

Chapter Title: RESPUESTA SÍSMICA DE SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD

Book Title: Fundamentos de ingeniería estructural para estudiantes de arquitectura

Book Subtitle: Tercera edición

Book Author(s): Rafael Riddell C. and Pedro Hidalgo O.

Published by: Ediciones UC. (2015)

Stable URL: <https://www.jstor.org/stable/j.ctt1bhkq3k.8>

JSTOR is a not-for-profit service that helps scholars, researchers, and students discover, use, and build upon a wide range of content in a trusted digital archive. We use information technology and tools to increase productivity and facilitate new forms of scholarship. For more information about JSTOR, please contact support@jstor.org.

Your use of the JSTOR archive indicates your acceptance of the Terms & Conditions of Use, available at <https://about.jstor.org/terms>



JSTOR

Ediciones UC is collaborating with JSTOR to digitize, preserve and extend access to *Fundamentos de ingeniería estructural para estudiantes de arquitectura*

VI.

RESPUESTA SÍSMICA DE SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD

6.1 Ecuación del Movimiento

Considérese el sistema más simple de idealizar, el esqueleto estructural de un edificio de un piso, en que la totalidad de la masa m o peso P se concentra al nivel del cielo, el cual es rígido y se encuentra unido al terreno por columnas que son flexibles lateralmente. Se analizará el movimiento lateral de este sistema cuando actúa a nivel de cielo una fuerza $p(t)$ variable con el tiempo, como se indica en la Fig. 6.1.a.

Si se imagina que el sistema se desplaza lateralmente en una cierta cantidad x_0 y se suelta, físicamente el sistema oscila hasta volver gradualmente a su posición original, como se puede observar experimentalmente al hacer oscilar una varilla flexible. Esto indica que los sistemas reales tienen un mecanismo de absorción y disipación de energía que es necesario introducir en el modelo.

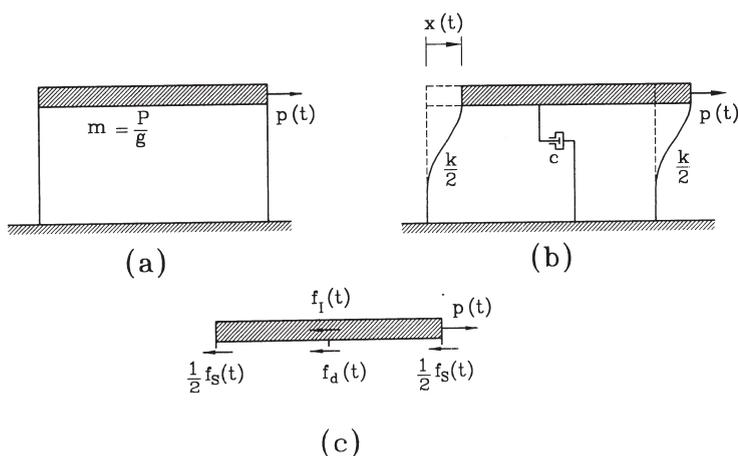


Figura 6.1 Modelo de un sistema de un piso

Supóngase una posición del sistema determinada por la variable $x(t)$ (Fig. 6.1.b). Tal como se muestra en la Fig. 6.1.c, a la fuerza $p(t)$ se oponen la fuerza de inercia $f_i(t)$, la fuerza desarrollada por la rigidez de las columnas $f_s(t)$, y la fuerza desarrollada en el disipador de energía $f_d(t)$, el cual se idealizará como un *amortiguador* viscoso. El principio de equilibrio dinámico, que debe cumplirse en todo instante, exige:

$$f_i + f_s + f_d = p(t)$$

La fuerza de inercia es:

$$f_i(t) = m \ddot{x}(t) = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

La fuerza desarrollada por las columnas, si el comportamiento es lineal elástico, es (Fig. 6.2.a):

$$f_s(t) = k x(t)$$

La fuerza desarrollada por el amortiguador viscoso obedece a la expresión (Fig. 6.2.b):

