

Chapter Title: RESPUESTA SÍSMICA DE SISTEMAS DE VARIOS GRADOS DE LIBERTAD

Book Title: Fundamentos de ingeniería estructural para estudiantes de arquitectura

Book Subtitle: Tercera edición

Book Author(s): Rafael Riddell C. and Pedro Hidalgo O.

Published by: Ediciones UC. (2015)

Stable URL: <https://www.jstor.org/stable/j.ctt1bhkq3k.9>

JSTOR is a not-for-profit service that helps scholars, researchers, and students discover, use, and build upon a wide range of content in a trusted digital archive. We use information technology and tools to increase productivity and facilitate new forms of scholarship. For more information about JSTOR, please contact support@jstor.org.

Your use of the JSTOR archive indicates your acceptance of the Terms & Conditions of Use, available at <https://about.jstor.org/terms>



JSTOR

Ediciones UC is collaborating with JSTOR to digitize, preserve and extend access to *Fundamentos de ingeniería estructural para estudiantes de arquitectura*

VII.

RESPUESTA SÍSMICA DE SISTEMAS DE VARIOS GRADOS DE LIBERTAD

7.1 Ecuaciones del Movimiento para un Pórtico Plano

El número de grados de libertad aumenta al incrementarse el número de pisos de una estructura o al considerar la tridimensionalidad de los sistemas. Inicialmente, se considerará el caso de una estructura plana de varios pisos. El efecto de la tridimensionalidad será analizado en la Sección 7.7.

Considérese el plano resistente de un edificio estructurado en base a pórticos, el cual es uno de los sistemas resistentes que tiene el edificio para las solicitaciones que actúan en dicha dirección (Fig. 7.1). Esta dirección, identificada como U , adopta usualmente la nomenclatura X o Y , asociados a los ejes horizontales ubicados en la planta del edificio. En este pórtico se está usando la idealización de suponer las masas concentradas al nivel del cielo de cada piso y de considerar que tanto las columnas como las vigas son inextensibles. En tales condiciones, las posiciones de cada una de las masas en un instante cualquiera están determinadas por las N coordenadas u_1, u_2, \dots, u_N tal como se indica en la Fig. 7.1. Por esta razón, un sistema tal como éste se llama *sistema de N grados de libertad*.

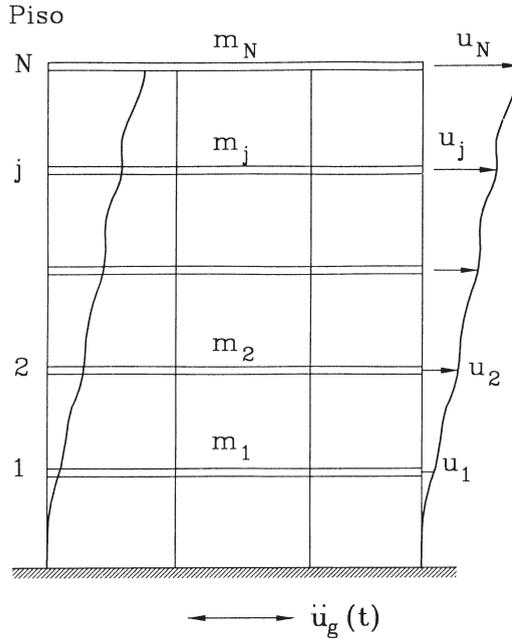


Figura 7.1 Modelo de un sistema de varios pisos

El planteamiento de las ecuaciones del movimiento de este sistema se rige por los mismos conceptos que se emplearon en los sistemas de un grado de libertad, obteniéndose un sistema de N ecuaciones diferenciales de segundo orden, acopladas entre sí. El sistema de ecuaciones, que representa la respuesta *elástica* del pórtico a una historia de aceleraciones $\ddot{u}_g(t)$ de su base, se obtiene de aplicar el principio de equilibrio dinámico a cada una de las masas, y es de la forma:

$$\begin{bmatrix} m_n & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & m_j & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_N \\ \vdots \\ \ddot{u}_j \\ \vdots \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_1 \end{Bmatrix} + [C] \begin{Bmatrix} \dot{u}_N \\ \vdots \\ \dot{u}_j \\ \vdots \\ \dot{u}_2 \\ \dot{u}_1 \end{Bmatrix} + [K] \begin{Bmatrix} u_N \\ \vdots \\ u_j \\ \vdots \\ u_2 \\ u_1 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} m_N \\ \vdots \\ m_j \\ \vdots \\ m_2 \\ m_1 \end{Bmatrix} \ddot{u}_g(t) \quad (7-1)$$

En este sistema de ecuaciones se pueden definir los términos:

u_j = desplazamiento lateral del piso j respecto a la base (Fig. 7.1)

$[K]$ = matriz de rigidez lateral

$[C]$ = matriz de amortiguamiento

Para este caso $[M] = \begin{bmatrix} m_N & & \\ & \ddots & \\ & & m_1 \end{bmatrix}$, la matriz de masas, es una matriz diagonal,

o sea, sólo tiene términos distintos de cero en la diagonal principal. En cambio, la matriz de rigidez $[K]$ no es diagonal lo que produce el acoplamiento de las ecuaciones diferenciales entre sí.

Las matrices $[M]$ y $[K]$ pueden ser evaluadas para cada estructura usando las dimensiones de las secciones, luces, alturas, y las propiedades elásticas de los materiales. La matriz de amortiguamiento puede determinarse a partir de los modelos idealizados del mecanismo de disipación de energía de una estructura; tales modelos se basan en supuestos muy globales, ya que las propiedades y mecanismos de disipación de energía al interior de los materiales son fenómenos poco conocidos, en los que intervienen aspectos tan puntuales como la fricción en uniones apernadas de acero, o a lo largo de fisuras en el hormigón armado, o la fricción entre la estructura y los elementos no-estructurales, o simplemente la energía que se disipa exclusivamente en estos últimos. Por esta razón, cuando se realiza un análisis elástico de la estructura, las características de amortiguamiento se especifican globalmente a nivel modal, tal como se explicará más adelante.

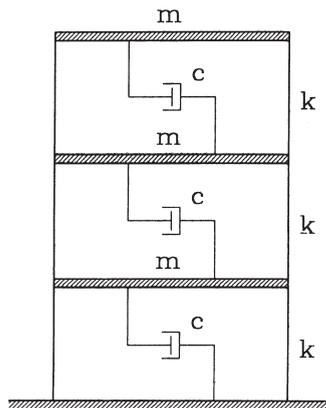


Figura 7.2 Modelo de un pórtico de tres pisos

En la Fig. 7.2 se muestra un pórtico de tres pisos y un vano en que las masas de cada piso son todas iguales a “m” y las rigideces laterales de entrepiso son todas iguales a “k”, suponiendo que las vigas tienen un momento de inercia infinitamente grande comparado con el de las columnas. También se indican en la Fig. 7.2 los amortiguadores de entrepiso, todos de característica “c”. Para este caso idealizado, las matrices [M] y [K] tienen las expresiones siguientes:

$$[M] = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \quad [K] = k \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

En este caso, la matriz de rigidez lateral [K] se ha deducido a partir de los conceptos básicos discutidos en la Sección 4.4.3.

Por su parte, la matriz de amortiguamiento [C] para este modelo de tres pisos es:

$$[C] = c \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

7.2 Respuesta en Vibración Libre. Modos y Períodos de Vibración

Al igual que en el caso de los sistemas de un grado de libertad, se considerará en primer lugar el caso de vibración libre, sin incluir el efecto del amortiguamiento.

Supóngase el mismo caso del pórtico de tres pisos de la Fig. 7.2, el cual se deja en vibración libre después de aplicar desplazamientos iniciales $u_3(0)$, $u_2(0)$, $u_1(0)$ en los tres pisos, respectivamente (Chopra, 1981). El movimiento resultante de los tres pisos se muestra en la Fig. 7.3.d y se puede observar que el desplazamiento horizontal de cada masa o de cada piso no es un movimiento armónico simple y que la relación entre los desplazamientos de los pisos u_3/u_1 , u_2/u_1 , u_3/u_2 no obedece a ningún patrón definido. Un resultado semejante se obtendría si en el instante $t=0$ se aplicaran velocidades iniciales a las masas, además de desplazamientos iniciales.

Sin embargo, si a este pórtico se le da un conjunto específico de desplazamientos iniciales, como los indicados en la Fig. 7.3.a, con velocidades iniciales nulas, se obtiene el movimiento de las masas que se muestra en dicha figura. En este movimiento las tres masas o pisos se mueven en fase con un movimiento armónico simple de período T_1 ; esto implica que las tres razones entre los desplazamientos de los pisos se mantienen constantes en todo instante en los valores aproximados $u_3:u_2:$

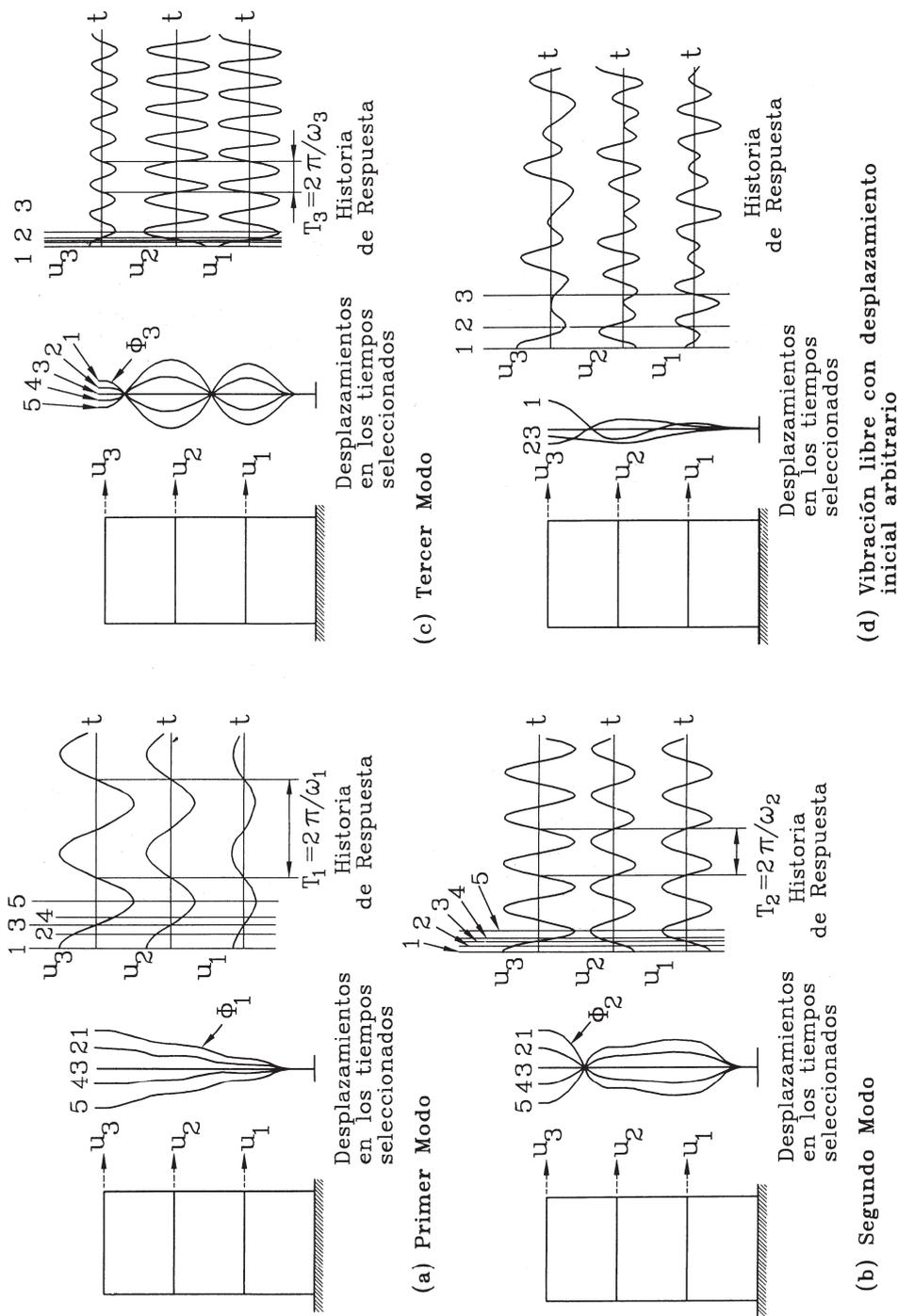


Figura 7.3 Modos y períodos naturales de vibración (Chopra, 1981)

$u_1 = +2,25 : +1,80 : +1,0$. Este hecho físico, propio de la distribución de masas y de rigideces del pórtico de tres pisos que se está analizando, recibe el nombre de *modo de vibrar* mientras que T_1 se denomina *período del modo*.

El hecho físico anterior no sólo ocurre en el caso de este pórtico, si los desplazamientos iniciales adoptan los valores indicados o una proporción de ellos. También ocurre con otros dos conjuntos iniciales que se ilustran en las Figs. 7.3.b y 7.3.c. En estos casos, los desplazamientos de las masas o pisos no son del mismo signo como en el caso anterior; en el caso de la Fig. 7.3.b u_2 y u_1 mantienen siempre idéntico signo, pero contrario al de u_3 ; en el caso de la Fig. 7.3.c, u_3 y u_1 mantienen el mismo signo pero contrario al de u_2 . Se puede observar que los períodos de los modos de vibrar son progresivamente menores en la medida que se pasa de la Fig. 7.3.a, a la 7.3.b, y a la 7.3.c. Estas características reflejan el hecho que el pórtico de tres pisos requiere menor energía, o le es mucho más fácil vibrar libremente en el primer modo (a), que en el segundo (b), que en el tercero (c).

Las características de los modos de vibrar se muestran en la Fig. 7.4. Dos son los aspectos que caracterizan a cada modo: las razones que mantienen los desplazamientos de las masas, ilustradas por el vector $\{\phi\}$ de cada modo, y el período de vibración del modo. El modo de vibrar con mayor período recibe el nombre de *modo fundamental de vibración*. A partir de este modo, o modo 1, se enumeran sucesivamente los modos siguientes de acuerdo al orden decreciente de los valores de los períodos de vibrar.

Un sistema de n grados de libertad tiene n modos de vibrar, o sea, hay tantos modos de vibrar como grados de libertad tenga el sistema. La determinación de los modos se puede hacer analíticamente resolviendo el siguiente problema de valores propios:

$$[[K] - \omega^2[M]] \{\phi\} = \{0\} \quad (7-2)$$

que se satisface para cada modo o forma de vibrar $\{\phi\}$ y su correspondiente período $T=2\pi/\omega$.

En el caso del pórtico ilustrado en las Figs. 7.2 y 7.3, la solución de la Ec. 7-2 conduce a los siguientes valores de las frecuencias y los períodos de los modos de vibrar:

$$\begin{array}{lll} \omega_1 = 0,445\sqrt{\frac{k}{m}} & \omega_2 = 1,247\sqrt{\frac{k}{m}} & \omega_3 = 1,802\sqrt{\frac{k}{m}} \\ T_1 = 14,12\sqrt{\frac{m}{k}} & T_2 = 5,04\sqrt{\frac{m}{k}} & T_3 = 3,49\sqrt{\frac{m}{k}} \end{array}$$

mientras que los modos de vibrar, cuyas formas se muestran en la Fig. 7.4, son los siguientes:

$$\{\phi_1\} = \begin{Bmatrix} 2,247 \\ 1,802 \\ 1,0 \end{Bmatrix} \quad \{\phi_2\} = \begin{Bmatrix} -0,802 \\ 0,445 \\ 1,0 \end{Bmatrix} \quad \{\phi_3\} = \begin{Bmatrix} 0,555 \\ -1,247 \\ 1,0 \end{Bmatrix}$$

La importancia de los modos de vibrar en la vibración elástica de sistemas radica en que cualquier movimiento de vibración libre, como el indicado en la Fig. 7.3.d puede descomponerse en una suma de contribuciones de cada uno de los modos de vibrar del sistema. Análogo concepto rige para la vibración de un sistema sometido a una cierta excitación, como la sísmica, tal como se verá en la Sección 7.3.

Cabe preguntarse por la influencia del amortiguamiento en los modos de vibrar. Si la matriz de amortiguamiento obedece a ciertos modelos que son razonables para muchos edificios, se puede demostrar que los modos no cambian con respecto al caso sin amortiguamiento, observándose solamente la disminución de la amplitud de la respuesta con el tiempo y un pequeñísimo aumento en los períodos de vibración

$$T_{nd} = \frac{T_n}{\sqrt{1-\xi_n^2}}$$

para el modo n, cambio que puede despreciarse en todos los casos

prácticos ($\xi_n < 0,2$). Por lo tanto, los modos y períodos de vibración de los sistemas se pueden seguir calculando suponiéndolos como sistemas no amortiguados. Nótese que en el caso de los sistemas de varios grados de libertad, podría teóricamente asociarse una razón de amortiguamiento ξ_n diferente para cada modo.

