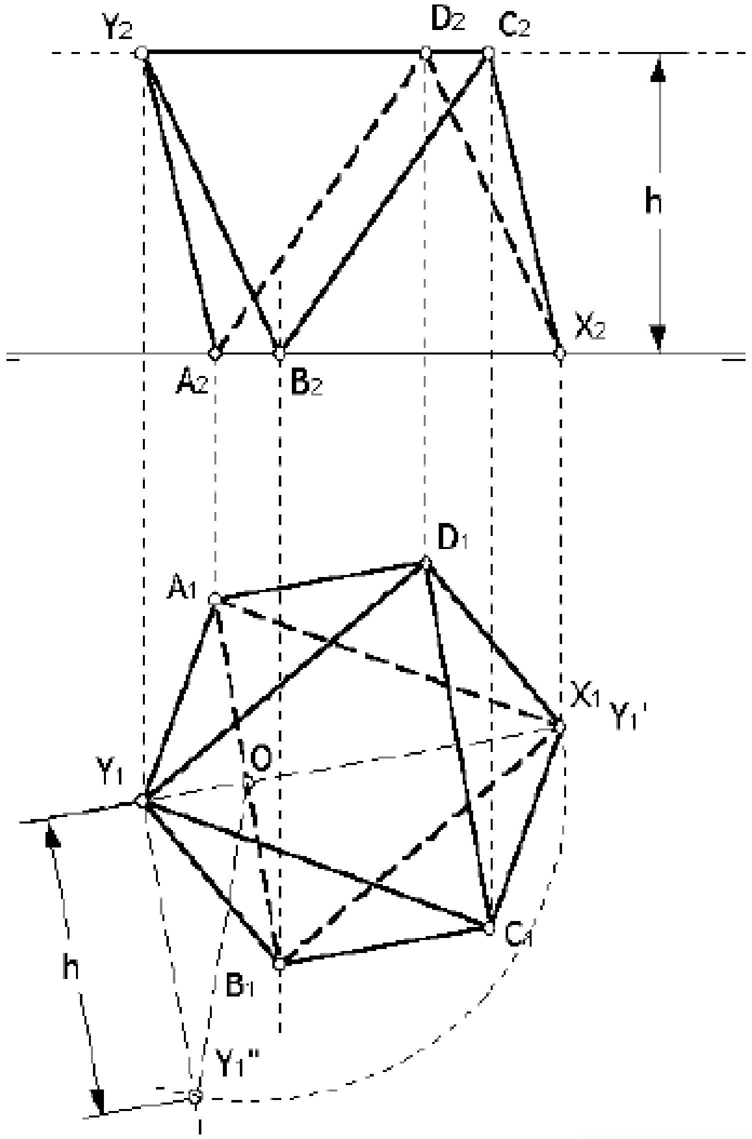
Sabiendo que una de sus caras pertenece al plano horizontal de proyección, la obtención de la altura del hexaedro no presenta mayor problema ya que todas las aristas del hexaedro regular son iguales. En el plano horizontal se proyecta la base del hexaedro que es un cuadrado W1X1Y1Z1 y sobre éste la cara opuesta A1B1C1D1 que se confunden. Se levantan los puntos al plano vertical de proyección y con la altura ya conocida queda determinada la protección vertical del poliedro.



OCTAEDRO



Proyecciones de un octaedro apoyado en una de sus caras sobre el plano horizontal de proyección.