$$f_d(t) = c \dot{x}(t) = c \frac{dx}{dt}$$

Por consiguiente, la ecuación que gobierna el movimiento $x(t)$ de este sistema es:

$$m \ddot{x}(t) + c \dot{x}(t) + k x(t) = p(t) \quad (6-1)$$

Esta es una ecuación diferencial lineal de coeficientes constantes. El sistema recibe el nombre de *sistema de un grado de libertad* porque la posición de la masa se define por sólo una coordenada, o bien, porque el movimiento está gobernado por sólo una ecuación diferencial que tiene sólo una incógnita, $x(t)$. En lo que sigue, se analizan las características de la solución de esta ecuación cuando $p(t) = 0$ (vibración libre), y cuando el sistema experimenta un movimiento de su base, el cual es originado por un sismo; este último caso se puede representar considerando un valor de $p(t)$ equivalente como se estudia en la Sección 6.4.

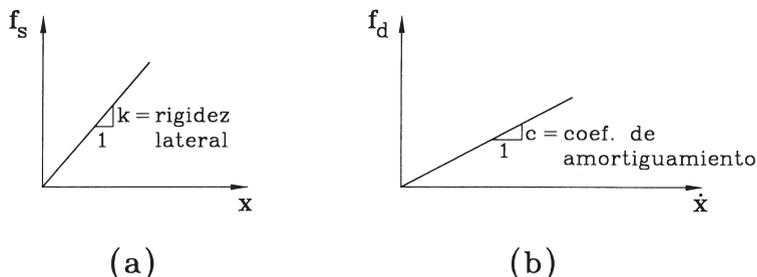


Figura 6.2 Modelos lineales de la rigidez y el amortiguamiento

6.2 Vibración Libre

Se llama vibración libre al movimiento que se produce en ausencia de la fuerza perturbadora $p(t)$. Se analizan a continuación los casos sin y con amortiguamiento.

6.2.1 Estructuras Sin Amortiguamiento

En este caso, $c=0$ y la ecuación del movimiento (Ec. 6-1) se reduce a:

$$\begin{aligned}
 m \ddot{x}(t) + k x(t) &= 0 \\
 \ddot{x}(t) + \omega^2 x(t) &= 0 \qquad (6-2) \\
 \text{con } \omega^2 &= \frac{k}{m}, \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}
 \end{aligned}$$

en que ω se denomina *frecuencia circular de vibración* y tiene unidades de radianes/segundo. La solución de esta ecuación diferencial es:

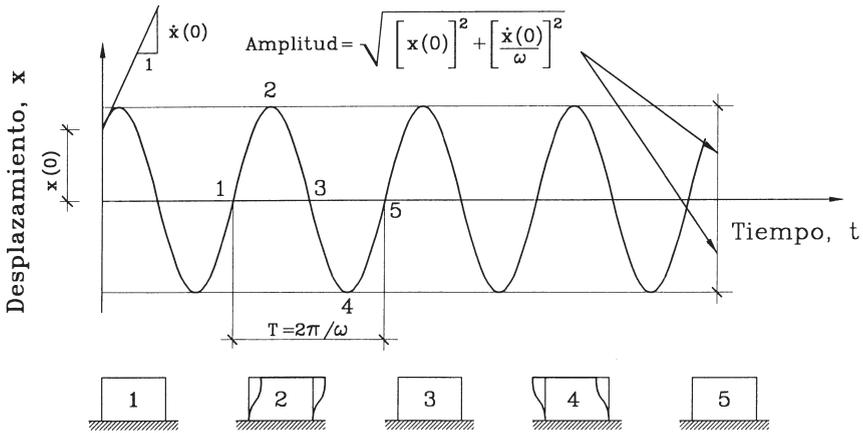
$$x(t) = \frac{\dot{x}(0)}{\omega} \text{sen}\omega t + x(0) \text{cos}\omega t \qquad (6-3)$$

en que $\dot{x}(0)$ es la *velocidad inicial*, o sea el valor de la velocidad en el instante $t=0$, y $x(0)$ es el *desplazamiento inicial*, es decir, el desplazamiento o posición que tenía la estructura en el instante $t=0$. Los valores $\dot{x}(0)$ y $x(0)$ se denominan usualmente *condiciones iniciales* del movimiento del sistema.