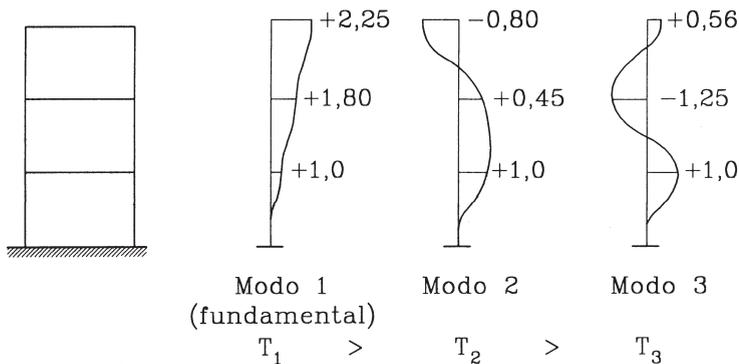


Figura 7.4 Resumen de los modos de vibrar

7.3 Respuesta Sísmica Elástica por Superposición Modal

La existencia de modos de vibrar es esencial para la solución del sistema de ecuaciones diferenciales (Ec. 7-1), lo cual permite obtener la respuesta sísmica de sistemas de varios grados de libertad cuando el comportamiento se mantiene dentro del rango lineal-elástico. Cabe hacer notar que esto sólo sucede en la práctica frente a excitaciones sísmicas de intensidad moderada a media. Efectivamente, si en las Ecs. 7-1 se usa el cambio de variables

$$\{u\} = [\phi] \{Y\}$$

en que las nuevas coordenadas $Y_1, Y_2 \dots Y_N$ se llaman *coordenadas normales* o *coordenadas generalizadas*, y

$$[\phi] = [\phi_1 : \phi_2 : \dots : \phi_N]$$

es la matriz formada por los N modos o formas de vibrar del sistema, se obtiene el sistema siguiente:

$$[M][\phi]\{\ddot{Y}\} + [C][\phi]\{\dot{Y}\} + [K][\phi]\{Y\} = -\{m\}\ddot{u}_g(t) \quad (7-3)$$

Si este sistema se premultiplica por el modo de vibrar $\{\phi_n\}^T$ y se aprovecha la propiedad de ortogonalidad que tienen los modos de vibrar:

$$\{\phi_n\}^T [M]\{\phi_m\} = \{\phi_n\}^T [K]\{\phi_m\} = 0 \quad \text{si } n \neq m$$

$$\{\phi_n\}^T [M]\{\phi_m\} \neq 0, \{\phi_n\}^T [K]\{\phi_m\} \neq 0 \quad \text{si } n = m$$

y se acepta igual propiedad para la matriz de amortiguamiento, el sistema de ecuaciones diferenciales (Ec. 7-3) se desacopla en N ecuaciones diferenciales del tipo:

$$M_n \ddot{Y}_n + C_n \dot{Y}_n + K_n Y_n = P_n(t) \quad (7-4)$$

en que:

$$M_n = \{\phi_n\}^T [M]\{\phi_n\} = \sum m_i \phi_{in}^2 \quad (7-5.a)$$

$$K_n = \{\phi_n\}^T [K]\{\phi_n\} = \omega_n^2 M_n \quad (7-5.b)$$

$$C_n = 2\xi_n \omega_n M_n \quad (7-5.c)$$

$$P_n(t) = -\{\phi_n\}^T \{m\} \ddot{u}_g(t) = -L_n \ddot{u}_g(t) = -\left(\sum_i m_i \phi_{in} \right) \ddot{u}_g(t) \quad (7-5.d)$$

Cada una de las N Ecuaciones 7-4 es igual a la ecuación diferencial (Ec. 6-1) que resuelve el caso de la respuesta sísmica de un sistema de un grado de libertad. Obviamente, la solución para la coordenada Y_n representa la respuesta del modo n del sistema, la que de acuerdo a lo estudiado en el Capítulo 6 se puede expresar como:

$$Y_n(t) = -\frac{L_n}{M_n \omega_{nD}} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi_n \omega_n(t-\tau)} \text{sen}[\omega_{nD}(t-\tau)] d\tau \tag{7-6}$$

en que
$$\omega_{nD} = \omega_n \sqrt{1 - \xi_n^2}$$

Una vez obtenidas las respuestas $Y_n(t)$ para los N modos de vibrar, la repuesta total se obtiene superponiendo la respuesta en cada modo usando la relación con la que se hizo el cambio de variables:

$$\{u\} = [\phi]\{Y\} = \{\phi_1\} Y_1(t) + \{\phi_2\} Y_2(t) + \dots + \{\phi_N\} Y_N(t) = \sum_{n=1}^N \{\phi_n\} Y_n(t)$$

En la expresión anterior, cada término $\{\phi_n\} Y_n(t)$ representa la contribución de la respuesta del modo n a la respuesta total del sistema. La respuesta en cada modo n mantiene en todo instante las razones entre los desplazamientos de las masas que caracterizan el modo n ; asimismo, la respuesta en el tiempo está caracterizada por el período T_n y por la razón de amortiguamiento ξ_n del modo de vibrar n , en la misma forma como la respuesta sísmica de un sistema de un grado de libertad está controlada por el período T y el amortiguamiento ξ de dicho sistema. Por lo tanto, el desplazamiento lateral de cada una de las masas o pisos asociado a la respuesta en el modo n se obtiene de:

$$\{u_n(t)\} = \{\phi_n\} Y_n(t)$$

y la respuesta total es:

$$\{u(t)\} = \sum_{n=1}^N \{u_n(t)\} = \sum_{n=1}^N \{\phi_n\} Y_n(t) \tag{7-7}$$

En particular, el desplazamiento lateral del piso j es:

$$u_j(t) = \sum_{n=1}^N u_{jn}(t)$$

en que $u_{jn}(t)$ es la respuesta sísmica del piso j en el modo n . Esta respuesta en el modo n se obtiene de:

$$u_{jn}(t) = -\frac{L_n}{M_n} \cdot \frac{\phi_{jn}}{\omega_{nD}} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi_n \omega_n(t-\tau)} \text{sen}[\omega_{nD}(t-\tau)] d\tau \tag{7-8}$$

en que

$$L_n = \sum_{j=1}^N m_j \phi_{jn} = m_1 \phi_{1n} + m_2 \phi_{2n} + \dots + m_N \phi_{Nn}$$

$$M_n = \sum_{j=1}^N m_j \phi_{jn}^2 = m_1 \phi_{1n}^2 + m_2 \phi_{2n}^2 + \dots + m_N \phi_{Nn}^2$$

$$\omega_{nD} = \omega_n \sqrt{1 - \xi_n^2} \quad \omega_{nD} = \frac{2\pi}{T_{nD}}$$

En el análisis de una estructura plana como la indicada en la Fig. 7.1, el número de modos es igual al número de pisos N . Esto no ocurre en el caso de la respuesta tridimensional de las estructuras, como se discutirá en 7.7.2.

En la expresión anterior aparece la forma de vibrar

$$\{\phi_n\} = \begin{Bmatrix} \phi_{Nn} \\ \vdots \\ \phi_{2n} \\ \phi_{1n} \end{Bmatrix}$$

del modo n , así como también el período T_n y la razón de amortiguamiento ξ_n de dicho modo.

Como puede observarse, la respuesta en el modo n es idéntica a la respuesta sísmica de un sistema de un grado de libertad con propiedades T_n , ξ_n , multiplicada por el factor $L_n \phi_{jn} / M_n$. Este factor es diferente para cada modo n en la respuesta total. En la Fig. 7.5.c se muestra la respuesta sísmica del mismo pórtico de tres pisos de la Fig. 7.3, a través del desplazamiento del tercer piso, al movimiento de la base registrado en El Centro el 18 de mayo de 1940. En esta respuesta se muestran claramente las contribuciones de cada uno de los tres modos así como la respuesta total (Chopra, 1981). Es muy significativo apreciar la importancia del primer modo, o modo fundamental, en la respuesta total. Esto refleja un hecho muy característico de esta respuesta, cual es que la contribución de los modos con períodos mayores o más largos, es mucho más importante que la contribución de los modos con períodos cortos. Esto indica que el factor $L_n \phi_{jn} / M_n$ es tanto mayor e importante mientras más largo es el período del modo. Este factor, llamado usualmente *factor de participación modal*, depende solamente de las características de la estructura, ésto es, de su distribución

de masas y de sus modos de vibrar. El resto de la respuesta $\left(\frac{1}{\omega_{nD}} \int_0^t \dots d\tau \right)$ representa la respuesta de un sistema de un grado de libertad de características T_n , ξ_n a la excitación sísmica $\ddot{u}_g(t)$.

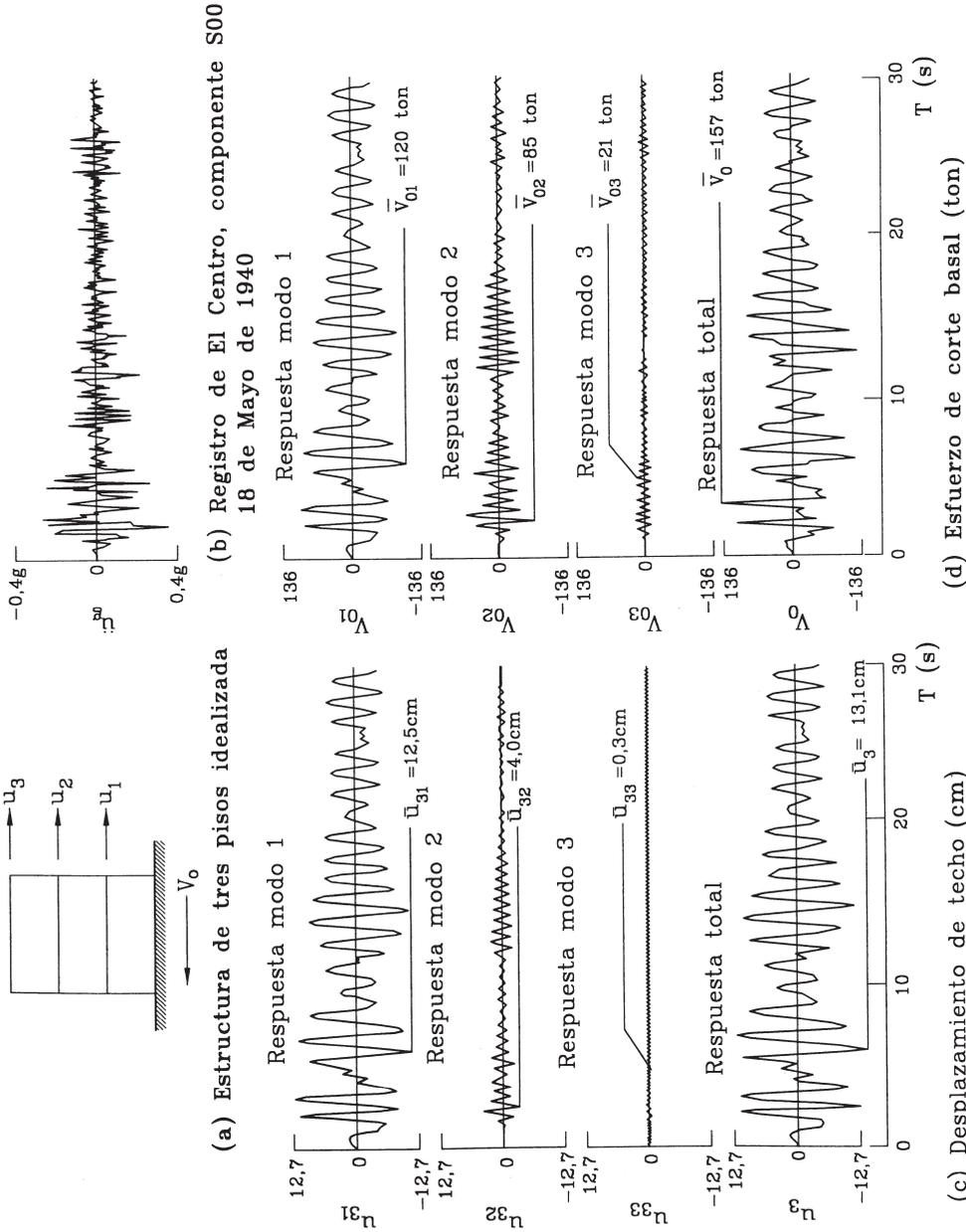


Figura 7.5 Respuesta sísmica de un pórtico plano de tres pisos (Chopra, 1981)

Al igual que en un sistema de un grado de libertad, una vez conocidos los desplazamientos laterales se pueden determinar los esfuerzos internos en cada uno de los elementos que componen la estructura resistente. También se puede definir en este caso el conjunto de *fuerzas laterales equivalentes* $\{f(t)\}$, como aquel conjunto de fuerzas horizontales que, actuando en forma estática al nivel de cada uno de los pisos, produce el mismo conjunto de desplazamientos laterales $\{u(t)\}$ que se obtienen en el instante t del sismo. Por definición de la matriz de rigidez se puede escribir:

$$\{f(t)\} = [K] \{u(t)\}$$

Este conjunto de fuerzas laterales equivalentes, que se puede definir para cada instante t , también se puede descomponer en la suma de las contribuciones aportadas por cada uno de los modos:

$$\{f(t)\} = \sum_{n=1}^N \{f_n(t)\}$$

en que

$$\{f_n(t)\} = [K] \{u_n(t)\}$$

Por lo tanto, la fuerza lateral equivalente del piso j asociada a la respuesta total se puede escribir como:

$$f_j(t) = \sum_{n=1}^N f_{jn}(t)$$

Se puede demostrar que la contribución del modo n a la fuerza lateral equivalente del piso j es:

$$f_{jn}(t) = -m_j \phi_{jn} \frac{L_n}{M_n} \cdot \frac{\omega_n^2}{\omega_{nD}} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi_n \omega_n (t-\tau)} \text{sen}[\omega_{nD}(t-\tau)] d\tau \quad (7-9)$$

Esta relación permite obtener el esfuerzo de corte basal en el instante t del sismo, asociado a la respuesta en el modo n , que se indica en la Fig. 7.6:

$$V_{0n}(t) = f_{1n}(t) + f_{2n}(t) + \dots + f_{Nn}(t)$$

$$V_{0n}(t) = -\frac{L_n^2}{M_n} \cdot \frac{\omega_n^2}{\omega_{nD}} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi_n \omega_n (t-\tau)} \text{sen}[\omega_{nD}(t-\tau)] d\tau \quad (7-10)$$

y el esfuerzo de corte basal total es:

$$V_{0n}(t) = \sum_{n=1}^N V_{0n}(t)$$

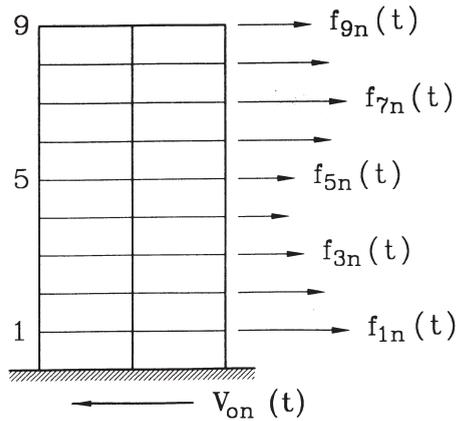


Figura 7.6 Esfuerzo de corte basal asociado al modo n

En la Fig. 7.5.d se muestran las contribuciones de los modos $V_{01}(t)$, $V_{02}(t)$, $V_{03}(t)$ al esfuerzo de corte basal total $V_0(t)$. Nuevamente se puede apreciar la importancia de la contribución del modo fundamental al valor total, y como esta contribución se va haciendo cada vez menor en la medida que el período del modo se hace menor. Sin embargo, en este caso la importancia relativa del modo fundamental es menor que en el caso de los desplazamientos de los pisos, porque la expresión del esfuerzo de corte basal está afectada por el término adicional $L_n \omega_n^2$ respecto a la expresión de $u_{jn}(t)$ indicada en la Ec. 7-8; si bien el valor de L_n disminuye con los modos superiores, el valor de $\omega_n = 2\pi/T_n$ aumenta al hacerse menores los valores de los períodos T_n .

7.4 Estimación de los Valores Máximos de la Respuesta Sísmica. Superposición Modal Espectral

En el proceso de diseño estructural de los edificios basta conocer los *valores máximos* de la respuesta, ya sea para el caso de los desplazamientos, las fuerzas laterales equivalentes, el esfuerzo de corte basal, etc. Para obtener estos valores máximos es necesario conocer la historia de cada uno de ellos en función del tiempo y determinar de ahí el valor máximo. Por ejemplo, en el caso del pórtico de tres pisos cuyos desplazamientos de techo y esfuerzo de corte basal se ilustran en la Fig. 7.5, estos valores máximos se obtienen de los diagramas inferiores de las Figs. 7.5.c y d, respectivamente, identificados como “respuesta total”. Esta respuesta total se obtiene superponiendo instante a instante las contribuciones de cada uno de los modos. Las Ecs. 7-8, 7-9 y 7-10, para los desplazamientos de piso, fuerzas laterales equivalentes y esfuerzo de corte basal, entregan las contribuciones de cada uno de los modos. Sin embargo, no existen expresiones simples para obtener la respuesta total en función del tiempo de cada uno de los términos asociados a la respuesta

sísmica de una estructura. Por esta razón se usan métodos aproximados para estimar el valor máximo de la respuesta total a partir de los valores máximos asociados a las contribuciones de cada uno de los modos. Si se recuerda el concepto de espectro de respuesta, los valores máximos asociados a cada uno de los modos se pueden obtener en función de cada período de vibración T_n y cada razón de amortiguamiento ξ_n :

$$u_{jn}^{\max} = \frac{L_n}{M_n} \phi_{jn} S_{dn} \quad \text{Desplazamiento lateral máximo del piso } j \text{ para la respuesta en el modo } n$$

$$f_{jn}^{\max} = m_j \phi_{jn} \frac{L_n}{M_n} S_{an} \quad \text{Fuerza lateral equivalente máxima al nivel del piso } j \text{ para la respuesta en el modo } n$$

$$V_{0n}^{\max} = \frac{L_n^2}{M_n} S_{an} \quad \text{Esfuerzo de corte basal máximo para la respuesta en el modo } n$$

En cada una de las expresiones anteriores se ha obviado el signo negativo puesto que las cantidades espectrales se definen siempre como positivas, y en tal caso no es lógico mantener el signo negativo.

Sin embargo, para el diseño estructural no interesan los valores máximos de cada modo sino que el valor máximo total. Obviamente, el máximo total no puede obtenerse de la suma de los máximos modales puesto que estos no ocurren en el mismo instante de tiempo, tal como se ilustra en la Fig. 7.5. Por consiguiente, para la estimación del valor máximo de la respuesta se usan algunas expresiones aproximadas.

Una primera aproximación para estimar el valor máximo de la respuesta es usar una cota superior, dada por *la suma de los valores absolutos de los máximos modales*. Esta es una cota superior puesto que los máximos modales no ocurren simultáneamente. Si r representa cualquier variable de la respuesta, esta aproximación se escribe como

$$r_{\max} \approx \sum_{n=1}^N |r_n^{\max}| \quad (7-11)$$

Una aproximación menos conservadora pero muy usual en la práctica del diseño sismorresistente es usar la combinación modal dada por *la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados*

$$r_{\max} \approx \sqrt{\sum_{n=1}^N r_{n \max}^2} \quad (7-12)$$

Puesto que la importancia relativa de los valores máximos modales disminuye a medida que los períodos se hacen menores, en la expresión anterior sólo es

necesario incluir los modos de los períodos mayores para obtener una aproximación satisfactoria. En la tabla siguiente se muestra una comparación de las aproximaciones representadas por las Ecs. 7-11 y 7-12 para el ejemplo ilustrado en la Fig. 7.5:

Término	Ec.7-11	Ec. 7-12	Exacto
u_3^{max} (cm)	16,8	13,1	13,1
V_0^{max} (ton)	226,0	148,5	157,0

En la norma chilena NCh 433 que se discute en la Sección 7.5, se usa una forma más completa de la Ec. 7-12 que la corrige para el caso en que existan modos de vibrar con períodos de vibración cercanos. Para el caso en que los modos tienen períodos suficientemente diferentes, la expresión de la norma chilena conduce a los mismos resultados que la Ec. 7-12.

Ejemplo 7.1

Un edificio de tres pisos tiene los pesos, períodos y modos que se indican. Si se usa como espectro de diseño el indicado para $\mu=4$ y $a_{max}=0,4$ g, determinar lo siguiente suponiendo comportamiento lineal-elástico de la estructura: a) la distribución de fuerzas equivalentes asociadas al segundo modo de vibrar (valores máximos), b) una estimación del valor máximo para la fuerza lateral equivalente al nivel del tercer piso.