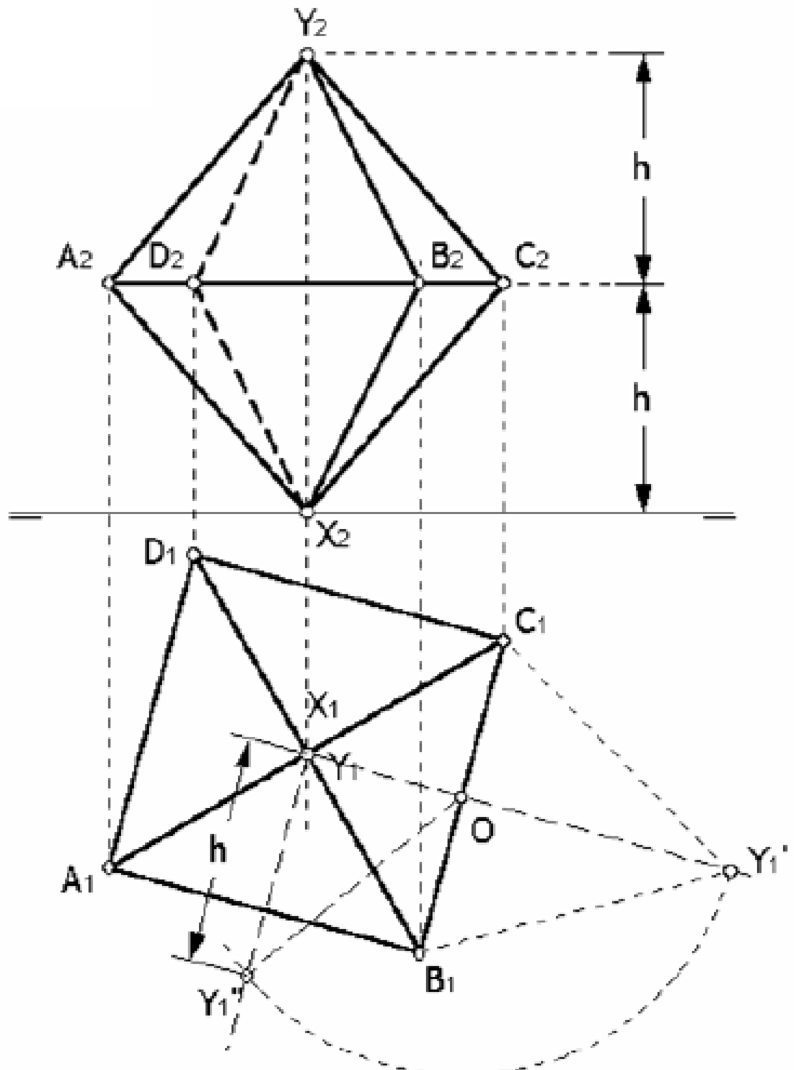


Desarrollo:

Sabiendo que una de sus caras pertenece al plano horizontal de proyección, la proyección de la cara opuesta CDY es un triángulo D1C1Y1 simétrico del triángulo A1B1X1 con respecto al centro común.

Para obtener la distancia entre las dos caras opuestas del octaedro, se abate una de sus caras (ABY) sobre el plano horizontal de proyección. En la proyección horizontal se obtendrá entonces, el triángulo equilátero (B1C1Y1') producto del abatimiento, en el ejemplo coincide con el triángulo A1B1X1. Se traza recta Y1Y1' definiendo el punto O en el lado A1B1. Por Y1 se levanta una perpendicular a Y1Y1'. Con centro en O y radio OY1' se traza un arco que al cortar la perpendicular trazada por Y1 se define la altura Y1Y1" = h.