Efectivamente, si se reemplaza $x(t)$ dado por la Ec. 6-3 y su segunda derivada con respecto al tiempo en la Ec. 6-2, se verifica que dicha ecuación se satisface. La representación gráfica de $x(t)$ se indica en la Fig. 6.3.a (Chopra, 1981). El sistema oscila en torno a la posición de equilibrio $x=0$. El tiempo que demora el sistema en pasar dos veces por la misma posición se llama *período natural de vibración* y se designa por T . Esta es una característica del sistema, relacionada con la frecuencia circular ω :

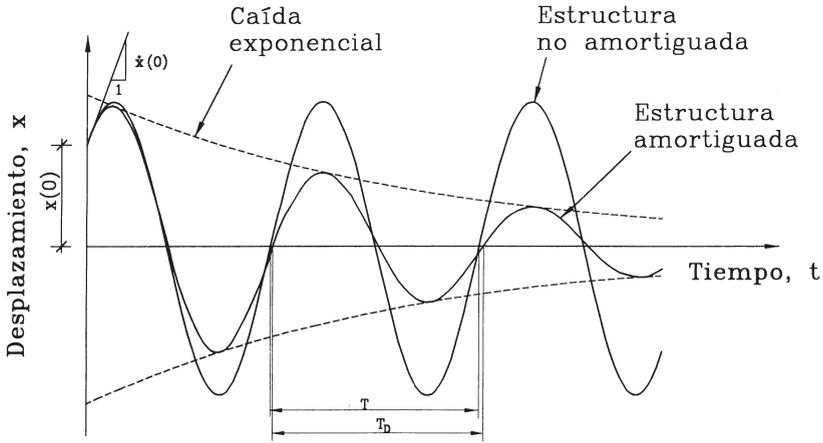
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (6-4)$$

Mientras mayor es la masa, o menor es la rigidez de las columnas, mayor es el período natural de vibración, o sea, más se demora en pasar nuevamente el sistema por la misma posición.



Posiciones deformadas de la estructura correspondientes a las posiciones 1, 2, 3, 4 y 5 del gráfico de respuesta en el tiempo.

(a)



(b)

Figura 6.3 Respuesta en vibración libre de un sistema de un grado de libertad (Chopra, 1981)

6.2.2 Estructuras con Amortiguamiento

En este caso la ecuación del movimiento es la Ec. 6-1, que se acostumbra a escribir en la forma:

$$\ddot{x}(t) + \frac{c}{m} \dot{x}(t) + \frac{k}{m} x(t) = 0$$

La respuesta real de sistemas con amortiguamiento, que coincide con la solución matemática de la ecuación diferencial anterior, depende de la magnitud del *coeficiente amortiguamiento* c . Si el amortiguamiento es grande, el sistema no alcanza a oscilar y la respuesta es como se indica en la Fig. 6.4. Si el amortiguamiento es pequeño, se produce el movimiento oscilatorio de amplitud decreciente que se indica en la Fig. 6.3.b. El coeficiente de amortiguamiento que limita un caso del otro recibe el nombre de *coeficiente de amortiguamiento crítico* y corresponde al valor de c_c dado por:

$$c_c = 2\sqrt{mk}$$

Físicamente, el amortiguamiento crítico es el menor valor del amortiguamiento para el cual el sistema vuelve a la posición de equilibrio sin oscilar.