ALTURA DE ENTREPISO m	PESO ton	MODO 1 $T_1 = 0,3$ seg	MODO 2 $T_2 = 0,1$ seg	MODO 3 $T_3 = 0,05$ seg
3	2,50	1,00	-1,20	0,60
2	2,50	0,70	0,80	-1,20
1	2,50	0,35	1,00	1,00

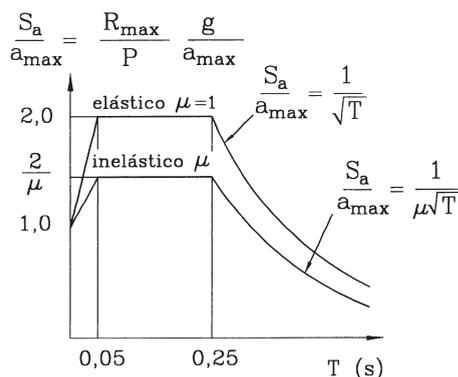


Figura E7.1.a. Espectro de diseño

Solución:

$$a_{\max} = 0,4 \text{ g} \quad \mu = 4$$

Para $T > 0,25$ seg:

$$\frac{S_a}{0,4\text{g}} = \frac{1}{4\sqrt{T}}$$

$$\frac{S_a}{\text{g}} = \frac{0,1}{\sqrt{T}}$$

Para $0,05 \text{ seg} < T < 0,25 \text{ seg}$

$$\frac{S_a}{0,4\text{g}} = \frac{2}{4}$$

$$S_a = 0,20\text{g}$$

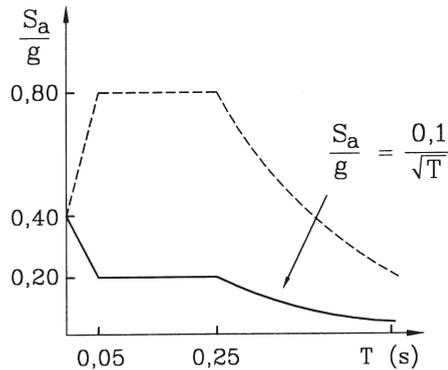


Figura E7.1.b. Espectro de diseño para $a_{\max} = 0,4\text{g}$, $\mu = 4$

Fuerzas laterales equivalentes máximas para el piso j en el modo n :

$$f_{jn}^{\max} = m_j \phi_{jn} \frac{L_n}{M_n} S_{an}$$

Primer modo:

$$L_1 = \sum m_i \phi_{i1} = \frac{1}{\text{g}} (300 \cdot 1 + 400 \cdot 0,70 + 400 \cdot 0,35) = \frac{720}{\text{g}}$$

$$M_1 = \sum m_i \phi_{i1}^2 = \frac{1}{\text{g}} (300 \cdot 1^2 + 400 \cdot 0,70^2 + 400 \cdot 0,35^2) = \frac{545}{\text{g}}$$

$$S_{a1}(T_1 = 0,3 \text{ seg}) = \frac{0,1\text{g}}{\sqrt{0,3}} = 0,183\text{g}$$

Segundo modo:

$$L_2 = \frac{1}{g} (300 \cdot (-1,2) + 400 \cdot 0,8 + 400 \cdot 1,0) = \frac{360}{g}$$

$$M_2 = \frac{1}{g} (300 \cdot (-1,2)^2 + 400 \cdot 0,8^2 + 400 \cdot 1,0^2) = \frac{1088}{g}$$

$$S_{a2}(T_2 = 0,1 \text{ seg}) = 0,20g$$

Tercer modo:

$$L_3 = \frac{1}{g} (300 \cdot 0,6 + 400 \cdot (-1,2) + 400 \cdot 1,0) = \frac{100}{g}$$

$$M_3 = \frac{1}{g} (300 \cdot 0,6^2 + 400 \cdot (-1,2)^2 + 400 \cdot 1,0^2) = \frac{1084}{g}$$

$$S_{a3}(T_3 = 0,05 \text{ seg}) = 0,20g$$

Fuerzas laterales asociadas al segundo modo (valores máximos):

$$\text{Piso 3: } f_{32}^{\max} = \frac{300}{g} \cdot (-1,20) \frac{360}{1088} \cdot 0,20g = -23,8 \text{ ton}$$

$$\text{Piso 2: } f_{22}^{\max} = 400 \cdot (0,80) \frac{360}{1088} \cdot 0,20 = 21,2 \text{ ton}$$

$$\text{Piso 1: } f_{12}^{\max} = 400 \cdot (1,00) \frac{360}{1088} \cdot 0,20 = 26,5 \text{ ton}$$

Estimación de fuerza lateral equivalente en el tercer piso:

$$\text{Modo 1: } f_{31}^{\max} = 300 \cdot (1,00) \frac{720}{545} \cdot 0,183 = 72,5 \text{ ton}$$

$$\text{Modo 2: } f_{32}^{\max} = \frac{300}{g} \cdot (-1,20) \frac{360}{1088} \cdot 0,20g = -23,8 \text{ ton}$$

$$\text{Modo 3: } f_{33}^{\max} = 300 \cdot (0,60) \frac{100}{1084} \cdot 0,20 = 3,3 \text{ ton}$$

$$f_3^{\max} = \sqrt{72,5^2 + 23,8^2 + 3,3^2} = 76,4 \text{ ton}$$

7.5 Análisis Sísmico Según la Norma Chilena NCh433 Of. 96

La norma chilena NCh 433 “Diseño Sísmico de Edificios” establece dos métodos de análisis para determinar los esfuerzos que se producen en una estructura durante un sismo: el método de análisis modal espectral y el método de análisis estático.

El análisis modal espectral se basa en el desarrollo teórico presentado hasta ahora en este capítulo, para un espectro de diseño basado en la zonificación sísmica del país y en las características del suelo de fundación. El análisis estático, limitado a cierto tipo de edificios que son de características estructurales regulares y que no sobrepasan los 15 pisos de altura, establece el esfuerzo de corte basal y supone idealmente que la acción sísmica se puede representar por un conjunto de fuerzas horizontales de naturaleza estática cuya suma es igual al esfuerzo de corte basal.

El desarrollo del espectro de diseño elástico de la norma NCh 433 es aplicable a otras estructuras que no son edificios, particularmente a estructuras de tipo industrial o a otras estructuras de obras civiles. Lo que es típico del caso de edificios y que no es válido para otras estructuras, son los valores estipulados en la norma para el factor de modificación de la respuesta R .

7.5.1 Análisis Modal Espectral

Para desarrollar este análisis se requiere evaluar las matrices de masa y de rigidez lateral del edificio, y calcular los modos de vibrar. A partir de ellos, se calculan los valores máximos de las contribuciones de cada modo y se estima el valor máximo de la respuesta que se esté analizando de acuerdo a lo expuesto en 7.4. El principal aspecto que falta por discutir es la determinación del espectro de diseño sísmico, el cual se detalla a continuación.

El espectro de diseño de la norma obedece a la expresión:

$$S_a = \frac{IA_0\alpha}{R^*} \quad (7-13)$$

en que I es un coeficiente de importancia del edificio, A_0 es la aceleración máxima de la zona sísmica correspondiente, α es el factor de amplificación de A_0 para obtener el espectro de diseño a nivel de respuesta elástica, y R^* es el factor de reducción del espectro que considera diversos aspectos que se analizan a continuación.

El coeficiente de importancia I se muestra en la Tabla 7.1. Los edificios de categoría A son aquellos que deben continuar operativos después de una emergencia sísmica, los de categoría B son aquellos que albergan usualmente un gran número de personas, la categoría C corresponde a edificios de uso normal, habitacionales o de oficina, mientras que la categoría D incluye edificios de uso temporal o aquellos que no son usados por personas.

TABLA 7.1 Valor del coeficiente I

Categoría del edificio	I
A	1,2
B	1,2
C	1,0
D	0,6

La aceleración A_0 se indica en la Tabla 7.2 para la zonificación sísmica del país indicada en la Fig. 7.7; esta zonificación refleja la naturaleza subductiva de los sismos chilenos hasta el Golfo de Penas, y transcurativa en la región Magallánica. Los valores de A_0 , que determinan el nivel de intensidad del espectro de diseño, se han fijado para un sismo severo con baja probabilidad, 5% a 10%, de ser excedido durante la vida útil de los edificios, estimada como mínimo en 50 años.

TABLA 7.2 Valor de la aceleración efectiva A_n

Zona sísmica	A_0
1	0,20 g
2	0,30 g
3	0,40 g

El factor de amplificación α obedece a la expresión:

$$\alpha = \frac{1 + 4,5 \left(\frac{T_n}{T_0} \right)^p}{1 + \left(\frac{T_n}{T_0} \right)^3} \tag{7-14}$$

en que T_n es el período de vibración del modo n, y T_0, p son parámetros que dependen del tipo de suelo de fundación. Se definen cuatro tipos de suelo que se indican en detalle en la Tabla V.7, y para cada tipo de suelo se definen los parámetros T_0 y p de acuerdo a lo indicado en la Tabla 7.3. En la Fig. 7.8 se muestran las curvas α para los cuatro tipos de suelo, las que se han obtenido con el procedimiento para obtener espectros de diseño discutido en la Sección 6.6.

La función $A_0\alpha$ representa el espectro de diseño elástico para una razón de amortiguamiento $\xi=0,05$. Este espectro se reduce por el factor R^* para considerar la capacidad de absorción y disipación de energía del sistema estructural (ductilidad),

así como también la sobrerresistencia con que usualmente se construyen los edificios chilenos. La expresión para calcular R^* , cuyo gráfico se muestra en la Fig. 7.9, es:

$$R^* = 1 + \frac{T^*}{0,10T_0 + \frac{T^*}{R_0}} \quad (7-15)$$

en que T^* es el período fundamental de vibración en la dirección de análisis, T_0 es el parámetro que depende del tipo de suelo (Tabla 7.3) y R_0 es el factor de reducción de la respuesta que se indica en la Tabla 7.4.

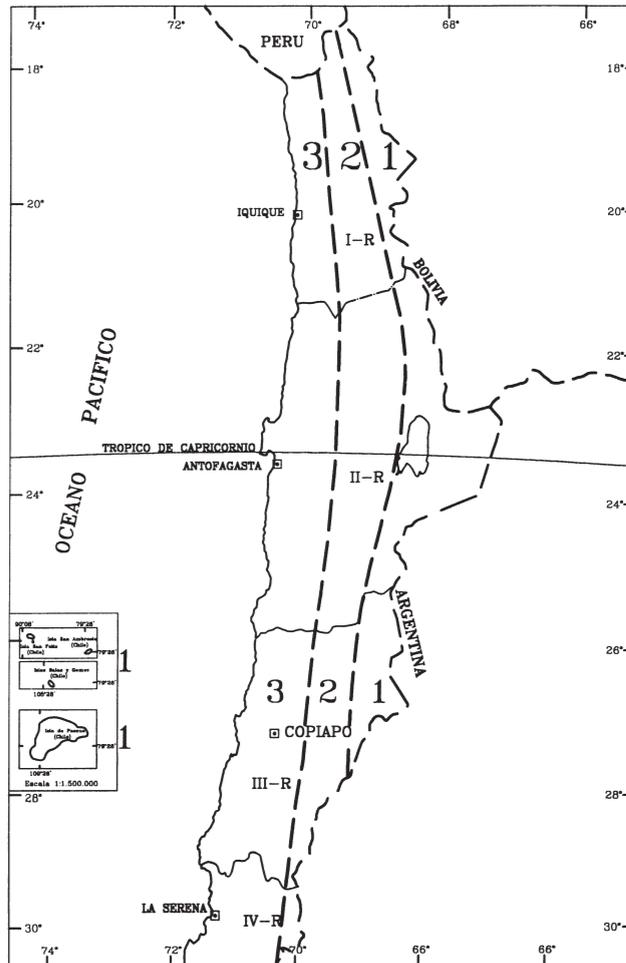


Figura 7.7.a Zonificación sísmica de Chile

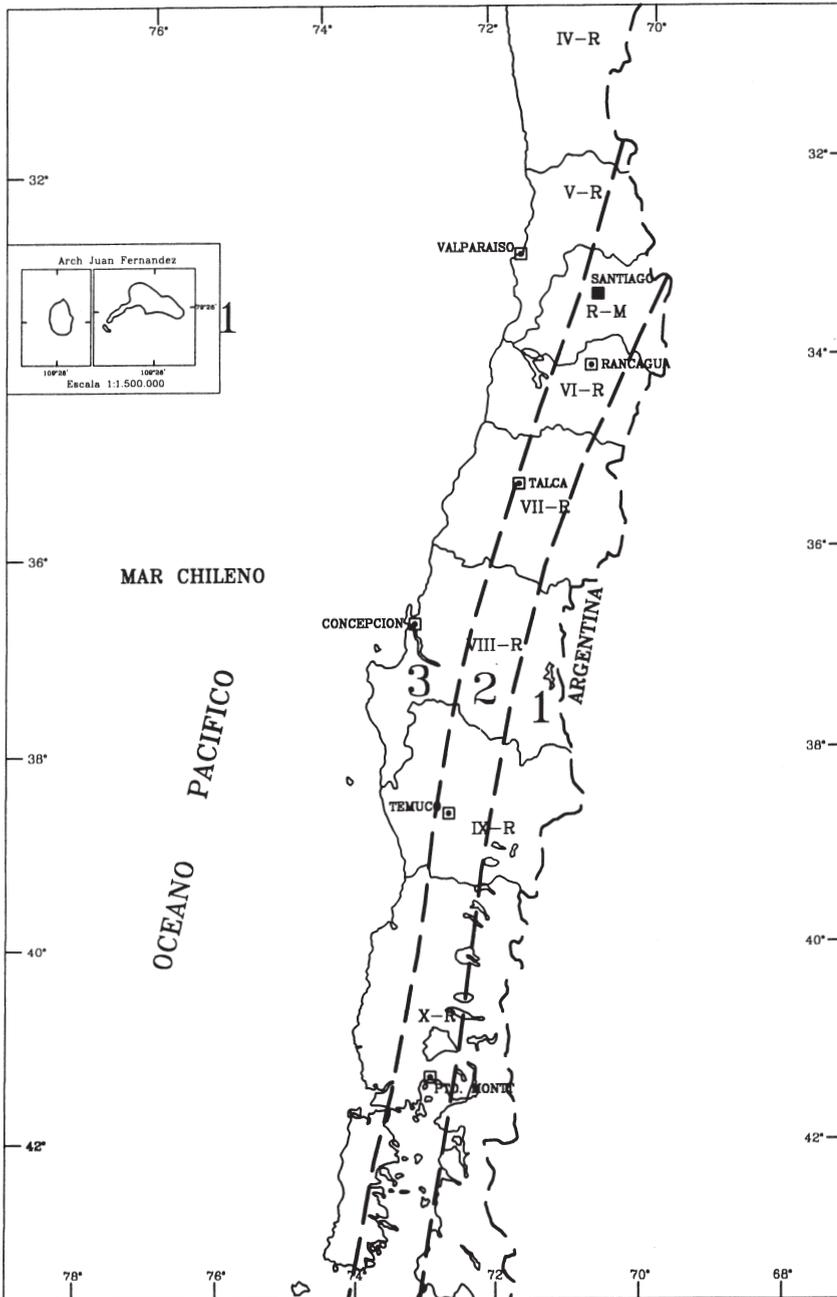


Figura 7.7.b Zonificación sísmica de Chile (continuación)

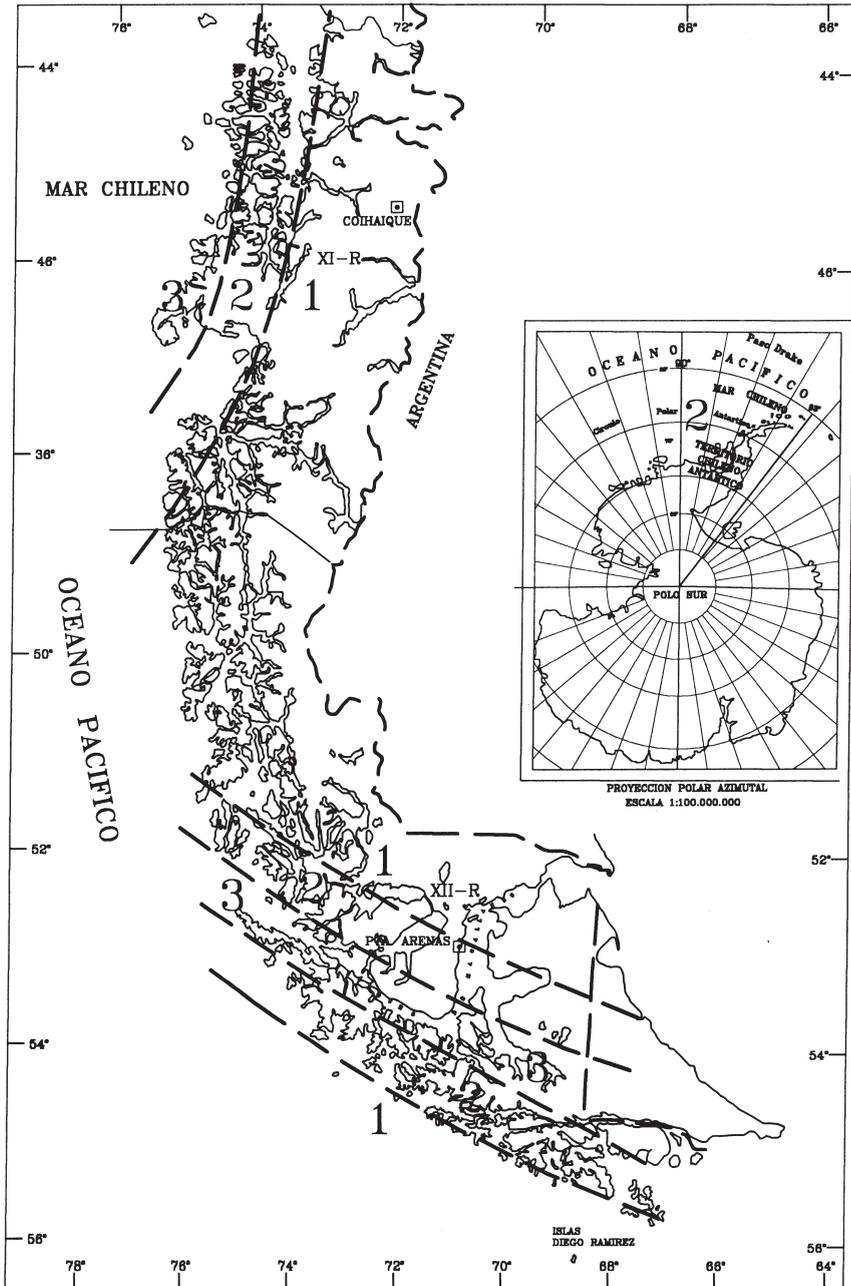


Figura 7.7.c Zonificación sísmica de Chile (continuación)