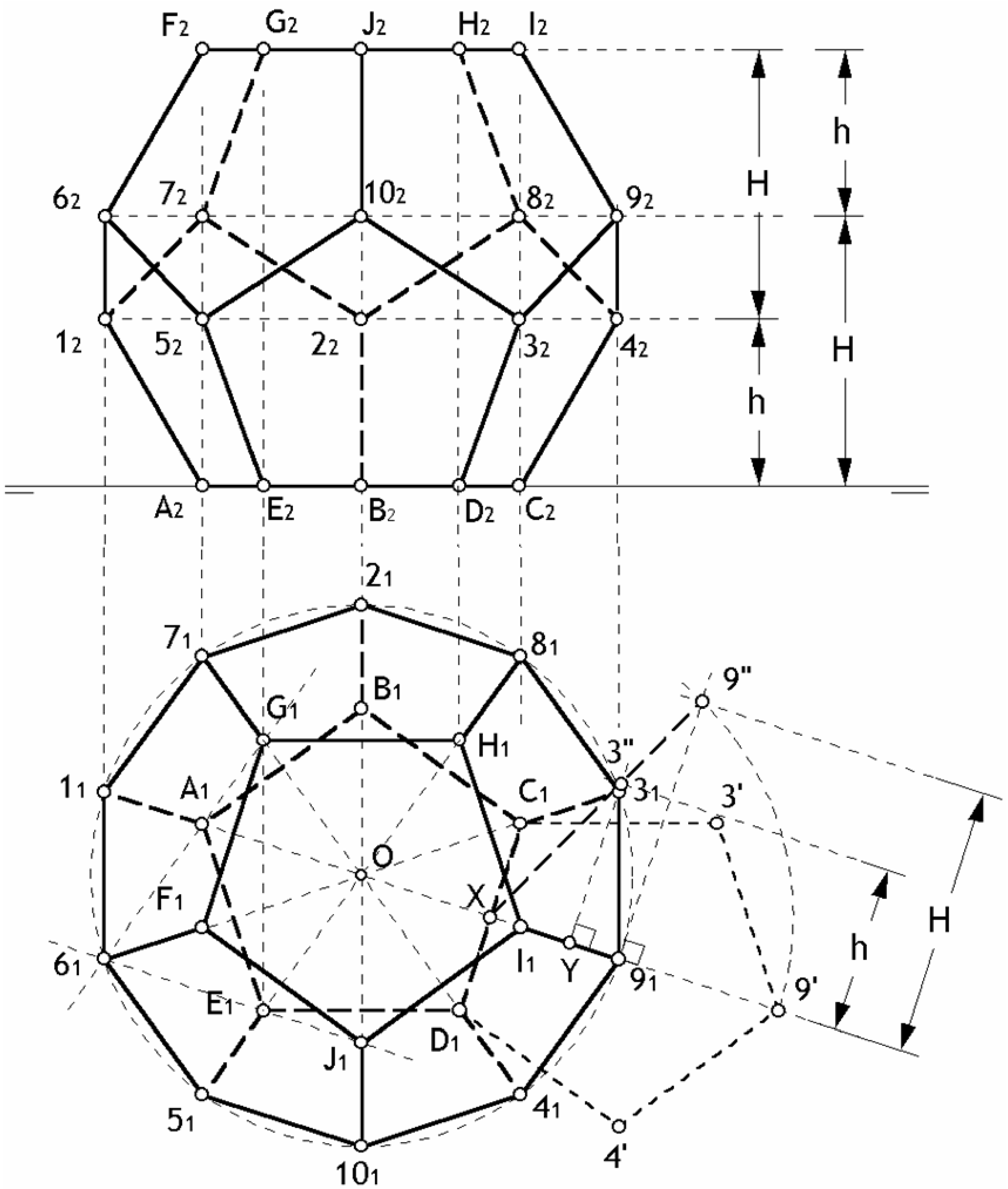
Proyecciones de un octaedro regular cuyo eje central es perpendicular al plano horizontal de proyección



Desarrollo:
Sabiendo que su eje central es perpendicular al plano horizontal de proyección, la base común a ambas pirámides que forma el octaedro, es paralela a dicho plano, la proyección de ésta es un cuadrado A1B1C1D1 de lado igual a la magnitud de la arista del octaedro. Trazando las diagonales de dicho cuadrado se definirá la proyección horizontal del poliedro.

Para la obtención de la altura del octaedro se abate una de sus caras sobre un plano auxiliar paralelo al plano horizontal de proyección que contiene a la base común. En la proyección horizontal se obtendrá entonces, el triángulo equilátero (B1C1Y1') producto del abatimiento. Se traza recta Y1Y1' definiendo el punto O en el lado B1C1. Por Y1 se levanta una perpendicular a Y1Y1'. Con centro en O y radio OY1' se traza un arco que al cortar la perpendicular trazada por Y1 se define la altura Y1Y1" = h.

DODECAEDRO



Proyecciones de un dodecaedro apoyado en una de sus caras sobre el plano horizontal de proyección.