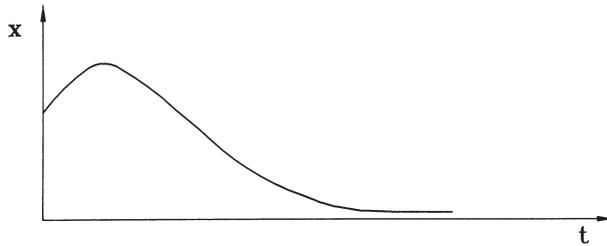


Figura 6.4 Respuesta en vibración libre para un sistema con amortiguamiento mayor que el valor crítico

En la práctica, no se trabaja con el valor del coeficiente de amortiguamiento sino que con la *razón o fracción* de amortiguamiento relativa al amortiguamiento crítico dada por:

$$\xi = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2\sqrt{mk}}$$

Por lo tanto, el factor que afecta a $\dot{x}(t)$ en la ecuación diferencial anterior se puede escribir como:

$$\frac{c}{m} = \frac{c}{2\sqrt{mk}} \cdot \frac{2\sqrt{mk}}{m} = \xi \cdot 2\sqrt{\frac{k}{m}} = 2\xi\omega$$

Por consiguiente, la ecuación diferencial del movimiento adopta la forma:

$$\ddot{x}(t) + 2\xi\omega \dot{x}(t) + \omega^2 x(t) = 0 \tag{6-5}$$

Todas las estructuras de la práctica tienen razón de amortiguamiento inferior a 0,10, tal como se discute en 6.3. La solución de la Ec. 6-5 para $\xi < 1$ es:

$$x(t) = e^{-\xi\omega t} \left\{ \left(\frac{\dot{x}(0)}{\omega_D} + \frac{\xi\omega x(0)}{\omega_D} \right) \text{sen}\omega_D t + x(0) \text{cos}\omega_D t \right\} \quad (6-6)$$

en que $\dot{x}(0)$ y $x(0)$ son las condiciones iniciales de velocidad y desplazamiento en $t=0$, ω_D es la llamada *frecuencia angular amortiguada* del sistema. La representación gráfica de $x(t)$ se indica en la Fig. 6.3.b, donde se muestra como la amplitud de la oscilación disminuye exponencialmente con el tiempo a causa del factor $e^{-\xi\omega t}$. En las estructuras de la práctica, en que ξ varía entre 0,02 y 0,10, ω es prácticamente igual a ω_D y el período natural T del sistema sin amortiguamiento, es prácticamente igual al período T_D del sistema amortiguado, tal como lo muestra la Fig. 6.3.b, ya que:

$$\omega_D = \omega\sqrt{1-\xi^2} \quad (6-7)$$

6.3 Modelación de Estructuras Simples

Las estructuras de un piso pueden modelarse en forma bastante exacta por el sistema simple que se ha discutido hasta ahora. Para entender esta modelación es necesario discutir cuales son las características de masa, rigidez y amortiguamiento de este tipo de estructuras.

La masa m del sistema se obtiene dividiendo su peso por la aceleración de gravedad $g=980 \text{ cm/seg}^2$. Este peso corresponde al que se puede considerar concentrado al nivel del cielo de la edificación, gran parte del cual está constituido por la losa de hormigón armado, si es que ella existe. También hay que agregar los otros pesos que se mueven junto con esta losa, esto es, el peso de la techumbre que se apoya en esta losa y el peso de los elementos verticales, muros, columnas y tabiques unidos a la losa durante la vibración. Generalmente se considera que la mitad del peso total de los elementos verticales es solidario con la losa del cielo, y que la otra mitad es solidario con la losa que está al nivel de piso. La existencia de la losa o de un diafragma rígido mejora enormemente la exactitud de este modelo, ya que permite reflejar la forma en que el peso concentrado al nivel del cielo se mueve en forma solidaria. En el Sección 8.6 se tratará el caso de sistemas que no tienen losa o diafragma rígido al nivel de cielo.

La idealización de la rigidez k de los elementos verticales resistentes de las estructuras de un piso se obtiene a partir de la definición de rigidez, cual es, la fuerza que es necesaria aplicar en un sistema para producir una deformación horizontal unitaria, (Fig. 6.2.a).