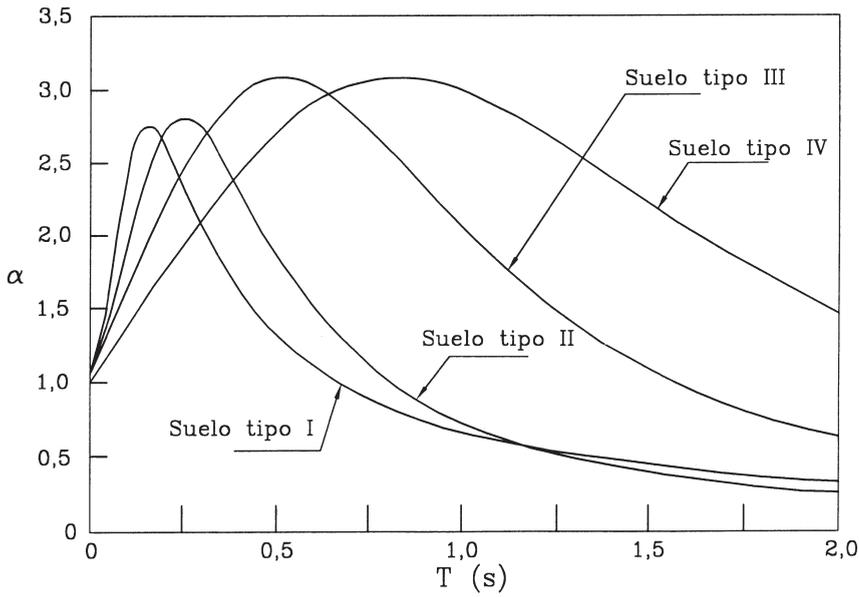


Figura 7.8 Factor de amplificación del espectro elástico

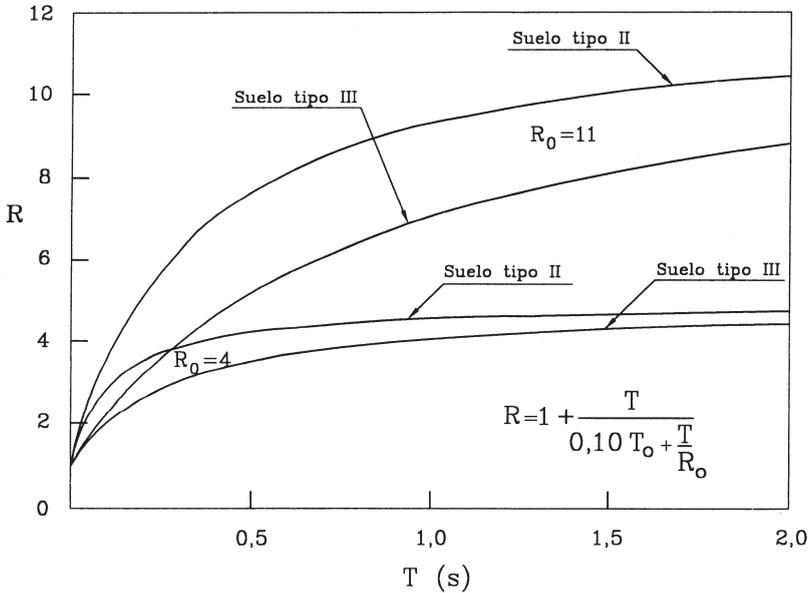


Figura 7.9 Factor de modificación de la respuesta

TABLA 7.3 Valor de los parámetros que dependen del tipo de suelo

Tipo de suelo	S	T_0 (segundos)	T' (segundos)	n	p
I	0,90	0,15	0,25	1,00	2,0
II	1,00	0,30	0,35	1,33	1,5
III	1,20	0,75	0,85	1,80	1,0
IV	1,30	1,20	1,35	1,80	1,0

TABLA 7.4 Valores máximos de los factores de modificación de la respuesta⁽¹⁾

Sistema estructural	Material estructural	R	R_0
Pórticos	Acero estructural	7	11
	Hormigón armado	7	11
Muros y sistemas arriostrados	Acero estructural	7	11
	Hormigón armado	7	11
	Hormigón armado y albañilería confinada		
	- Si cumple el criterio A ⁽²⁾	6	9
	- Si no cumple el criterio A ⁽²⁾	4	4
	Madera	5,5	7
	Albañilería confinada	4	4
	Albañilería armada		
	- De bloques de hormigón o unidades de geometría similar en las que se llenen todos los huecos, y albañilería de muros doble chapa.	4	4
	- De ladrillos cerámicos tipo rejilla con y sin relleno de huecos y albañilería de bloques de hormigón o unidades de geometría similar en que no se llenan todos los huecos.	3	3
Cualquier tipo de estructuración o material que no pueda ser clasificado en alguna de las categorías anteriores	2	—	

- 1) Los valores indicados en esta tabla para acero estructural y hormigón suponen un diseño que contempla requisitos especiales para obtener un comportamiento inelástico dúctil durante sismos de gran severidad. (Anexo B de la norma NCh 433).
- 2) Criterio A. Los muros de hormigón armado deben tomar en cada piso, el 50% del esfuerzo de corte del piso, como mínimo.

El uso del factor de reducción R^* del espectro de diseño elástico tiene un fundamento claro: la solicitación sísmica para comportamiento elástico se reduce en la medida que la estructura es capaz de ofrecer un comportamiento dúctil. La dependencia de R^* del período T^* y la dependencia de R_0 del tipo de sistema estructural y del material estructural, están directamente relacionadas con la ductilidad esperada del comportamiento estructural. Los valores de R_0 se han establecido de acuerdo a la experiencia recogida del comportamiento de los edificios chilenos durante los sismos pasados, particularmente, el ocurrido el 3 de marzo de 1985, de modo que dejarían de ser válidos si la mencionada sobrerresistencia dejara de estar presente en los edificios mencionados, cuestión que deberá estudiarse detalladamente según las lecciones del sismo del 27/02/2010. Estos valores de R_0 también reflejan una preferencia por que en Chile se siga usando la estructuración de muros en forma mayoritaria, en detrimento del uso de los pórticos. La razón de ello se debe a la mayor posibilidad de colapso durante sismos severos que ofrece la estructuración de pórticos.

El análisis modal espectral de la norma se completa con otras disposiciones referentes al número de modos que deben considerarse en el análisis, la fórmula de superposición de los valores máximos modales, así como ciertas limitaciones que debe observar la resistencia sísmica horizontal, expresada a través del esfuerzo de corte basal. La más importante de estas limitaciones, destinada a proteger el comportamiento de los edificios flexibles, establece que el esfuerzo de corte basal mínimo de diseño debe ser:

$$V_0^{\min} = \frac{IA_0}{6g} P \quad (7-16)$$

También se establece un esfuerzo de corte basal máximo para los edificios de hormigón armado y acero con bajo período de vibración, con el fin de reflejar el buen comportamiento durante el sismo de marzo de 1985 que exhibieron estructuras de características similares, y que habrían sido diseñadas con esfuerzos de corte basales no mayores que dichos valores máximos. Estos valores máximos son los mismos que usa el Análisis Estático que se discute a continuación.

7.5.2 Análisis Estático

La norma chilena NCh 433, al igual que las normas de todos los países sísmicos del mundo, establece como método alternativo para considerar la acción sísmica, un conjunto de fuerzas laterales u horizontales que se suponen actuando estáticamente sobre la estructura. Esta representación de la acción de los movimientos sísmicos es muy usada en la práctica para efectuar el diseño sísmico. Paradojalmente, de acuerdo a lo que se ha explicado anteriormente, el movimiento sísmico del suelo no impone fuerzas sobre las estructuras sino que produce desplazamientos laterales; pero, si

estos desplazamientos son tales que el comportamiento de la estructura se mantiene dentro del rango lineal elástico, el especificar los desplazamientos es exactamente equivalente a la especificación de las fuerzas laterales equivalentes, entendiéndose por estas fuerzas el conjunto de fuerzas laterales que produce un determinado conjunto de desplazamientos laterales de la estructura. Sin embargo, debe entenderse claramente que la acción del sismo es dinámica y de características alternativas, que se traduce en un movimiento de la estructura relativo a su base, y no en un conjunto de fuerzas laterales estáticas; el movimiento de la estructura genera esfuerzos sobre sus elementos, también de naturaleza dinámica y alternativa, cuyos valores máximos en el tiempo tratan de ser estimados a través de los esfuerzos internos generados por el conjunto de fuerzas laterales estáticas equivalentes.

Por otra parte, si la magnitud de los desplazamientos laterales inducidos por el sismo hacen que el comportamiento incurra en el rango inelástico, la acción del sismo ya no puede representarse por fuerzas sino que debe especificarse directamente a través de los desplazamientos o del factor de ductilidad asociado a la resistencia lateral máxima provista por la estructura. El método de análisis estático de las normas considera la ductilidad de las estructuras a través del factor de reducción R del espectro de diseño elástico, obteniendo de esta forma un conjunto de fuerzas laterales de valor reducido. Se supone que la resistencia sísmica obtenida a través del diseño para estas fuerzas, permitirá que la estructura experimente desplazamientos inelásticos menores que los máximos que ella es capaz de desarrollar sin colapsar, frente a la eventualidad de un sismo de gran severidad. Esta suposición no siempre es refrendada por el comportamiento real de los edificios, como lo muestran numerosos casos de sismos severos ocurridos en diferentes partes del mundo entre 1985 y hoy.

El análisis estático de las normas especifica dos elementos: el esfuerzo de corte basal y la forma como este esfuerzo de corte basal se distribuye en la altura para obtener el conjunto de fuerzas laterales equivalentes. Ambos aspectos se deducen bajo la hipótesis que el comportamiento dinámico de la estructura está controlado por el modo fundamental de vibración, tal como se ilustra a continuación.

a) Esfuerzo de Corte Basal

De acuerdo al análisis presentado en la Sección 7.3, si el esfuerzo de corte basal de un sistema de varios grados de libertad se aproxima por la contribución del primer modo de vibrar, se puede escribir:

$$V_0^{\max} \approx V_{01}^{\max} = \frac{L_1^2}{M_1} S_{a1} = P_1 \frac{S_{a1}}{g}$$

en que

$$P_1 = \frac{L_1^2 g}{M_1} = \frac{\left[\sum_{j=1}^N m_j \phi_{j1} \right]^2}{\sum_{j=1}^N m_j \phi_{j1}^2} g = \frac{\left[\sum_{j=1}^N p_j \phi_{j1} \right]^2}{\sum_{j=1}^N p_j \phi_{j1}^2}$$

donde p_j representa el peso del piso j .

El valor de P_1 es del orden del 60% al 90% del peso total P del edificio, dependiendo de la distribución de los pesos p_j en la altura y de la forma $\{\phi_1\}$ del modo fundamental de vibración. Por consiguiente, el usar el peso total P en la expresión de diseño de V_0 conduce a una sobreestimación del peso asociado al primer modo, por lo que indirectamente incluye el efecto de los modos de vibración con períodos más cortos.

El término S_{a1}/g se representa por otro denominado *coeficiente sísmico* que se designa por C . Por lo tanto, el valor de C se obtiene del espectro de diseño dividido por la aceleración de gravedad, calculado para el período fundamental de la estructura en la dirección de análisis. En base a los antecedentes anteriores, el esfuerzo de corte basal para el análisis estático se obtiene de:

$$V_0 = ICP \tag{7-17}$$

en que I es el mismo coeficiente de importancia del análisis modal espectral (Tabla 7.1), P es el peso total del edificio sobre el nivel basal, que debe incluir todo el peso propio más un porcentaje de la sobrecarga que no debe ser inferior a 25%, y la determinación de C se discute a continuación.

El coeficiente sísmico de la norma chilena NCh 433 se ha deducido del espectro de diseño para un sistema de un grado de libertad. Si se evalúa la Ec. 7-13, considerando como variable el período T en las Ecs. 7-14 y 7-15, en vez de T_n y T^* respectivamente, se obtiene la expresión

$$\frac{S_a}{g} = \frac{\frac{IA_0}{g} \left[1 + 4,5 \left(\frac{T}{T_0} \right)^p \right]}{1 + \left(\frac{T}{T_0} \right)^3} \cdot \frac{1}{1 + \frac{T}{0,10T_0 + \frac{T}{R_0}}} \tag{7-18}$$

La Ec. 7-18 se ha graneado en la Fig. 7.10 para zona sísmica 3, suelos tipos II y III, valores de R_0 iguales a 4 y 11, y coeficiente de importancia I igual a 1,0. Por simplicidad, el comité de la norma adoptó la decisión de usar una meseta constante del coeficiente sísmico C para períodos bajos, en consonancia con lo que disponen casi todos los códigos de los países sísmicos, y adoptó para esta meseta el valor dado por la Tabla 7.5, el cual depende del factor de modificación de la respuesta R para análisis estático y de un factor S que depende del tipo de suelo, que se indicó en la Tabla 7.3.

TABLA 7.5 Valores máximos del coeficiente sísmico C

R	C _{max}
2	0,90 SA ₀ /g
3	0,60 SA ₀ /g
4	0,55 SA ₀ /g
5,5	0,40 SA ₀ /g
6	0,35 SA ₀ /g
7	0,35 SA ₀ /g

También adoptó un valor mínimo del coeficiente sísmico, con el objeto de proveer la resistencia y rigidez mínimas a las estructuras con alto valor del período fundamental T, o sea, a los edificios altos o estructuras muy esbeltas.

$$C_{\min} = \frac{A_0}{6g} \quad (7-19)$$

Por último, para los valores de C entre las dos cotas anteriores, adoptó una expresión analítica de modo de reproducir los valores del espectro de diseño, resultando la expresión

$$C = \frac{2,75A_0}{gR} \left(\frac{T'}{T^*} \right)^n \quad (7-20)$$

en que T', n son parámetros que dependen del tipo de suelo que se indican en la Tabla 7.3. La formulación anterior permite usar un valor de R que es constante para el rango de períodos entre las cotas máxima y mínima del coeficiente sísmico C. Los valores de R para el análisis estático se indican en la Tabla 7.4. Gráficos del coeficiente sísmico para dos tipos de suelo (II y III) y para dos valores de R (4 y 7) se muestran en la Fig. 7.11. Las curvas de esta figura representan la materialización para el diseño práctico de las curvas teóricas correspondientes indicadas en la Fig. 7.10.

El esfuerzo de corte basal del análisis estático permite inferir el comportamiento sísmico que tendrían las estructuras diseñadas con este método de análisis de la norma. Efectivamente, de acuerdo al análisis presentado en las Secciones 4.4.1 y 4.4.2, la resistencia sísmica máxima R_{max} que exhiben las estructuras, expresada a través del valor del esfuerzo de corte basal máximo que se puede desarrollar durante un sismo de gran severidad, es usualmente bastante mayor que el esfuerzo de corte basal de diseño V₀ que establece la Ec. 7-17. La diferencia entre R_{max} y V₀ depende del factor de seguridad implícito en el método de diseño, del material estructural y principalmente de la estructuración del edificio a través de la sobrerresistencia que esta estructuración implica. Mayores antecedentes sobre este concepto se discuten en el Capítulo 8. Los valores mínimos de la razón R_{max}/V₀ que se encuentran en la práctica son del orden de 2 a 2,5. Si el esfuerzo de corte basal de diseño se expresa en términos del peso sísmico,

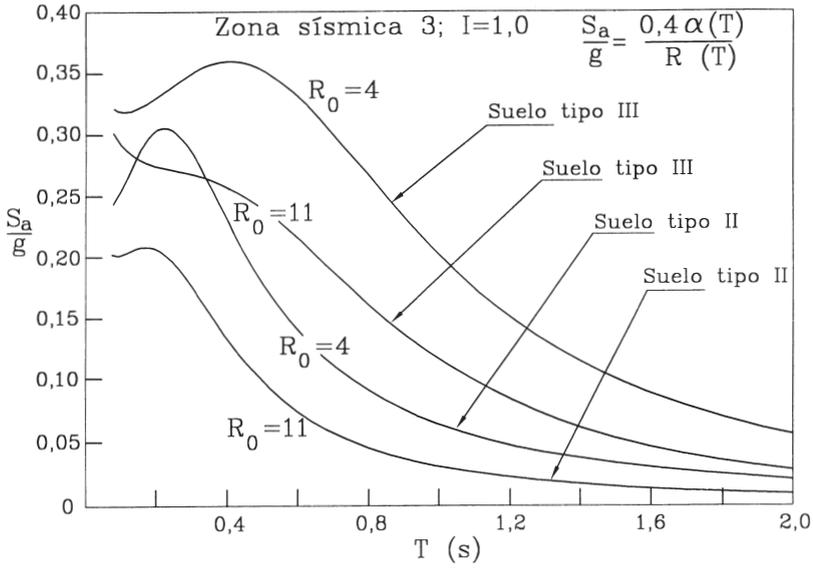


Figura 7.10 Espectro de aceleración reducido

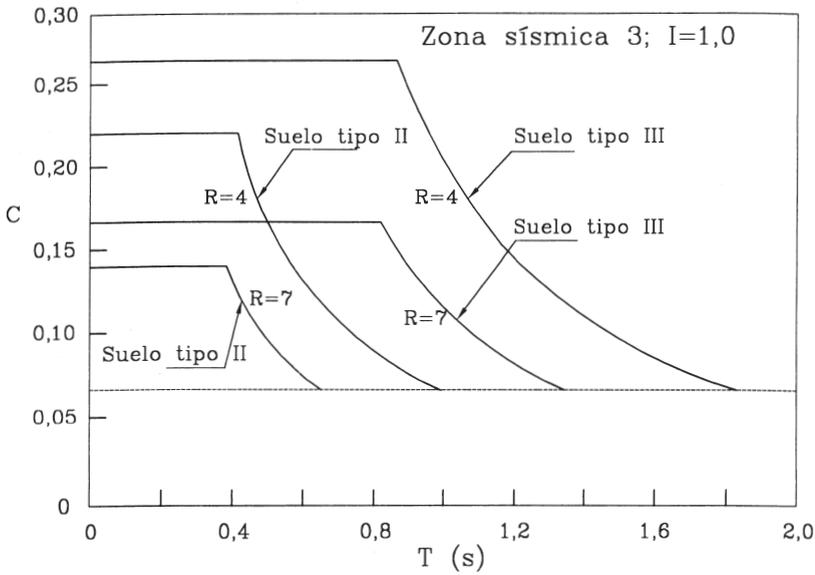


Figura 7.11 Coeficiente sísmico

se puede estimar la razón R_{\max}/P de la estructura de un edificio. Con el valor R_{\max}/P y el período fundamental de la estructura se puede entrar en gráficos de espectros de respuesta promedio normalizados a la aceleración máxima, como los que se muestran en la Fig. 6.17, y se puede estimar si el comportamiento será elástico o inelástico para un evento sísmico con una determinada aceleración máxima a_{\max} . En caso que el comportamiento sea inelástico, también se puede estimar el factor de ductilidad requerido por el sismo, con la consiguiente conclusión respecto a la seguridad sísmica que ofrecen los edificios diseñados con el análisis sísmico de la norma chilena.