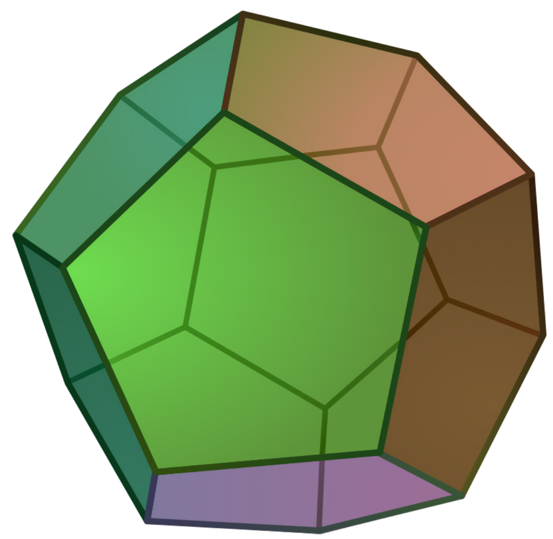
Desarrollo:

Si una de sus caras pertenece al plano horizontal de proyección, la proyección de ésta será un pentágono regular (A1B1C1D1E1) y se verá en real magnitud. La cara superior es paralela a ésta también se proyectará como un pentágono regular (F1G1H1I1J1) pero girado en 180º. Uniendo los vértices A1 con G1 y E1 con J1 se cortarán en el vértice 6_1 del polígono.

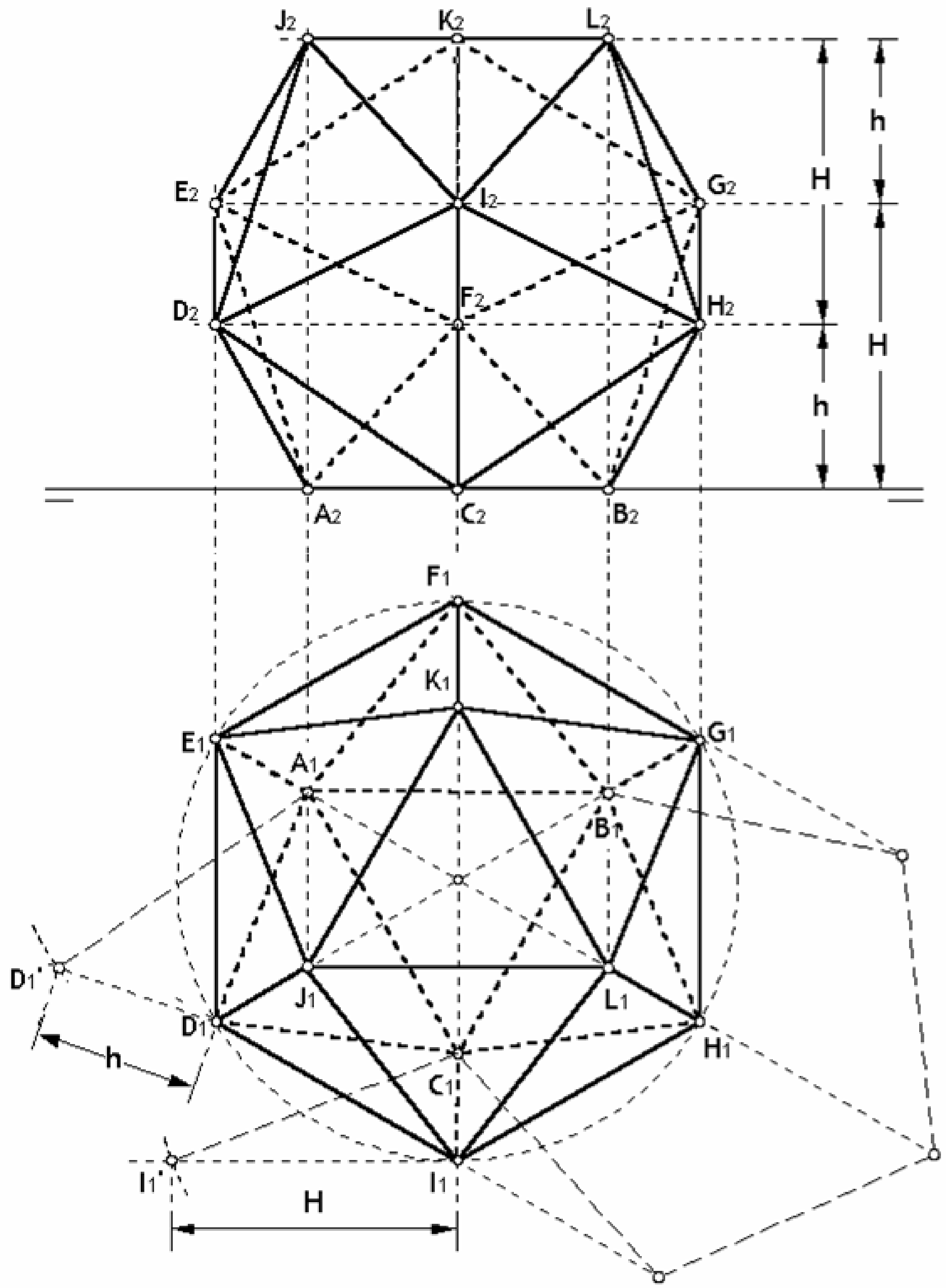
Se construye la circunferencia con centro en O (centro del pentágono) y radio $O6_1$. Trazando rayos desde O que pasen por los vértices ya definidos se obtiene en la circunferencia los vértices restantes.