En la Tabla V.5 se entregan los valores de la rigidez k para varios tipos de elementos y para dos sistemas sencillos de un piso, para el caso de comportamiento lineal elástico del material y cuando sólo se incluye la influencia de las deformaciones por flexión en el cálculo de la deformación δ . Para usar estas expresiones debe notarse que E representa el módulo de elasticidad del material. Valores típicos de E para estimar rigideces se indican a continuación:

$E = 2.100.000 \text{ kg/cm}^2$	Acero
$E \approx 250.000 \text{ kg/cm}^2$	Hormigón armado
$E \approx 50.000 - 120.000 \text{ kg/cm}^2$	Albañilería armada (unidades de fabricación industrial)
$E \approx 8.000 - 30.000 \text{ kg/cm}^2$	Albañilería confinada (ladrillos artesanales)
$E \approx 60.000 - 100.000 \text{ kg/cm}^2$	Madera

El término I en la Tabla V.5 corresponde al momento de inercia de la sección con respecto al eje neutro. La sección más usada en piezas estructurales es la de forma rectangular sólida, cuyo momento de inercia se indica en la Tabla V.3, así como el de otras secciones usadas comúnmente en la práctica.

Finalmente, la razón de amortiguamiento ξ se ha determinado empíricamente comparando los resultados analíticos que se obtienen de usar el modelo de amortiguamiento viscoso, con los que se obtienen de experimentos reales. En este coeficiente de amortiguamiento se incluyen todas las fuentes de disipación de energía que se presentan durante la vibración elástica; no sólo existe un amortiguamiento interno del material sino que también aquel proveniente del roce o la fricción entre los elementos que componen una edificación real, incluidos los elementos no-estructurales. Los valores prácticos que se utilizan usualmente son:

Estructuras metálicas	$\xi = 0,02 - 0,03$
Estructuras de hormigón armado	$\xi = 0,05$
Estructuras de albañilería	$\xi = 0,05 - 0,07$
Estructuras de madera	$\xi = 0,05 - 0,07$

6.4 Respuesta Elástica de un Sistema Simple para un Movimiento de su Base

En las construcciones reales sometidas a la acción de movimientos sísmicos, no existe una fuerza $p(t)$ aplicada al nivel del cielo de la construcción, sino que un movimiento del suelo en el que está apoyada la construcción. Por consiguiente, el modelo para el análisis de este caso, sólo considera como sollicitación el movimiento $x_g(t)$ de la base. En la Fig. 6.5.a se muestra el modelo en el cual se considera la posibilidad de movimiento de la base de la estructura con respecto a un sistema de referencia inmóvil.

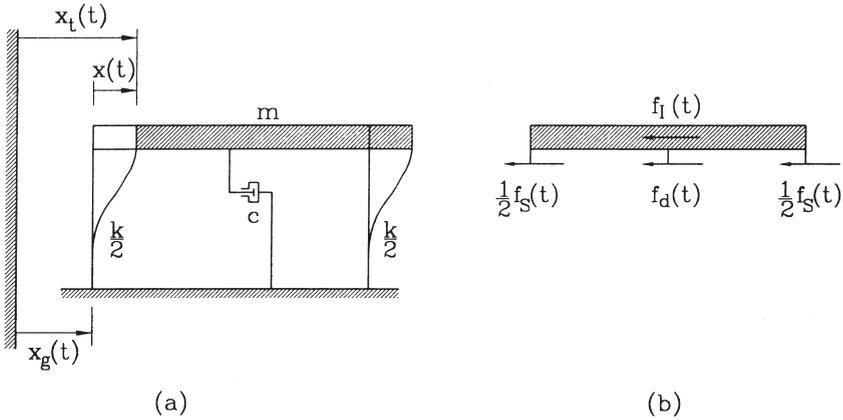


Figura 6.5 Modelo a considerar para el movimiento de la base de un sistema

En este modelo es necesario distinguir la coordenada $x(t)$ que indica la posición o movimiento de la masa m con respecto a la base de la estructura y la coordenada $x_t(t)$ que indica la posición o movimiento de la masa con respecto al sistema de referencia inmóvil. Obviamente $x_t(t) = x_g(t) + x(t)$. El principio de equilibrio dinámico aplicado al cuerpo libre indicado en la Fig. 6.5.b, adopta en este caso la forma:

$$f_l + f_s + f_d = 0$$

en que:

$$f_l(t) = m \ddot{x}_t(t) \quad f_s(t) = k x(t) \quad f_d(t) = c \dot{x}(t)$$

Reemplazando:

$$m \ddot{x}_t(t) + c \dot{x}(t) + k x(t) = 0$$

pero:

$$\ddot{x}_t(t) = \ddot{x}_g(t) + \ddot{x}(t)$$

luego:

$$m \{ \ddot{x}_g(t) + \ddot{x}(t) \} + c \dot{x}(t) + k x(t) = 0$$

$$m \ddot{x}(t) + c \dot{x}(t) + k x(t) = -m \ddot{x}_g(t) \quad (6-8)$$

Ésta es la ecuación diferencial que gobierna el movimiento relativo de la masa m con respecto a su base. La comparación de esta expresión con la Ec. 6-1 muestra que la solución del problema sísmico real es idéntica a la de un sistema que tiene su base fija y una fuerza

$$p(t) = -m \ddot{x}_g(t)$$

aplicada al nivel del suelo de la construcción. Esto indica que la acción del movimiento sísmico del suelo puede ser idealizado por la acción de una fuerza horizontal $p(t)$ actuando sobre la masa del sistema.

Después de este desarrollo se puede comprender por qué interesa tanto obtener los registros reales de aceleraciones horizontales en el suelo durante los movimientos sísmicos; de hecho, esta aceleración del suelo determina la fuerza horizontal equivalente, de naturaleza dinámica, alternativa y errática, que debe considerarse para determinar el movimiento de la masa relativo a la base.

La solución de la ecuación diferencial anterior, Ec. 6-8, está dada por:

$$x(t) = -\frac{1}{\omega_D} \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \text{sen}\omega_D(t-\tau) d\tau \tag{6-9}$$

$$\text{con } \omega_D = \omega\sqrt{1-\xi^2}$$

El análisis de los términos que intervienen en la Ec. 6-9 indica que la respuesta sísmica elástica de los sistemas de un grado de libertad sólo depende de:

- Las características del movimiento del suelo, a través del acelerograma $\ddot{x}_g(t)$.
- La frecuencia circular del sistema $\omega = \sqrt{k/m}$, o su período natural de vibración $T=2\pi/\omega$.
- La razón de amortiguamiento ξ del sistema.

Existen diversos métodos numéricos para evaluar la respuesta $x(t)$ a un movimiento sísmico $\ddot{x}_g(t)$, métodos que están fuera del alcance de este texto. Esta respuesta es de la forma indicada en la Fig. 6.6, y siempre refleja claramente la influencia del período natural de vibración. Esto se volverá a observar muy claramente en la Fig. 6.8 en que se han determinado las respuestas de sistemas con distinto período para una misma excitación basal.

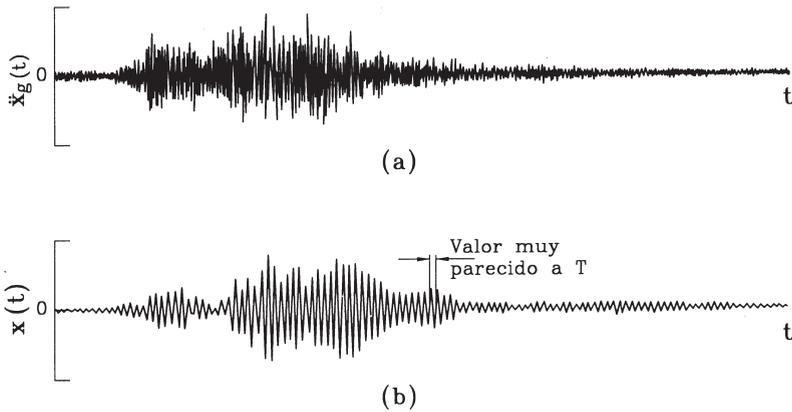


Figura 6.6 Respuesta para un movimiento de la base: (a) Aceleración del suelo, (b) Respuesta del sistema