Para efectuar el tipo de análisis indicado anteriormente, es conveniente tener presente la siguiente transformación para entrar en las ordenadas de los gráficos de la Fig. 6.17:

$$\frac{S_a}{a_{\max}} = \frac{S_a}{g} \cdot \frac{g}{a_{\max}} = \frac{R_{\max}}{P} \cdot \frac{g}{a_{\max}} \quad (7-21)$$

Por consiguiente, conocidos los términos R_{\max}/P , S_a/a_{\max} y el período de la estructura se puede entrar en gráficos como los de la Fig. 6.17 y se puede estimar el futuro comportamiento de la estructura. Si el punto determinado está sobre la curva para $\mu=1$, el comportamiento será elástico; en caso contrario se puede anticipar un comportamiento inelástico. Debe notarse que en Chile, se puede estimar en 0,05g a 0,15g la aceleración máxima de sismos moderados de ocurrencia relativamente frecuente; en cambio un sismo con aceleración máxima superior a 0,30g corresponde a un evento de significativa severidad o intensidad. En marzo de 1985 se registraron aceleraciones máximas muy elevadas en varios sitios: Llo-Lleo $a_{\max}=0,712g$, Melipilla $a_{\max}=0,686g$, Viña del Mar $a_{\max}=0,352g$. Sin embargo, debe tenerse presente que a veces la aceleración máxima instrumental tiene una duración muy corta, de fracciones de segundo, que no se traduce en un efecto equivalente sobre la estructura, por ello las aceleraciones de diseño de las normas (Tabla 7.2) tienen el sentido de *efectivas*, las que sin tener valores como los máximos registrados, están asociados a pulsos de duración significativa que se traducen en solicitaciones muy demandantes para las estructuras.

b) Distribución del Esfuerzo de Corte Basal en la Altura

El análisis presentado en la Sección 7.3 permite estimar el valor máximo de la fuerza lateral equivalente del piso j , asociada a la respuesta en el modo n , en la forma siguiente: (Ec. 7-9)

$$f_{jn}^{\max} = m_j \phi_{jn} \frac{L_n}{M_n} S_{an}$$

Pero de la Ec. 7-10 se puede deducir que:

$$V_{0n}^{\max} = \frac{L_n^2}{M_n} S_{an}$$

Por lo tanto:

$$f_{jn}^{\max} = \frac{m_j \phi_{jn}}{L_n} V_{0n}^{\max} = \frac{m_j \phi_{jn}}{\sum_{i=1}^N m_i \phi_{in}} V_{0n}^{\max} = \frac{p_j \phi_{jn}}{\sum_{i=1}^N p_i \phi_{in}} V_{0n}^{\max} \quad (7-22)$$

en que p_j es el peso del piso j .

Por consiguiente, si se usa la aproximación de estimar la fuerza lateral equivalente por la contribución del modo fundamental, y lo mismo se supone para el esfuerzo de corte basal, es decir:

$$f_j^{\max} \approx f_{j1}^{\max} \quad V_{01}^{\max} \approx V_0^{\max}$$

se obtiene la distribución de los valores máximos de las fuerzas laterales equivalentes en función del esfuerzo de corte basal del análisis estático:

$$f_j = \frac{p_j \phi_{j1}}{\sum_{i=1}^N p_i \phi_{i1}} V_0 \quad (7-23)$$

Sin embargo, la forma del modo fundamental de vibración es generalmente muy cercana a una línea recta, tal como se muestra en la Fig. 7.12, o sea:

$$\phi_{j1} = \frac{h_j}{H}$$

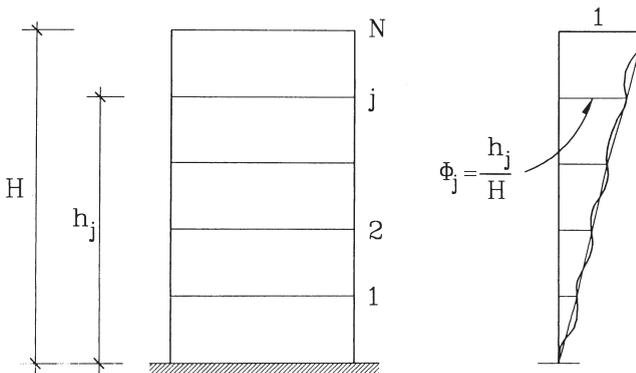


Figura 7.12 Análisis estático. Estimación del modo fundamental de vibración

Si se usa esta aproximación, la distribución de fuerzas laterales equivalentes puede escribirse como:

$$f_j = \frac{p_j h_j}{\sum_{i=1}^N p_i h_i} V_0 \quad (7-24)$$

Una expresión igual a la Ec. 7-24 aparece en la norma norteamericana UBC (International Conference of Building Officials, 1997), con la única modificación consistente en una fuerza concentrada al nivel del piso superior para el caso de los edificios flexibles ($T_1 > 0,7$ seg.), para tomar en consideración la influencia de los modos con períodos cortos de vibración. Este efecto recibe el nombre de *efecto de látigo* por su semejanza con la vibración de la punta de un látigo.

En lo que se refiere a la norma chilena NCh 433, en ella se propone una distribución del esfuerzo de corte basal en la altura bastante semejante a la de la norma norteamericana UBC, pero a través de un coeficiente A_k que entrega automáticamente la fuerza concentrada al nivel del piso superior. La distribución en altura de acuerdo a NCh 433 obedece a la expresión:

$$f_j = \frac{p_j A_j}{\sum_{i=1}^N p_i A_i} V_0 \quad (7-25)$$

con

$$A_j = \sqrt{1 - \frac{h_{j-1}}{H}} - \sqrt{1 - \frac{h_j}{H}} \quad (7-26)$$

en que h_j y H se definen en la Fig. 7.12

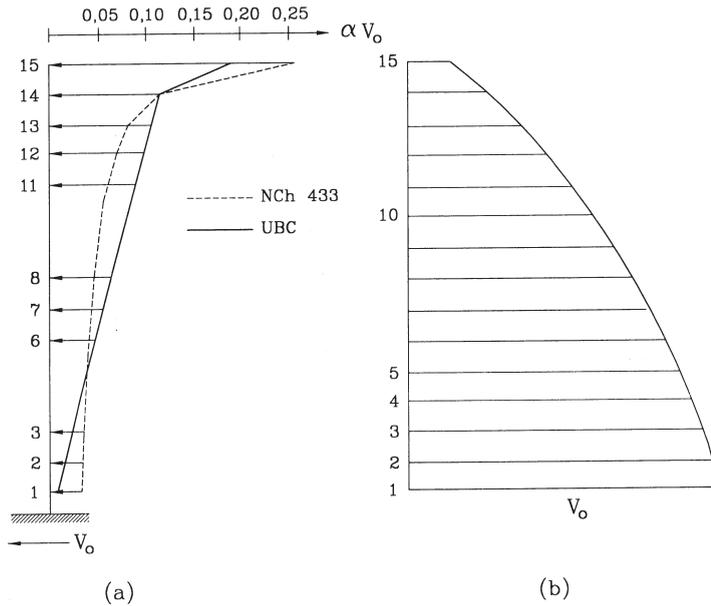


Figura 7.13 Análisis Estático: (a) Fuerzas laterales, (b) Esfuerzos de corte por piso

En la Fig. 7.13.a se muestra una comparación entre la distribución de las fuerzas laterales equivalentes de acuerdo a la norma UBC y la distribución de la norma NCh 433, para el caso particular de un edificio de 15 pisos ($T_1=1$ seg.) con pesos iguales y alturas de entrepiso iguales en todos sus pisos. Sin embargo, más valioso desde el punto de vista práctico es el diagrama de esfuerzo de corte por piso que se muestra en la Fig. 7.13.b, que en cada piso j indica la suma de las fuerzas entre el piso j y el piso superior N . Este es el gráfico que ilustra la resistencia lateral que debe tener la estructura en cada piso, de donde se deduce que dicha resistencia lateral siempre debe aumentar hacia los pisos inferiores.

Es importante hacer notar que el uso de las fuerzas laterales entregada por el análisis estático solamente es aplicable a sistemas estructurales regulares, tanto en planta como en altura, que no presentan diferencias apreciables de rigidez y resistencia entre pisos adyacentes. En estos casos, la respuesta total está fuertemente controlada por la respuesta en el modo fundamental de vibración y tanto la magnitud de V_0 como su distribución en la altura pueden aproximarse por las expresiones indicadas anteriormente. En las estructuras que no presentan las características de regularidad que se han señalado, la norma NCh 433 y otros códigos exigen el uso del análisis modal espectral.

La norma NCh 433 permite el uso del análisis estático en todas las estructuras de las categorías C y D ubicadas en la zona sísmica 1, y en todas las estructuras de no más de 5 pisos. También lo permite en aquellas estructuras de no más de 15 pisos que sean lo suficientemente rígidas (H/T_1 mayor que 40 m/s), y en las cuales la distribución en altura de esfuerzos de corte y de momentos volcantes obtenidas del análisis estático

no difieren en más de 10% de las distribuciones respectivas obtenidas de un análisis modal espectral con igual esfuerzo de corte basal.

Ejemplo 7.2

En la tabla siguiente se muestran los períodos y modos de vibración de un edificio habitacional de 3 pisos, con una estructuración de muros de albañilería confinada que se construirá en la ciudad de Concepción. El análisis se hará según la norma NCh 433 y el suelo de fundación es de tipo III de acuerdo a dicha norma. Determinar: a) El valor de las fuerzas sísmicas horizontales en cada uno de los pisos, de acuerdo al análisis estático de la norma NCh 433, b) Las fuerzas horizontales máximas asociadas al primer modo de vibrar usando el espectro de diseño de esta norma.

PISO	ALTURA DE ENTREPISO (m)	PESO (ton)	MODO 1 $T_1=0,3$ seg	MODO 2 $T_2=0,1$ seg	MODO 3 $T_3=0,05$ seg
3	2,50	300	1,00	-1,20	0,60
2	2,50	400	0,70	0,80	-1,20
1	2,50	400	0,35	1,00	1,00

Solución:

a) Esfuerzo de corte basal $V=I C P$

$$I = 1,0 \text{ (habitacional); } P = 1100 \text{ ton}$$

Coefficiente sísmico (zona sísmica III: $A_0=0,4g$; muros albañilería confinada: $R=4$):

$$C = \frac{2,75A_0}{g} \left(\frac{T'}{T_1} \right)^n = \frac{2,75 \cdot 0,4}{4} \left(\frac{0,85}{0,3} \right)^{1,8} = 1,79$$

pero de la Tabla 7.5:

$$C_{\max} = 0,55S \frac{A_0}{g} = 0,55 \cdot 1,2 \cdot 0,4 = 0,264 \quad \leftarrow \text{controla}$$

luego:

$$V = 0,264 \cdot 1100 = 290,4 \text{ ton}$$

$$f_j = \frac{p_j A_j}{\sum_i p_i A_i} V \quad A_j = \sqrt{1 - \frac{h_{j-1}}{H}} - \sqrt{1 - \frac{h_j}{H}}$$

PISO	p_j (ton)	h_j (m)	A_j	$p_j A_j$	f_j (ton)
3	300	7,50	0,577	173,1	146,9
2	400	5,00	0,239	95,6	81,1
1	400	2,50	0,184	73,6	62,4

$$\sum p_i A_i = 342,3$$

$$\sum f_i = 290,4 \text{ ton} = V$$

b) Fuerzas horizontales máximas asociadas a la respuesta en el primer modo de vibración.

Modo 1: $T_1=0,3$ seg

$$L_1 = \frac{1}{g} [300 \cdot 1 + 400 \cdot (0,70 + 0,35)] = \frac{720}{g}$$

$$M_1 = \frac{1}{g} [300 \cdot 1^2 + 400 \cdot (0,70^2 + 0,35^2)] = \frac{545}{g}$$

Espectro de diseño:

$$R^* = 1 + \frac{T_1}{0,10T_0 + \frac{T_1}{R_0}} = 1 + \frac{0,30}{0,075 + \frac{0,30}{4}} = 3$$

$$\frac{S_{al}}{g} = \frac{A_0}{gR^*} \cdot \frac{1 + 4,5 \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^p}{1 + \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^3} = \frac{0,4}{3} \frac{1 + 4,5 \left(\frac{0,3}{0,75}\right)^{1,0}}{1 + \left(\frac{0,3}{0,75}\right)^3} = 0,3509$$

$$f_{jl}^{\max} = m_j \phi_{jl} \frac{L_j}{M_1} S_{al} = p_j \phi_{jl} \frac{L_j}{M_1} \frac{S_{al}}{g}$$

$$f_{31}^{\max} = 300 \cdot (1,00) \frac{720}{545} \cdot 0,3509 = 139,1 \text{ ton}$$

$$f_{21}^{\max} = 400 \cdot (0,70) \frac{720}{545} \cdot 0,3509 = 129,8 \text{ ton}$$

$$f_{11}^{\max} = 400 \cdot (0,35) \frac{720}{545} \cdot 0,3509 = 64,9 \text{ ton}$$

$$\sum_j f_{jl}^{\max} = 333,8 \text{ ton}$$

La comparación de estos valores con las fuerzas f_j de la parte (a) permite apreciar el grado de aproximación del método de análisis estático.

7.6 Respuesta Sísmica Inelástica

Ya se ha mencionado que los edificios diseñados para las fuerzas laterales de intensidades equivalentes a las especificadas en las normas sísmicas, experimentarán incursiones en el rango inelástico del comportamiento durante movimientos sísmicos de mediana a gran intensidad. Estrictamente hablando, el método que permite obtener la respuesta total a través de una superposición de las contribuciones modales, sólo es válido para el análisis de estructuras que experimentan deformaciones que están dentro del rango elástico y no puede ser usado para obtener fuerzas laterales de diseño que presentan el efecto de sismos de gran intensidad. A pesar de lo anterior, se cree que para muchos edificios es posible obtener un resultado con un grado de aproximación suficiente, si se usa el método de superposición modal y los espectros de diseño reducidos por la ductilidad que puede ofrecer la estructura resistente.

Se piensa hoy en día que es una tarea difícil el desarrollar métodos simplificados de análisis que permitan anticipar la real distribución de esfuerzos que se producirán en una estructura durante un evento de gran severidad. La tendencia es usar métodos sencillos para dotar a la estructura de una resistencia sísmica a través de un dimensionamiento inicial de sus elementos, y verificar su comportamiento inelástico realizando análisis en el tiempo para acelerogramas de sismos severos. Estas verificaciones deben conducir a eventuales correcciones del dimensionamiento inicial o a detallamientos más rigurosos, para que la estructura sea capaz de proveer los desplazamientos inelásticos requeridos por dichos sismos sin colapsar.

7.7 Respuesta Sísmica de Estructuras Tridimensionales. Efecto de la Torsión en Planta

7.7.1 Planteamiento del Problema

Para introducir el comportamiento tridimensional de las estructuras resistentes de los edificios, se analizará el caso de un edificio de un piso con una losa hormigón armado al nivel del cielo, en el cual se cuenta con varios elementos resistentes aislados. Supóngase que se desea analizar el efecto de una fuerza horizontal estática F , representativa de un movimiento sísmico que actúa en la dirección del eje x , tal como se muestra en la Fig. 7.14. Se considerará que los elementos resistentes presentan resistencia y rigidez, según su plano solamente, despreciándose la magnitud de la rigidez en el sentido perpendicular a su plano comparada con la de los otros elementos que trabajan en su plano principal. De esta forma, los elementos 1, 2, 3 sólo contribuyen con una rigidez K_{ix} en la dirección x , mientras los elementos 4, 5, 6 sólo contribuyen en la dirección y (K_{iy}). La fuerza F actúa en el centro de gravedad del peso o masa que se puede suponer concentrado al nivel del cielo.