Para determinar la altura del polígono, se abate una de sus caras (pentágono CD394) sobre el plano horizontal de proyección, obteniendo el pentágono $C_1D_1$3'9'4'. Se traza el eje X9', altura del pentágono y luego se construye un arco con centro en X y radio X9', que cortará en la perpendicular trazada por 9_1 en 9", siendo $9_1$9" la altura H del poliedro. Luego al trazar por 3_1 otra perpendicular a X9' cortará a la recta X9" en 3" define la altura h = Y3".

Con dichas alturas queda determinada la construcción del volumen en su proyección vertical.



ICOSAEDRO



Proyecciones de un icosaedro apoyado en una de sus caras sobre el plano horizontal de proyección.

Desarrollo:

Si se coloca la cara ABC en el horizontal, la proyección de la cara opuesta JKL es un triángulo J1K1L1 simétrico del triángulo A1B1C1 con respecto al centro común.

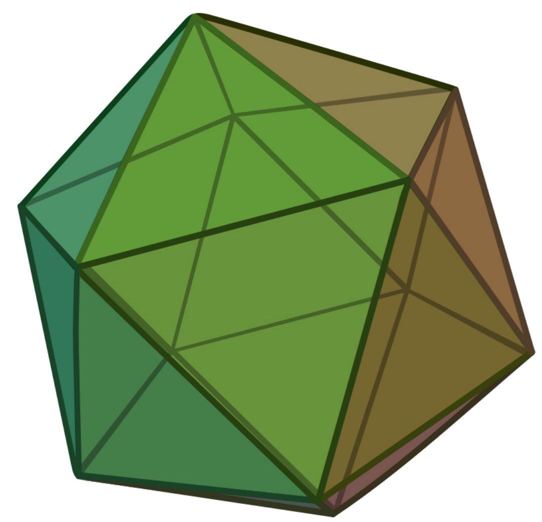
El vértice F es común al triángulo ABC y al pentágono BCFED cuyos abatimientos son el triángulo A1B1C1 y el pentágono B1C1F'E'D'. Luego por C1 y F' se trazan perpendiculares a A1B1 y B1C1, se cortará en el vértice F1. Los vértices E1, D1, I1, H1 y G1 se obtienen fácilmente por simetría.

Las alturas H y h de los vértices I y D, por ejemplo, se obtienen a partir de la verdadera magnitud de los lados CI y AD.

Para obtener H, se traza un arco, con centro en I1 y radio igual al lado del poliedro, que cortará en I1' en la perpendicular a C1I1 trazada por I1.

Para obtener h, se traza un arco, con centro en A1 y radio igual al lado del poliedro, que cortará en D1' en la perpendicular a A1D1 trazada por D1.

Con dichas alturas queda determinada la construcción del volumen en su proyección vertical.



GUIA DE EJERCICIOS

1. Determine las proyecciones y visibilidad de un tetraedro regular de arista 5 cm, apoyado en una de sus caras sobre el plano vertical de proyección, si el lado AB de la base forma 45º con el plano horizontal de proyección.

2. Determine las proyecciones y visibilidad de un hexaedro regular de arista 4 cm apoyado en una de sus caras sobre el plano horizontal de proyección, si una de sus caras forma 60º con el vertical de proyección.