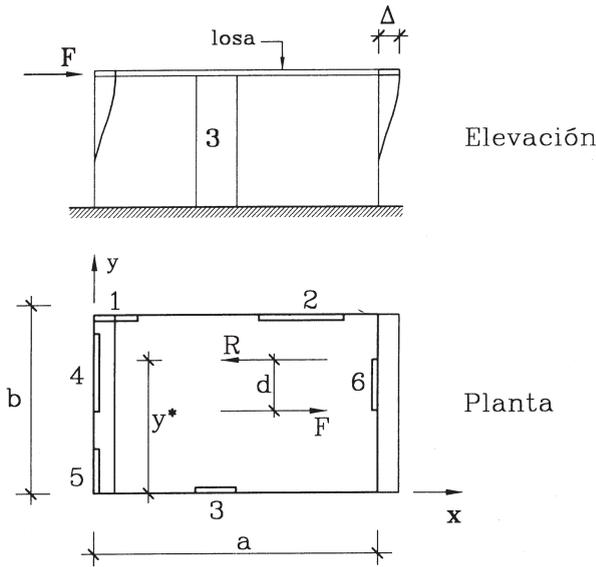


Figura 7.14 Modelo tridimensional de un sistema de un piso

La primera consecuencia de la acción de F es producir un desplazamiento Δ de la losa en la dirección x , relativo al nivel basal, el cual está dado por:

$$\Delta = \frac{F}{K_{1x} + K_{2x} + K_{3x}}$$

La fuerza horizontal, o esfuerzo de corte, que toma cada elemento como consecuencia del desplazamiento Δ es

$$F_i^T = K_{ix} \Delta = \frac{K_{ix} F}{K_{1x} + K_{2x} + K_{3x}} \quad i = 1, 2, 3 \tag{7-27}$$

$$F_i^T = 0 \quad i = 4, 5, 6$$

Sin embargo, la fuerza resultante R de F_1^T, F_2^T, F_3^T , de dirección horizontal naturalmente, no será coincidente con la línea de acción de F , que se supone actuando en el centro de gravedad de las masas de la planta, si la disposición de las rigideces en la dirección x no es simétrica respecto a este centro de masas. La ubicación de la resultante R se obtiene determinando la coordenada y^* del centro de gravedad de las fuerzas F_1^T, F_2^T, F_3^T que, de acuerdo a lo indicado en la Ec. 7-28, coincide con el centro de rigideces de la planta, entendiéndose por este término el centro de gravedad

de las rigideces. Obviamente, al ser las fuerzas F_i^T proporcionales a sus rigideces K_{ix} , la fuerza resultante debe pasar por el centro de rigidez. Por lo tanto:

$$y^* = \frac{\sum_{i=1}^3 F_i^T y_i}{\sum_{i=1}^3 F_i^T} = \frac{\sum_{i=1}^3 K_{ix} y_i}{\sum_{i=1}^3 K_{ix}} \quad (7-28)$$

Por consiguiente, si la resultante de la acción F y la reacción R no coinciden, se genera un momento torsional M que hace rotar a la planta en un ángulo ϕ . El valor del momento torsional, para el caso en que el centro de masas está ubicado en el centro geométrico de la planta, se obtiene de (Fig. 7.14):

$$M = F \cdot d = F \left(y^* - \frac{b}{2} \right) \quad (7-29)$$

Cuando la planta trata de girar, todos los elementos resistentes se oponen a la torsión puesto que todos ellos tratan de ser desplazados a lo largo de su dirección resistente principal. La planta gira en torno a un punto hasta ahora desconocido, identificado como C.R. en la Fig. 7.15, en torno a un ángulo ϕ que también deberá determinarse. Las fuerzas horizontales que se inducen en cada uno de los elementos resistentes por el efecto de la torsión en planta, son de dirección x para los elementos con rigidez principal en la dirección x , y de dirección y para los elementos orientados según y . Si se supone un sistema de ejes de referencia \bar{x} , \bar{y} con origen en el punto C.R., el análisis de la Fig. 7.15 permite determinar las fuerzas en los elementos debidas solamente al efecto de torsión:

$$\begin{aligned} F_i^R &= \phi K_{ix} \cdot \bar{y}_i & i &= 1, 2, 3 \\ F_i^R &= \phi K_{iy} \cdot \bar{x}_i & i &= 4, 5, 6 \end{aligned} \quad (7-30)$$

Este sistema de fuerzas debe estar en equilibrio con el momento M aplicado a la planta, esto es, la suma de fuerzas según las direcciones x e y debe ser cero, y el momento de las fuerzas en torno a cualquier punto debe ser igual al momento aplicado M , o sea:

$$\sum F_X = 0: \quad \phi (K_{1x} \bar{y}_1 + K_{2x} \bar{y}_2 + K_{3x} \bar{y}_3) = 0$$

$$\sum F_Y = 0: \quad \phi (K_{4y} \bar{x}_4 + K_{5y} \bar{x}_5 + K_{6y} \bar{x}_6) = 0$$

$$\sum M_{CR} = 0: \quad \phi (K_{1x} \bar{y}_1^2 + K_{2x} \bar{y}_2^2 + K_{3x} \bar{y}_3^2 + K_{4y} \bar{x}_4^2 + K_{5y} \bar{x}_5^2 + K_{6y} \bar{x}_6^2) = M$$

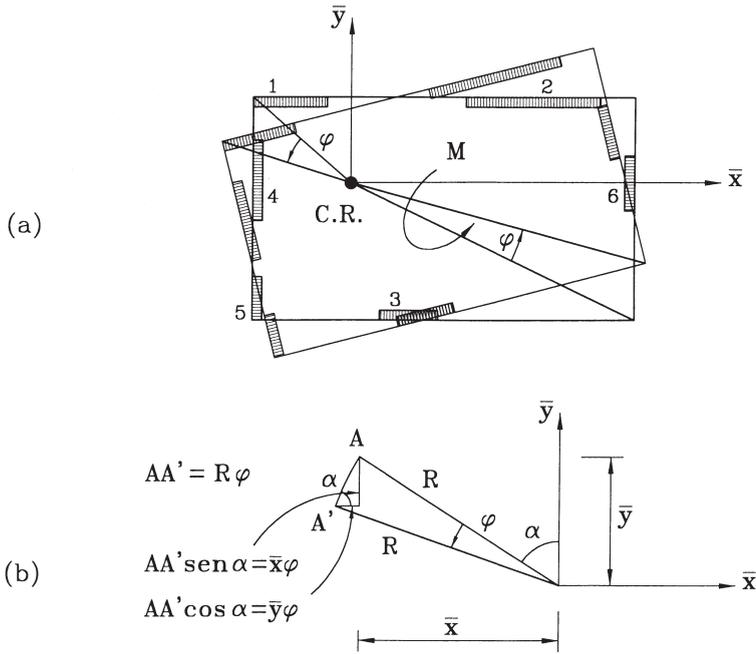


Figura 7.15 Torsión de la planta

Las primeras dos ecuaciones permiten concluir que el punto C.R. es el centro de rigidez de la planta. Efectivamente, si se desea conocer las coordenadas del centro de gravedad de las rigideces con referencia a los ejes x, y, los numeradores de las expresiones correspondientes son las cantidades que aparecen entre paréntesis en las dos ecuaciones anteriores. Por lo tanto, las coordenadas del centro de rigidez respecto a los ejes x, y son ambas nulas.

La tercera ecuación permite determinar el ángulo de rotación φ :

$$\varphi = \frac{M}{\sum_{i=1}^3 K_{ix} \bar{y}_i^2 + \sum_{i=4}^6 K_{iy} \bar{x}_i^2} = \frac{M}{K_T} \tag{7-31}$$

El denominador de la Ec. 7-31, K_T , recibe el nombre de *rigidez torsional de la planta*.

Por lo tanto, la fuerza horizontal total en cada elemento se obtiene sumando los efectos de la traslación, Ec. 7-27, con los de la torsión, Ecs. 7-30 y 7-31. Debe notarse que estos efectos se suman en el caso del elemento 3 ($\bar{y}_3 < 0$) y se restan en el caso de los elementos 1 y 2 ($\bar{y}_i > 0$). Por lo tanto, la fuerza horizontal total en cada elemento es:

$$F_i = \frac{K_{ix}}{K_{1x} + K_{2x} + K_{3x}} F - \phi K_{ix} \bar{y}_i \quad i = 1, 2, 3$$

$$F_i = \phi K_{iy} \bar{x}_i \quad i = 4, 5, 6$$
(7-32)

La componente de la fuerza horizontal debida a la torsión es tanto mayor mientras más grande sea el ángulo de torsión ϕ . Este ángulo es directamente proporcional a la magnitud de la distancia d entre los centros de rigidez y de masa, e inversamente proporcional a la rigidez torsional de la planta K_T . Por lo tanto los efectos de la torsión aumentan con la asimetría de los elementos resistentes y con la disminución de la rigidez torsional; si se desean evitar los problemas torsionales, los elementos deben disponerse simétricamente y lo más alejado que se pueda del centro de rigidez de la planta. Desde el punto de vista sismorresistente, una estructura “sana” es la que tiene el menor valor “ d ” posible, idealmente igual a cero.

Las conclusiones anteriores, obtenidas de un modelo simple de un piso, también se pueden extender a estructuras de varios pisos. Por lo tanto tienen validez general desde el punto de vista de la estructuración.

7.7.2 Respuesta Sísmica Tridimensional

Cuando se realiza el análisis sísmico de edificios es usual considerar la acción sísmica en cada una de las direcciones de resistencia principales de la estructura, en forma independiente, para lo cual basta con considerar los modelos planos de cada uno de los planos resistentes y sumar las matrices de rigidez de estos planos para obtener la rigidez total en cada dirección de análisis. Sin embargo, este análisis es válido sólo para el caso en que la acción sísmica y la resultante de las resistencias o rigideces coinciden, y no se inducen giros torsionales en las plantas de los edificios. La condición anterior es muy difícil de ser cumplida, aun en el caso de coincidencia de los centros de masa y de resistencia de cada uno de los pisos, debido a una serie de razones; entre estas razones pueden mencionarse posibles componentes torsionales del movimiento del suelo, variaciones en las posiciones de las masas y en las dimensiones y propiedades usadas para el cálculo de las rigideces, incursiones en el rango inelástico de comportamiento de algunos elementos resistentes, con lo cual se modifica la distribución de rigideces estimada de acuerdo al comportamiento lineal-elástico, y variaciones en las restricciones de giro provista por las fundaciones y la rigidez del suelo respecto a las hipótesis efectuadas en el proceso de análisis. Estas razones justifican el uso de un efecto de torsión ficticia, llamada torsión accidental y que se analiza más adelante, aun en el caso de edificios absolutamente simétricos.

Las consideraciones anteriores hacen que la respuesta sísmica real de las estructuras incluya normalmente traslaciones según ambas direcciones principales y torsiones en cada una de las plantas. Esto hace necesario la consideración de tres grados de libertad por cada masa supuestamente concentrada al nivel del cielo de cada piso, esto es, dos

componentes ortogonales de desplazamiento horizontal y un ángulo de torsión o giro en torno al eje vertical; estos grados de libertad usualmente se escogen en el centro de masas de cada piso. Por consiguiente, un edificio de N pisos tendrá $3N$ grados de libertad y $3N$ períodos propios y modos normales de vibración. Si la estructura no es simétrica, las traslaciones y torsiones estarán acopladas, esto es, un determinado modo de vibrar mostrará desplazamientos y giros de cada planta; este acoplamiento será tanto mayor mientras mayor sea la excentricidad entre acciones y resistencias. Se produce además el problema de períodos propios de valor parecido y la posibilidad de tener resonancia entre las respuestas asociadas a los modos de período propio cercano; esta situación está contemplada en la fórmula de superposición de los valores máximos modales de la norma NCh 433 para el análisis modal espectral, pero no es posible captarla con las herramientas del análisis estático. No obstante las dificultades que se han señalado, el análisis de la respuesta sísmica elástica de tales sistemas tridimensionales puede llevarse a cabo sin mayores problemas; el procedimiento usual es considerar el movimiento sísmico actuando independientemente según cada una de las dos direcciones principales del edificio, y diseñar con las sollicitaciones más desfavorables que se generan en cada uno de los elementos; en cada uno de los dos casos de excitación sísmica, se generan usualmente desplazamientos laterales en ambas direcciones y torsiones en cada una de las plantas del edificio.

7.7.3 Consideración de la Torsión Sísmica en la Norma NCh 433

El problema de la torsión sísmica elástica ha resultado muy difícil desde el punto de vista de la obtención de un modelo sencillo que pueda retener las principales características del problema real. Más problemática aún es la capacidad analítica para predecir la respuesta torsional cuando se producen incursiones en el rango inelástico de comportamiento. Por estas razones, el criterio que se ha adoptado para redactar las disposiciones de la norma NCh 433 ha sido evitar o controlar el comportamiento torsional, en vez de tratar de predecirlo con las herramientas de análisis.

En primer término, todos los análisis sísmicos, estático o modal espectral, deben utilizar un modelo de la estructura con tres grados de libertad por piso. Con ello se consideran automáticamente la excentricidad entre centros de masa y de resistencia y la rigidez torsional de las plantas, efectos que se incluyen en lo que se denomina *torsión natural*. Sin embargo, los problemas de resonancia entre modos de período cercano o acoplamiento modal que están incorporados en un análisis modal espectral, no pueden ser captados a través de un análisis estático.

El efecto de *torsión accidental*, descrito en la Sección 7.7.2, debe ser considerado en el análisis modal espectral a través de un desplazamiento ficticio de los centros de masa de todos los pisos, en dirección perpendicular a la acción sísmica, en una magnitud igual al 5% de la dimensión de la planta perpendicular a la acción sísmica. La disposición equivalente para el análisis estático consiste en desplazar las fuerzas horizontales de cada piso j en la cantidad

$$\pm 0,10 b_j \frac{h_j}{H}$$

en que b_j es la dimensión de la planta del piso j en la dirección perpendicular a la acción sísmica, y los términos h_j y H son los que se muestran en la Fig. 7.12.

El cociente h_j/H es un factor de reducción, y el uso del factor 0,10 en vez del factor 0,05 usado para el análisis modal espectral se fundamenta en un estudio de calibración, para lograr que los resultados de ambos tipos de análisis sean lo más parecidos posible.

Finalmente, la disposición más relevante para reducir la magnitud de la respuesta torsional de la norma NCh 433 consiste en un control de los ángulos de torsión obtenidos con los procedimientos de análisis. En primer término, y con el fin de tener estructuras traslacionalmente rígidas, se exige que el desplazamiento de entrepiso de cada piso, medido en el centro de masas, sea menor o igual que 0,002 veces la altura de entrepiso. Adicionalmente, el desplazamiento de entrepiso de cualquier punto de la planta, medido relativamente al desplazamiento del centro de masas, debe ser menor o igual que 0,001 veces la altura de entrepiso. Con esta última disposición se limita la magnitud del ángulo de torsión entre dos plantas consecutivas y, consecuentemente, la importancia de la respuesta torsional en la respuesta sísmica del edificio.

Ejemplo 7.3

Un edificio de un piso tiene elementos resistentes dispuestos en planta en la forma que se indica en la Fig. E7.3.a. Se indican las rigideces laterales relativas de cada muro para una deformación horizontal contenida en su plano. Determinar el porcentaje de la fuerza horizontal H que toma cada muro, cuando esta fuerza actúa al nivel del cielo en la ubicación y dirección indicadas en la figura.

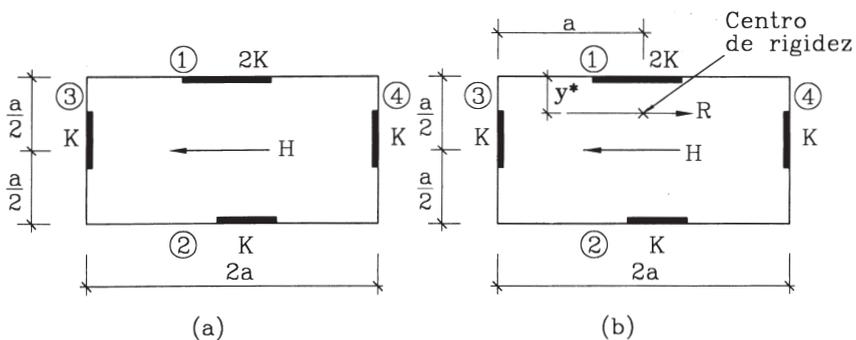


Figura E7.3

Solución:

Traslación:

$$\Delta = \frac{H}{3K}$$

Fuerzas en los elementos:

$$F_1^T = 2K\Delta = 2K \frac{H}{3K} = \frac{2}{3}H \leftarrow$$

$$F_2^T = K \frac{H}{3K} = \frac{H}{3} \leftarrow$$

Centro de rigidez o ubicación de la resultante R:

$$y^* = \frac{Ka}{3K} = \frac{a}{3}$$

Torsión:

Momento de torsión $M = H \cdot \frac{a}{6}$

Ángulo de torsión

$$\varphi = \frac{H \frac{a}{6}}{2K \left(\frac{a}{3}\right)^2 + K \left(\frac{2a}{3}\right)^2 + 2Ka^2} = \frac{H \frac{a}{6}}{Ka^2 \left(\frac{2}{9} + \frac{4}{9} + 2\right)} = \frac{H \frac{a}{6}}{\frac{8}{3}Ka^2} = \frac{H}{16Ka}$$

Fuerzas en los elementos:

$$F_1^R = \varphi 2K \frac{a}{3} = \frac{H2Ka}{16Ka3} = \frac{H}{24} \rightarrow$$

$$F_2^R = \varphi K \frac{2a}{3} = \frac{H2Ka}{16Ka3} = \frac{H}{24} \leftarrow$$

$$F_3^R = \varphi Ka = \frac{HKa}{16Ka} = \frac{H}{16} \uparrow$$

$$F_4^R = \frac{H}{16} \downarrow$$

Fuerzas totales:

$$F_1 = F_1^T + F_1^R = \frac{2H}{3} - \frac{H}{24} = \frac{5H}{8} \leftarrow$$

$$F_2 = \frac{H}{3} + \frac{H}{24} = \frac{3H}{8} \leftarrow$$

$$F_3 = \frac{H}{16} \uparrow$$

$$F_4 = \frac{H}{16} \downarrow$$

Ejemplo 7.4

En un edificio de un piso con altura de entrepiso igual a 2,50 m, los elementos resistentes son muros con rigidez relativa indicada en la Fig. E7.4.a para una deformación horizontal contenida en el plano del muro. La fuerza sísmica F se estima en 30 ton y el centro de masas se supone coincidente con el centro geométrico de la planta. Determinar para una sollicitación sísmica de dirección x , el mínimo valor de la rigidez K para que esta estructuración satisfaga los requisitos de la norma NCh 433. Incluir el efecto de la torsión accidental.