3. Determine las proyecciones y visibilidad de un octaedro regular de arista 4 cm, si eje central es una recta de fuga de cota 3, y uno de los extremos de su eje central es un punto del primer bisector.

4. Determine las proyecciones y visibilidad de un tetraedro regular de arista 5 cm, apoyado en una de sus caras sobre un plano vertical que forma 45º con el plano vertical de proyección, si el lado AB de la base es paralela al plano horizontal de proyección.

5. Determine las proyecciones y visibilidad de un hexaedro regular de arista 4 cm apoyado en una de sus caras sobre un plano de fuga que forma 60º con el plano horizontal de proyección, si el lado AB de la base se encuentra en una recta oblicua de recorrido II-I-IV.

6. Determine las proyecciones y visibilidad de un octaedro regular de arista 4 cm apoyado en uno de sus vértices sobre el plano horizontal de proyección, si su eje central está contenida en una recta XY frontal de recorrido IV-I.

7. Determine las proyecciones y visibilidad de un tetraedro regular de arista 5 cm, apoyado en una de sus aristas sobre el plano frontal de alejamiento 3, sabiendo que dos aristas opuestas son paralelas al plano vertical de proyección

8. Determine las proyecciones y visibilidad de un tetraedro regular de arista 5 cm, apoyado en una de sus caras sobre un plano oblicuo, si el lado AB de la base está contenido en una recta oblicua de recorrido II-I-IV.

9. Determine las proyecciones y visibilidad de un hexaedro regular de arista 4 cm apoyado en una de sus caras sobre el plano de perfil, si una de sus caras forma 30º con el vertical de proyección.

10. Determine las proyecciones y visibilidad de un octaedro regular de arista 4 cm, apoyado en uno de sus vértices sobre el plano horizontal de proyección, si el eje central está contenido en una recta XY oblicua de recorrido IV-I-II.

11. Determine las proyecciones y visibilidad de de un tetraedro regular de arista 5 cm, apoyado en una de sus caras sobre el plano de fuga que forma 60º con el plano horizontal de proyección, si el centro de la base tiene cota 0.

12. Determine las proyecciones y visibilidad de de un hexaedro regular de arista 4 cm, apoyado en uno de sus vértices sobre el plano vertical de proyección, si la diagonal está contenida en una recta XY oblicua de recorrido II-I-IV

13. Determine las proyecciones y visibilidad de de un octaedro regular de arista 4 cm, apoyado en uno de sus caras sobre un plano oblicuo definido por las rectas AX oblicua y AY horizontal que se corta en el vértice A(3,4) del volumen.

14. Determine las proyecciones y visibilidad de de un hexaedro regular de arista 4 cm, apoyado en uno de sus caras sobre un plano oblicuo definido por las rectas AX frontal y AY de perfil que se corta en el vértice A del volumen, si el lado AB de la base está contenido en la recta AY.

BIBLIOGRAFÍA

TEXTO GUÍA

• ASENSI, Fernando (1972), Geometría Descriptiva I, Dossat, Madrid.
• ASENSI, Fernando (1994), Ejercicios Geometría Descriptiva, Paraninfo, Madrid.

TEXTO COMPLEMENTARIO

• POTTMAN, ASPERL, HOFER, KILIAN (2007), Architectural Geometry, Bentley Institute Press, USA.
• SLABY, Steve (1968), Geometría Descriptiva Tridimensional, Centro Regional de Ayuda Técnica, Mexico.
• SAKAROVITCH, Joël (1998), Épures d'Architecture, Birkhäuser, Germany.

MATERIAL DOCENTE REFERENCIAL

• CONTRERAS, Fernando (2022). Apuntes docentes. Geometría de Arquitectura. Universidad de Chile.
• LOU, Jing Chang (2009). Apuntes docentes. Geometría de Arquitectura. Universidad de Chile.
• PALLARES, Mirtha (2017). Apuntes docentes. Geometría de Arquitectura. Universidad de Chile.
• VALENZUELA, Marcelo (2017). Apuntes docentes. Geometría de Arquitectura. Universidad de Chile.