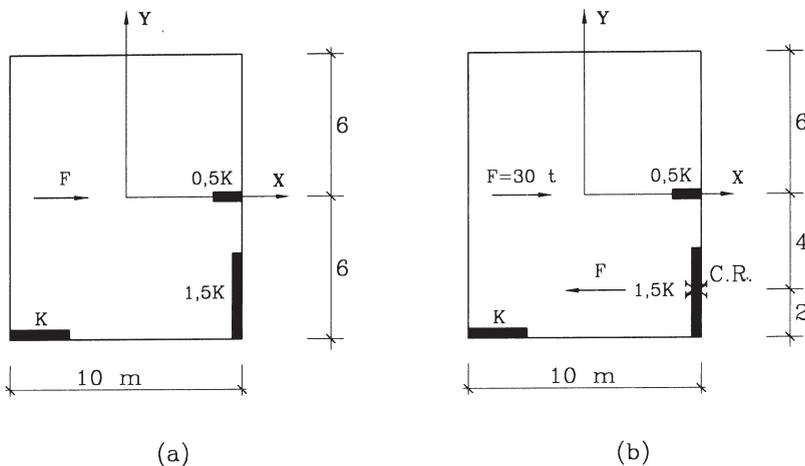


Figura E7.4

Solución:

Traslación:

$$\Delta = \frac{F}{1,5K} = \frac{30}{1,5K} = \frac{20}{K}$$

Momento de torsión:

$$M = F \cdot 4 \text{ m}$$

Torsión accidental:

$$M_{TA} = 0,10 \cdot 12F = 1,2F \text{ m}$$

Momento total (caso más desfavorable):

$$M = 4 F + 1,2 F = 5,2 F = 156 \text{ ton}\cdot\text{m}$$

Rigidez torsional (el centro de rigidez C.R. se indica en la Fig. E7.4.b):

$$K_T = 0,5 K (4^2) + K (2^2) = 12 K \text{ m}^2$$

Ángulo de torsión:

$$\varphi = \frac{M}{K_T} = \frac{156}{12K} = \frac{13}{K} \text{ (ton/m)} \text{ Si } K \text{ (ton/m)}, \varphi \text{ resulta en radianes}$$

Desplazamientos:

i) Centro de masas

$$\Delta_{CM}^x = \frac{20}{K} + \varphi \cdot 4 = \frac{20}{K} + \frac{52}{K} + \frac{72}{K} \leftarrow \text{controla}$$

$$\Delta_{CM}^y = \varphi \cdot 5 = \frac{65}{K}$$

Condición de NCh 433:

$$\frac{72}{K} \leq 0,002 \cdot 2,50$$

$$K \geq 14.400 \text{ ton/m}$$

ii) Punto más desfavorable de la planta: A

$$\Delta_A^x = \frac{20}{K} + \varphi \cdot 10 = \frac{20}{K} + \frac{130}{K} = \frac{150}{K} \quad \Delta_A^x - \Delta_{CM}^x = \frac{150}{K} - \frac{72}{K} = \frac{78}{K} \leftarrow \text{controla}$$

$$\Delta_A^y = \varphi \cdot 10 = \frac{130}{K} \quad \Delta_A^y - \Delta_{CM}^y = \frac{130}{K} - \frac{65}{K} = \frac{65}{K}$$

Condición de NCh 433:

$$\frac{78}{K} \leq 0,001 \cdot 2,50$$

$$K \geq 31.200 \text{ ton/m}$$

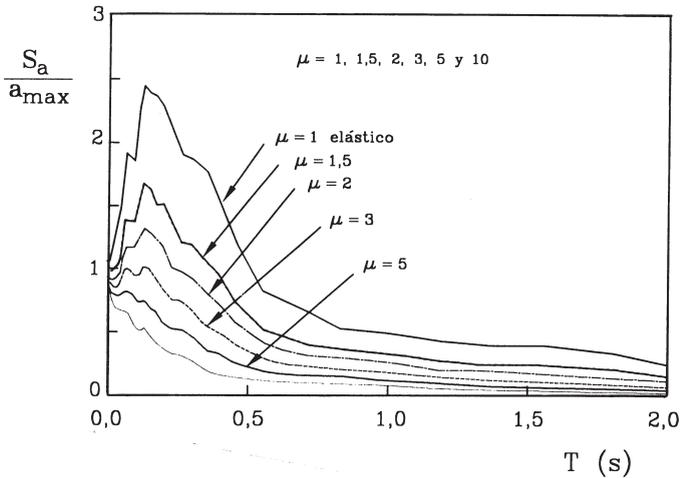
Luego:

$$K_{\min} = 31.200 \text{ ton/m}$$

7.8 Ejercicios Propuestos

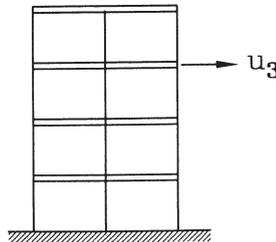
- 7.01 ¿Por qué razón el concepto de espectro de respuesta elástica, que en rigor se define para un sistema de un grado de libertad, se puede extender al análisis de sistemas de varios grados de libertad?
- 7.02 Explique físicamente que se entiende por un modo de vibración en un sistema de varios grados de libertad, ¿qué elementos caracterizan a cada modo de vibrar?, y ¿qué se llama modo fundamental de vibración?. Ejemplifique para el caso de un pórtico plano de 10 pisos.
- 7.03 ¿Qué importancia matemática tienen los modos de vibrar para la solución del sistema de ecuaciones diferenciales que permite obtener los desplazamientos horizontales sísmicos de un edificio de varios pisos.
- 7.04 Identifique y defina el término que hace que la contribución del modo fundamental de vibración sea más importante que la de los otros modos, en la respuesta sísmica elástica de un edificio de varios pisos.
- 7.05 ¿Por qué no se pueden sumar simplemente las respuestas máximas asociadas a cada modo para obtener el máximo de la respuesta total?
- 7.06 Explique las ventajas que tiene el usar la fórmula de superposición de la norma NCh 433 frente a la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados, cuando se realiza un análisis modal espectral de un edificio en que se usan tres grados de libertad por piso.
- 7.07 En la evaluación de la masa o el peso sísmico se considera la totalidad del peso propio más un porcentaje de la sobrecarga de uso. ¿Por qué razones no se considera la totalidad de la sobrecarga?
- 7.08 ¿Por qué se usa un espectro reducido por R^* en vez de un espectro elástico sin reducción en el análisis sísmico de la norma NCh 433?
- 7.09 Indique tres características de la estructura de las cuales depende el factor de modificación de la respuesta (R, R_0) que se usa en la norma NCh 433.
- 7.10 Frente a dos estructuras de igual tipo de estructuración e igual período natural de vibración, una de albañilería armada y la otra de hormigón armado, la norma chilena de diseño sísmico especifica que las solicitaciones (fuerzas) para diseñar la estructura de albañilería deben ser mayores que las usadas para diseñar la de hormigón armado. Explique esta aparente incongruencia, dado que la albañilería es un material menos resistente que el hormigón.

- 7.11 Se afirma que las estructuras diseñadas con la norma chilena no deben experimentar daños durante sismos moderados, pero que pueden resultar con daños como consecuencia de sismos muy severos. Justifique esta afirmación en base al espectro de aceleraciones promedio para registros chilenos que se indica.

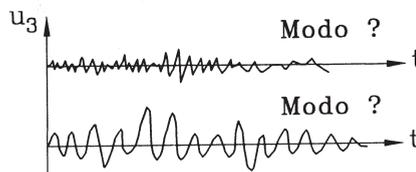


- 7.12 ¿En qué forma considera la norma NCh 433 las características del suelo de fundación de una estructura?
- 7.13 ¿En qué hecho físico de la respuesta dinámica se basa la distribución de esfuerzos laterales que usa el Método de Análisis Estático de la norma NCh 433?
- 7.14 ¿Cuántos y cuáles modos de vibrar considera el Análisis Estático de la norma sísmica chilena para calcular el conjunto de fuerzas horizontales de diseño?
- 7.15 ¿Cuáles son los dos aspectos de la estructuración de un edificio que deben cumplirse, para que tenga validez el método de las fuerzas horizontales estáticas de la norma NCh 433?, ¿por qué se deben cumplir?
- 7.16 ¿Qué establece el método estático de la norma NCh 433 para proporcionar a las estructuras suficiente resistencia sísmica?
- 7.17 ¿Qué relación tiene la respuesta torsional con la fórmula de superposición modal que exige la norma NCh 433?
- 7.18 ¿Para qué sirve en el diseño sismorresistente conocer el período fundamental de vibración de un edificio?

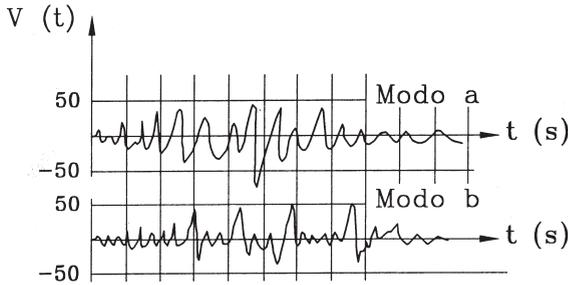
- 7.19 Dos edificios idénticos se construyen en Temuco y en Valdivia. ¿Qué relación debe existir entre sus resistencias horizontales (esfuerzo de corte basal) de acuerdo a la norma NCh 433.
- 7.20 ¿Por qué razón práctica se puede desprestigiar la contribución de la rigidez de los muros en la dirección perpendicular a su plano, en el análisis sísmico de los edificios?
- 7.21 ¿Qué se entiende por torsión natural y torsión accidental en la respuesta sísmica de edificios?
- 7.22 ¿Cuáles son los dos aspectos de estructuración a través de los cuales se puede minimizar el efecto de la torsión en planta de edificios?
- 7.23 ¿Cómo se considera el efecto de la torsión accidental en la norma NCh 433, cuando el análisis para determinar los esfuerzos sísmicos se hace a través de la superposición de los valores máximos obtenidos para la respuesta en cada modo de vibrar?
- 7.24 Suponga un sistema de cuatro pisos como el indicado en la figura. Dibuje aproximadamente la forma modal asociada al: a) segundo modo de vibración, y b) tercer modo de vibración.



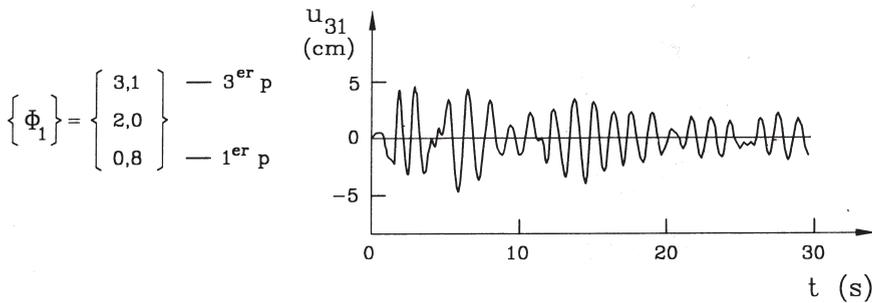
- 7.25 En el mismo sistema anterior, la respuesta sísmica del tercer piso u_3 se ha descompuesto en las contribuciones de cada modo. Identifique cuál de ellas corresponde al primer modo y cuál al tercer modo, fundamentando su respuesta.



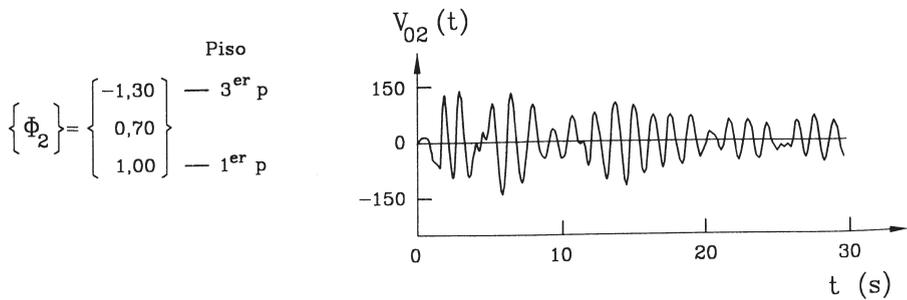
7.26 Para un sistema de dos pisos, se ha determinado la contribución de cada modo para el esfuerzo de corte basal que se produce para una determinada excitación sísmica. Determine dos estimaciones del esfuerzo de corte basal máximo.



7.27 En una estructura de acero de tres pisos, los pesos de cada piso son iguales a 10 ton. Se conoce la forma del primer modo y la historia de desplazamientos del tercer piso para un determinado movimiento sísmico, asociado a la respuesta en el primer modo de vibrar. En base a esta información, estime aproximadamente el valor máximo del esfuerzo de corte basal asociado a la respuesta en el primer modo de vibrar. (Respuesta: $V_{01}^{\max}=2,12$ ton)

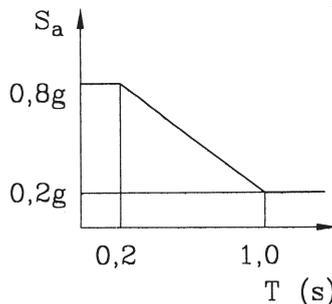


- 7.28 En una estructura de tres pisos, el peso del piso superior es de 8 ton mientras que los pesos de los pisos 1º y 2º son de 10 ton cada uno. Se conoce la forma del segundo modo de vibrar y la historia de la respuesta del esfuerzo de corte basal asociado a la respuesta del segundo modo de vibrar, para un determinado sismo.
- a) Determinar la distribución de fuerzas laterales equivalentes asociadas a la respuesta en el segundo modo en el instante $t=14$ seg, b) Estimar aproximadamente el desplazamiento horizontal del piso superior, asociado a la respuesta en el 2º modo de vibrar para el instante $t=14$ seg. (Respuestas: a) $f_{32}(t=14) = -138,7$ ton, $f_{22}(t=14) = 93,3$ ton, $f_{12}(t=14) = 133,3$ ton; b) $u_{32}(t=14) = 61$ cm)

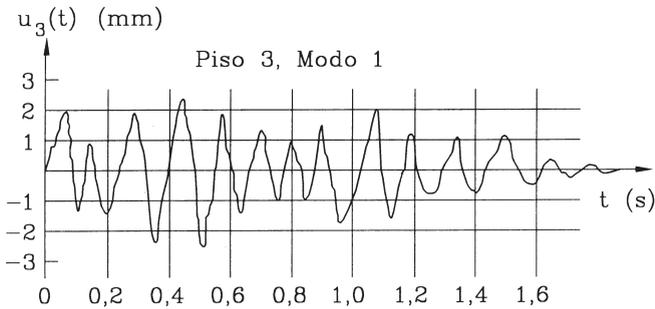


- 7.29 En un edificio de cuatro pisos se han determinado los modos y períodos de vibrar que se indican en la tabla. Si se supone el espectro elástico de diseño indicado, determinar: a) La distribución de fuerzas laterales equivalentes máximas asociadas al tercer modo de vibrar, b) El esfuerzo de corte basal máximo asociado a los primeros dos modos de vibrar.

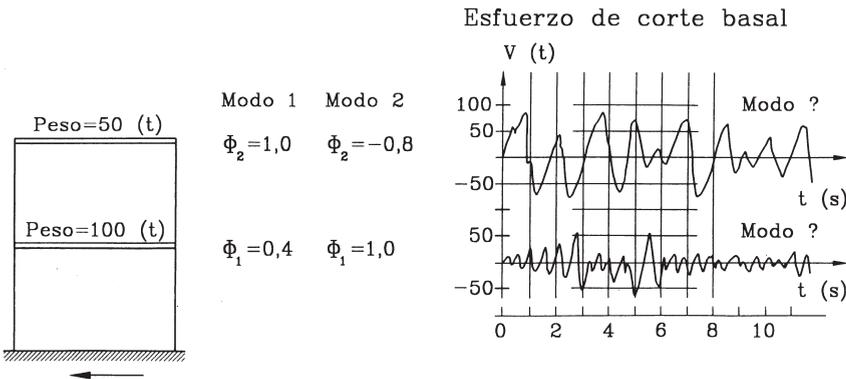
PISO	PESO (ton)	MODO 1 $T_1=0,13$ seg	MODO 2 $T_2=0,04$ seg	MODO 3 $T_3=0,02$ seg	MODO 4 $T_4=0,016$ seg
4	200	1,50	-1,20	-0,90	-0,40
3	300	1,10	0,15	1,10	1,00
2	300	0,70	1,10	0,25	-1,30
1	300	0,30	1,00	-1,20	0,80



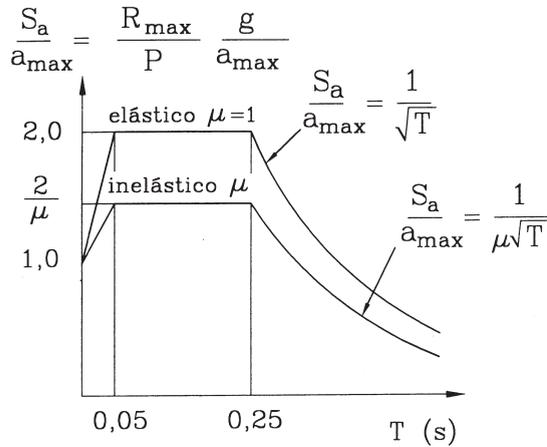
- 7.30 Para el mismo edificio de cuatro pisos del ejercicio 7.29, se muestra el desplazamiento horizontal del tercer piso para la respuesta sísmica asociada al primer modo de vibrar. Determinar: a) El valor del desplazamiento del segundo piso en el instante $t=1,0$ seg para la respuesta sísmica asociada al primer modo de vibrar, b) El máximo valor del esfuerzo de corte basal para la respuesta sísmica asociada al primer modo de vibrar. (Respuestas: a) $u_2(t=1,0) = -0,57$ mm; b) $V_{01}^{max} = 503,8$ ton)



- 7.31 En una estructura de dos pisos se conocen los pesos de cada piso y los modos de vibrar que se indican en la figura. Se conocen además las respuestas en el tiempo para los esfuerzos de corte basales asociados a cada uno de los modos de vibrar. En base a la información entregada determine los valores de las fuerzas laterales equivalentes en cada uno de los pisos en el instante $t=5$ seg. (Respuesta: $f_2 = 71,2$ ton; $f_1 = -3$ ton)



7.32 El gráfico de la figura muestra el espectro idealizado para movimientos sísmicos con diferente aceleración máxima a_{max} para estructuras con diferente factor de ductilidad μ . Si se supone que las estructuras diseñadas en Chile tienen una resistencia máxima igual a dos veces la resistencia especificada en el análisis estático de la norma NCh 433, estime el factor de ductilidad que requeriría un movimiento sísmico con aceleración máxima 0,30g en una estructura con período fundamental de 0,20 seg, ubicada en un suelo tipo III, zona sísmica 2.



7.33 Los datos que se entregan a continuación corresponden a un edificio habitacional de albañilería armada de 4 pisos, construido en la comuna de Ñuñoa. El edificio es simétrico en la dirección que se está analizando y presenta las características dinámicas que se indican.

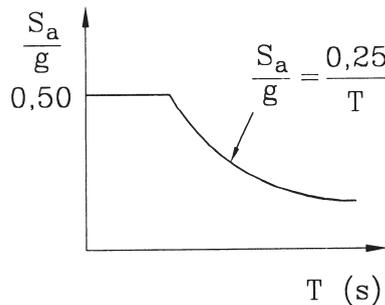
PISO	ALTURA DE PISO (m)	PESO (ton)	MODO 1 $T_1=0,128\text{seg}$	MODO 2 $T_2=0,0385 \text{ seg}$	MODO 3 $T_3=0,0227 \text{ seg}$	MODO 4 $T_4=0,0181 \text{ seg}$
4	2,60	206	1,450	-1,195	-0,910	-0,385
3	2,60	293	1,099	0,165	1,127	0,969
2	2,60	293	0,716	1,092	0,254	-1,294
1	3,00	306	0,332	1,041	-1,190	0,829

a) Determinar la distribución de fuerzas laterales equivalentes máximas y el esfuerzo de corte basal asociados a la respuesta en cada uno de los modos de vibrar, usando para ello el espectro de la norma chilena NCh 433; b) Estimar el valor máximo del esfuerzo de corte basal de acuerdo al espectro de la norma

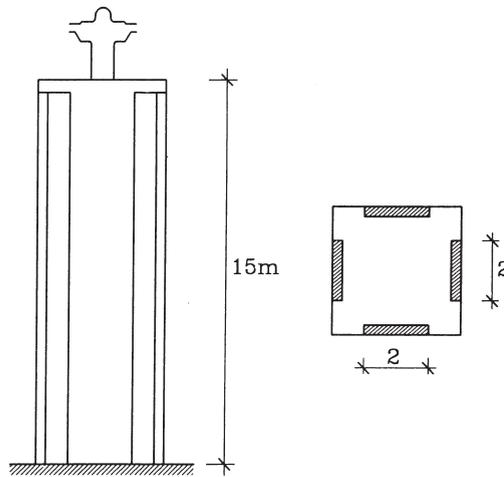
chilena; c) Obtener el esfuerzo de corte basal y la distribución de las fuerzas laterales equivalentes de acuerdo al análisis estático de la norma chilena NCh 433. Comparar el resultado con lo obtenido en las partes a) y b); d) Use como elemento de decisión el esfuerzo de corte basal, y suponga que la estructura tiene una resistencia máxima igual a 1,5 veces la resistencia que especifica el método de análisis estático de la norma NCh 433. Suponga además que la respuesta estructural puede representarse por aquella asociada al modo fundamental de vibración. Usando el espectro idealizado del Ejercicio 7.32, estime el factor de ductilidad que requeriría un eventual movimiento sísmico en Santiago con aceleración máxima de 0,20g. Efectúe la misma estimación si la aceleración máxima es 0,08g.

- 7.34 En un edificio de cuatro pisos se han determinado los modos y períodos de vibrar que se indican en la tabla. El edificio se ve sometido a un evento sísmico cuyo espectro elástico se puede idealizar en la forma indicada en la figura. Si se sabe que el edificio tiene una resistencia máxima representada por el esfuerzo de corte basal $V_0=0,30P$, en que P es el peso total, estime si el comportamiento estructural durante dicho movimiento sísmico será totalmente elástico o tendrá incursiones en el rango inelástico. (Respuesta: $R_{max}=330 \text{ ton} < V_0^{max}=444,4 \text{ ton}$, por lo tanto habrán incursiones en el rango inelástico)

PISO	PESO (ton)	MODO 1 $T_1=0,13 \text{ seg}$	MODO 2 $T_2=0,04 \text{ seg}$	MODO 3 $T_3=0,02 \text{ seg}$	MODO 4 $T_4=0,016 \text{ seg}$
4	200	1,50	-1,20	-0,90	-0,40
3	300	1,05	0,20	1,00	1,00
2	300	0,65	1,10	0,30	-1,30
1	300	0,30	0,90	-1,20	0,80

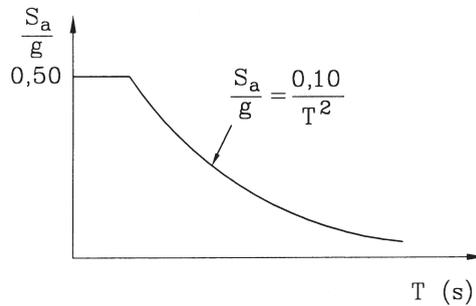


- 7.35 La estructura resistente de un monumento consiste en dos muros de hormigón armado en cada dirección, cada uno de 2 m de longitud y 0,20 m de espesor. El monumento pesa 25 ton y el módulo de elasticidad del hormigón es 250 ton/cm^2 . Si el sistema se idealiza como uno de un grado de libertad, determinar cuál es la mínima resistencia horizontal en toneladas que deben tener los muros si ellos se diseñan con la actual norma NCh 433. Suponga un coeficiente de importancia estructural $I=1,0$, un suelo tipo III y zona sísmica 3.

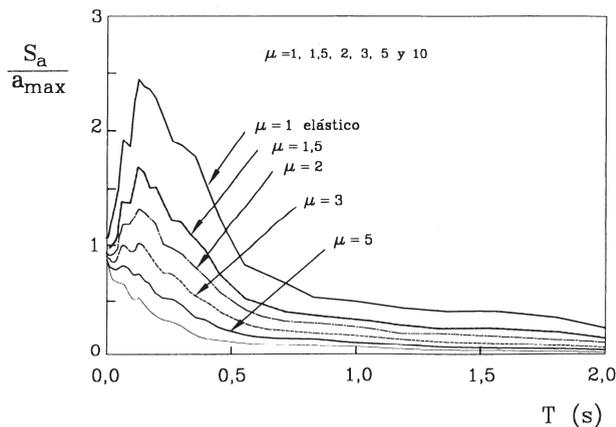


- 7.36 En un edificio de 6 pisos, todos los pisos tienen peso 350 ton y todas las alturas de entrepiso son de 2,60 m. Las características de los tres primeros modos de vibrar se indican en la tabla. El edificio está fundado en un suelo tipo II, y en zona sísmica 3 para el uso de la norma NCh433Of.96. El edificio experimenta un movimiento sísmico cuyo espectro elástico de diseño se indica en la figura:
- Entregue una estimación del máximo esfuerzo de corte basal en base a los valores de los tres modos de vibrar indicados,
 - Si se supone que este edificio tiene una resistencia lateral máxima (esfuerzo de corte basal) igual a 2 veces la resistencia especificada en el análisis estático de la norma NCh 433, ¿qué tipo de comportamiento, elástico o inelástico, se puede esperar para este edificio?

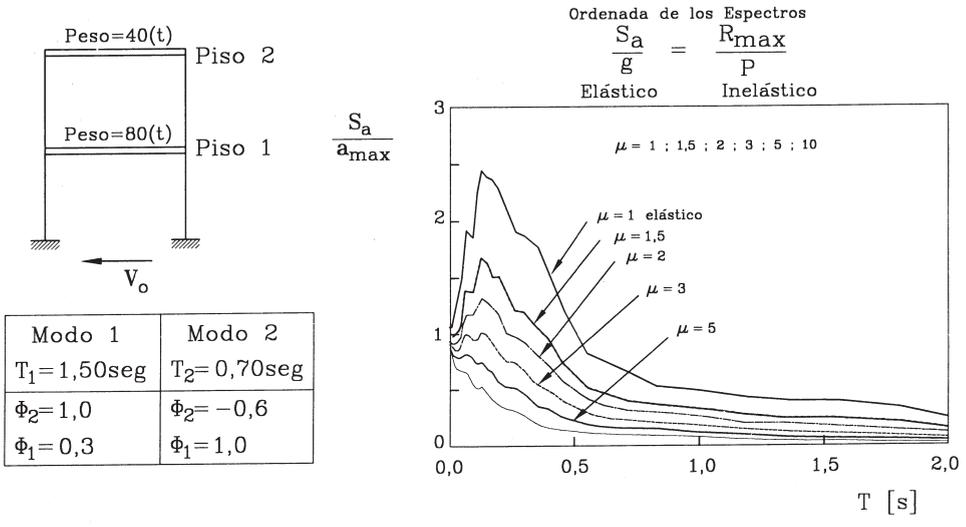
PISO	MODO 1 $T_1=0,90$ seg	MODO 2 $T_2=0,30$ seg	MODO 3 $T_3=0,10$ seg
6	1,00	-1,00	-0,50
5	0,80	0,10	0,10
4	0,65	0,50	0,60
3	0,50	0,80	0,00
2	0,35	0,80	-0,80
1	0,20	0,50	-0,80



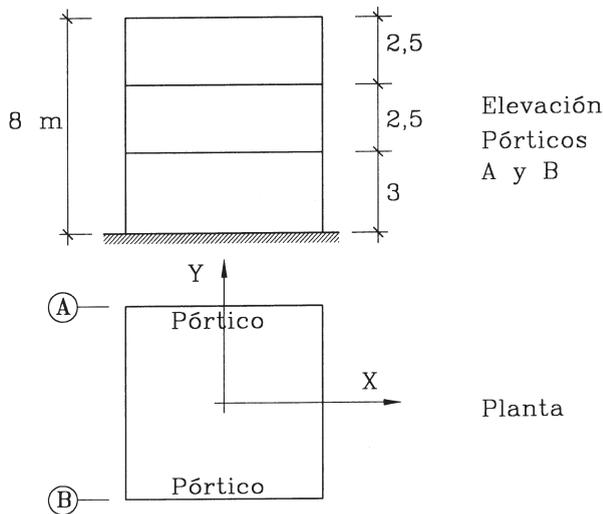
7.37 Suponga que la resistencia sísmica máxima (o esfuerzo de corte basal) de una estructura de un edificio de oficinas es igual a 2,5 veces la resistencia especificada en el análisis estático de la norma NCh 433 con un suelo tipo III, zona sísmica 2, y factor $R=7$. ¿Qué tipo de comportamiento, elástico o inelástico se esperaría en la estructura, si el espectro del sismo futuro es el indicado en la figura en que la aceleración máxima es $a_{max}=0,30g$? a) para una estructura con período $T=0,3$ seg, y b) para una estructura con período $T=0,9$ seg. En el caso de esperar comportamiento inelástico, indicar aproximadamente el factor de ductilidad requerido por este sismo.



7.38 Un edificio de oficinas construido en el centro de Viña del Mar (suelo tipo III), tiene como sistema típico el pórtico de hormigón armado ($R=7$) que se indica en la figura. El edificio tiene una resistencia lateral máxima igual a 1,5 veces la determinada por el esfuerzo de corte basal del análisis estático de la norma NCh433Of.96. Si el edificio experimenta un movimiento sísmico con $a_{max}=0,35g$, cuyos espectros elástico e inelástico se indican en la figura, determinar si durante este evento el comportamiento de la estructura se mantendrá o no dentro del rango elástico.

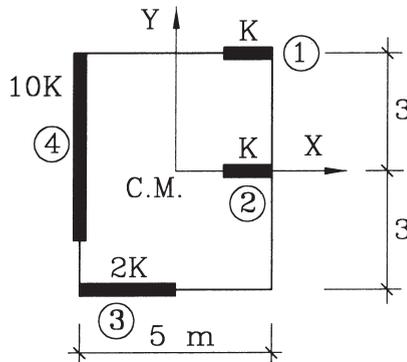


- 7.39 La figura muestra la planta y elevación de un edificio para una universidad privada destinado a salas de clases, que se va a construir en La Serena en un suelo de fundación tipo III. El edificio consulta dos pórticos idénticos de hormigón armado en la dirección x, y el período fundamental en dicha dirección se ha estimado en 0,4 seg. Los pesos totales de cada piso son $P_1=150$ ton, $P_2=120$ ton, $P_3=100$ ton (1 es el primer piso). Determinar las fuerzas horizontales con que debe realizarse el análisis sísmico de cada pórtico (A ó B) para el análisis sísmico en la dirección x. (Respuesta: $f_3=18,1$ ton, $f_2=9,0$ ton, $f_1=10,2$ ton)



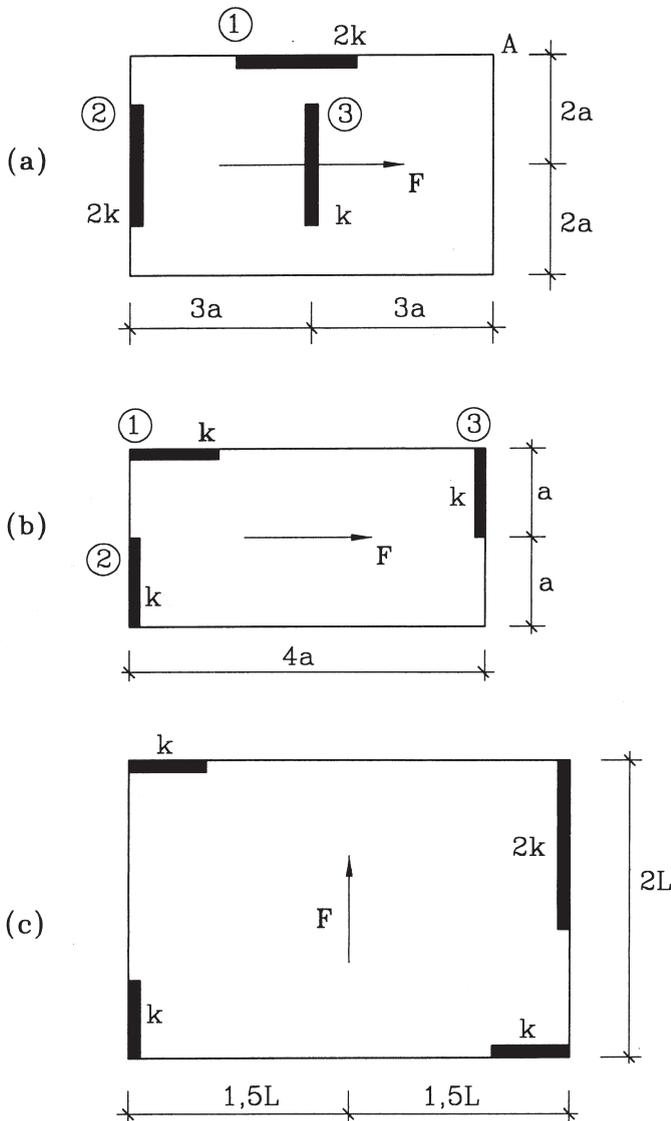
- 7.40 El proyecto de un edificio para un colegio en la ciudad de Ovalle, tiene 3 pisos y una estructuración de pórticos de hormigón armado. El suelo de fundación es blando, tipo III, de acuerdo a la clasificación de la norma. Para la respuesta sísmica en la dirección transversal del edificio usar la Tabla del Ejemplo 7.2 (no hay torsión), a) Determine el esfuerzo de corte basal para diseñar el edificio usando el análisis estático de la norma NCh433Of.96, para un análisis sísmico en la dirección transversal del edificio, b) Si se usa un análisis modal espectral con el espectro de diseño de la norma NCh433Of.96, empleando la fórmula de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las contribuciones de cada modo para estimar el valor máximo, determinar el esfuerzo de corte basal de diseño para un análisis sísmico en la dirección transversal. (Respuesta: a) $V_0=221,8$ ton; b) $V_0^{\max}=306,2$ ton)

- 7.41 En un edificio de un piso con centro de masas ubicado en el centro geométrico de la planta, se indica la rigidez de cada muro para una fuerza horizontal contenida en su plano ($K=10 \text{ ton/cm}$). Para una acción sísmica de dirección Y con fuerza sísmica F, determine el porcentaje de F con que debe diseñarse cada muro, de acuerdo a las disposiciones de la norma NCh 433. (Respuesta: muro1= $0,454F$, muro2= $0,091F$, muro3= $0,545F$, muro4=F; el muro4 no toma esfuerzo por torsión)

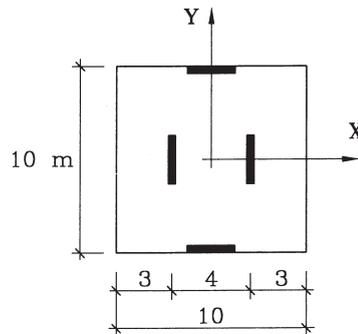


- 7.42 Suponga que en la estructura de un piso, que tiene las mismas características de peso y dimensiones que el Ejercicio 6.28.a, actúa una fuerza horizontal F a lo largo del eje Y, de magnitud igual al 12% del peso que se puede considerar concentrado al nivel del cielo de la estructura. Los módulos de elasticidad de los materiales son 250.000 kg/cm^2 para el hormigón armado y 30.000 kg/cm^2 para la albañilería confinada. En caso de ser necesario use todos los datos indicados en el enunciado del Ejercicio 6.28 a). Usando las disposiciones de torsión accidental del análisis estático de la norma NCh 433, determinar: a) El desplazamiento A de la planta en la dirección Y y el ángulo de giro en torno al centro de rigidez, b) Las fuerzas horizontales en los elementos debido a traslación, a la torsión en planta y a los dos efectos combinados.
- 7.43 Repita el Ejercicio 7.42 para el caso de la estructura del Ejercicio 6.28.b. Efectuar el análisis tanto para la fuerza F actuando a lo largo del eje X como para el caso en que actúa a lo largo del eje Y. En ambos casos, la magnitud de F es igual a 12% del peso que se puede considerar concentrado al nivel del cielo de la estructura.

7.44 Considere para cada parte del ejercicio el edificio asociado a la letra correspondiente, para las cuales se muestra la disposición en planta que ellos poseen. Se indican las rigideces laterales relativas de cada muro para una deformación horizontal contenida en su plano, a) Determinar las componentes de desplazamiento que experimenta la esquina A cuando actúa la fuerza horizontal F al nivel del cielo del edificio, b) Determinar el desplazamiento de la planta y la magnitud del ángulo de torsión, c) Determinar las fuerzas horizontales en cada muro, en función del valor de la fuerza solicitante F .

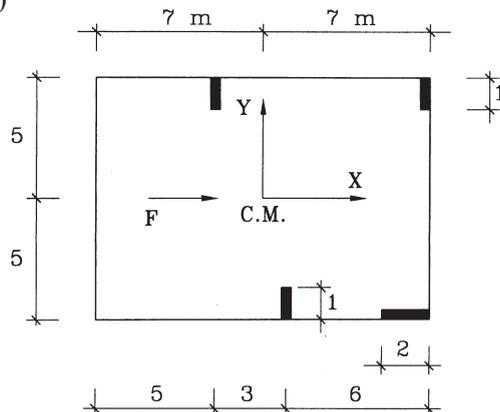


- 7.45 Un edificio de un piso cuya planta se indica en la figura, tiene un peso de 120 ton considerado al nivel del cielo y altura de entrepiso igual a 2,40 m. Todos los muros son de albañilería de 20 cm de espesor, longitud 1,20 m y $E=25 \text{ ton/cm}^2$, y pueden considerarse empotrados en su base y libres en el extremo superior. En el lugar donde se encuentra el edificio ocurre un sismo. Si la fuerza sísmica al nivel de cielo se estima en 30 ton y el centro de masas se supone coincidente con el centro geométrico de la planta, verifique si el desplazamiento de la esquina del edificio satisface los requerimientos de deformación de la norma NCh 433. Incluya el efecto de la torsión accidental. (Respuesta: valor límite=0,24 cm, $\Delta=0,0166 \text{ cm}$, satisface)



- 7.46 En un edificio de un piso con altura de entrepiso igual a 2,50 m, los elementos resistentes son de hormigón armado con $E=200 \text{ ton/cm}^2$. La rigidez en el plano de cada muro se puede estimar por medio de la expresión indicada, en que b es el espesor del muro, d su longitud y h la altura de entrepiso. La fuerza sísmica F se estima de 25 ton y el centro de masas se supone coincidente con el centro geométrico de la planta. Determinar, para una sollicitación sísmica de dirección X , el mínimo valor del espesor b de los muros (igual para todos ellos) para que esta estructuración satisfaga los requisitos de la norma NCh 433. (Respuesta: $b>35 \text{ cm}$)

$$K = \frac{Eb}{4\left(\frac{h}{d}\right)^3 + 3\left(\frac{h}{d}\right)}$$



- 7.47 Un edificio de un piso tiene los elementos resistentes dispuestos en planta en la forma indicada en la figura; las rigideces de cada muro para una deformación contenida en el plano del muro se han obtenido por separado y se ha determinado $K=50$ ton/cm. También se sabe que la fuerza sísmica que actúa al nivel del cielo en las direcciones X ó Y es $F=15$ ton. Determinar si esta planta satisface los límites de deformación estipulados en la norma NCh 433, si se supone que el centro geométrico O coincide con el centro de masas a nivel del cielo. La altura de entrepiso es de 2,20 m. Comience con el análisis sísmico en la dirección Y. (Respuesta: en Y (punto A) $=\Delta_A^Y - \Delta_O^Y = 0,225$ cm, límite=0,22 cm, no cumple)