Una vez que se ha evaluado la *historia de la respuesta* $x(t)$, se pueden determinar los esfuerzos internos en cada uno de los elementos que componen el esqueleto resistente de la estructura (esfuerzo de corte, momento flector, esfuerzo axial). En particular, se puede determinar el esfuerzo de corte basal $V(t)$, que en cada instante de tiempo es igual a la suma de los esfuerzos de corte en cada uno de los elementos resistentes en la dirección considerada. Este esfuerzo de corte basal puede determinarse convenientemente introduciendo el concepto de *fuerza lateral equivalente* $f_s(t)$. Esta es una fuerza ficticia y externa que, si actuara en forma estática, produciría la misma deformación lateral $x(t)$ que experimenta el sistema en el instante t de la excitación sísmica. Dada la rigidez lateral k del sistema, la fuerza lateral equivalente $f_s(t)$ se determina de (Fig. 6.7):

$$f_s(t) = kx(t) \quad (6-10)$$

y el esfuerzo de corte basal es:

$$V(t) = f_s(t) \quad (6-11)$$

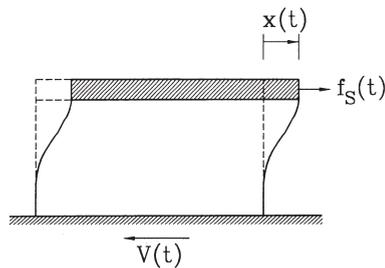


Figura 6.7 Fuerza lateral equivalente

Los conceptos de *esfuerzo de corte basal* y *fuerza lateral equivalente* son muy usados en la práctica, puesto que las normas de diseño establecen las sollicitaciones sísmicas a través de estos conceptos.

6.5 Espectro de Respuesta para Movimientos Sísmicos

6.5.1 Espectro de Respuesta Elástica

En la Fig. 6.8.a se muestra la historia de respuesta $x(t)$ de tres sistemas diferentes, para el movimiento registrado en Llo-Lleo, durante el sismo del 3 de marzo de 1985. Los tres sistemas tienen igual razón de amortiguamiento (2%) pero diferentes períodos naturales de vibración $T=0,5, 1$ y 2 seg. respectivamente (Chopra, 1981). La figura muestra los valores máximos x_{\max} de las historias $x(t)$ de cada uno de los sistemas. Como puede apreciarse, cada sistema responde en forma distinta, no sólo en cuanto al valor máximo sino también en cuanto al período de la respuesta en el tiempo, el que obviamente se alarga en la medida que aumenta el período natural de vibración de los sistemas.

Si el valor máximo de la respuesta $S_d = |x_{\max}|$ se gráfica en función del período T , se obtiene el *espectro de respuesta* elástica para el desplazamiento $x(t)$, para un amortiguamiento $\xi=0,02$, correspondiente al registro considerado (Fig. 6.8.a).

El concepto de *espectro* está asociado a respuesta máxima para un determinado acelerograma. Los valores del espectro sólo retienen el valor x_{\max} de la respuesta elástica para un sistema con período natural T y razón de amortiguamiento ξ . Existe un espectro de respuesta de desplazamientos para cada registro, y este refleja la respuesta máxima de todas las estructuras, con diferentes períodos T , que tienen un cierto valor de ξ . En realidad, un espectro muestra la forma como diferentes estructuras responden a un registro determinado y, por lo tanto, el espectro constituye la forma de visualizar como un determinado registro afecta a la población de estructuras. Si se cambia el parámetro ξ y se obtienen las respuestas x_{\max} para sistemas con diferentes períodos T , se obtendrá otra curva espectral.

El espectro que se ha analizado recibe el nombre de *espectro de desplazamiento*, ya que mide desplazamientos máximos, y se define como:

$$S_d(T, \xi) = |x_{\max}(T, \xi)| \quad \text{para el registro } \ddot{x}_g(t)$$

Su expresión analítica se obtiene a partir de la solución de la Ec. 6-8 dada por la Ec. 6-9:

$$S_d(T, \xi) = |x_{\max}(T, \xi)| = \left[\frac{1}{\omega_D} \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \text{sen}\omega_D(t-\tau) d\tau \right]_{\max} \quad (6-12)$$

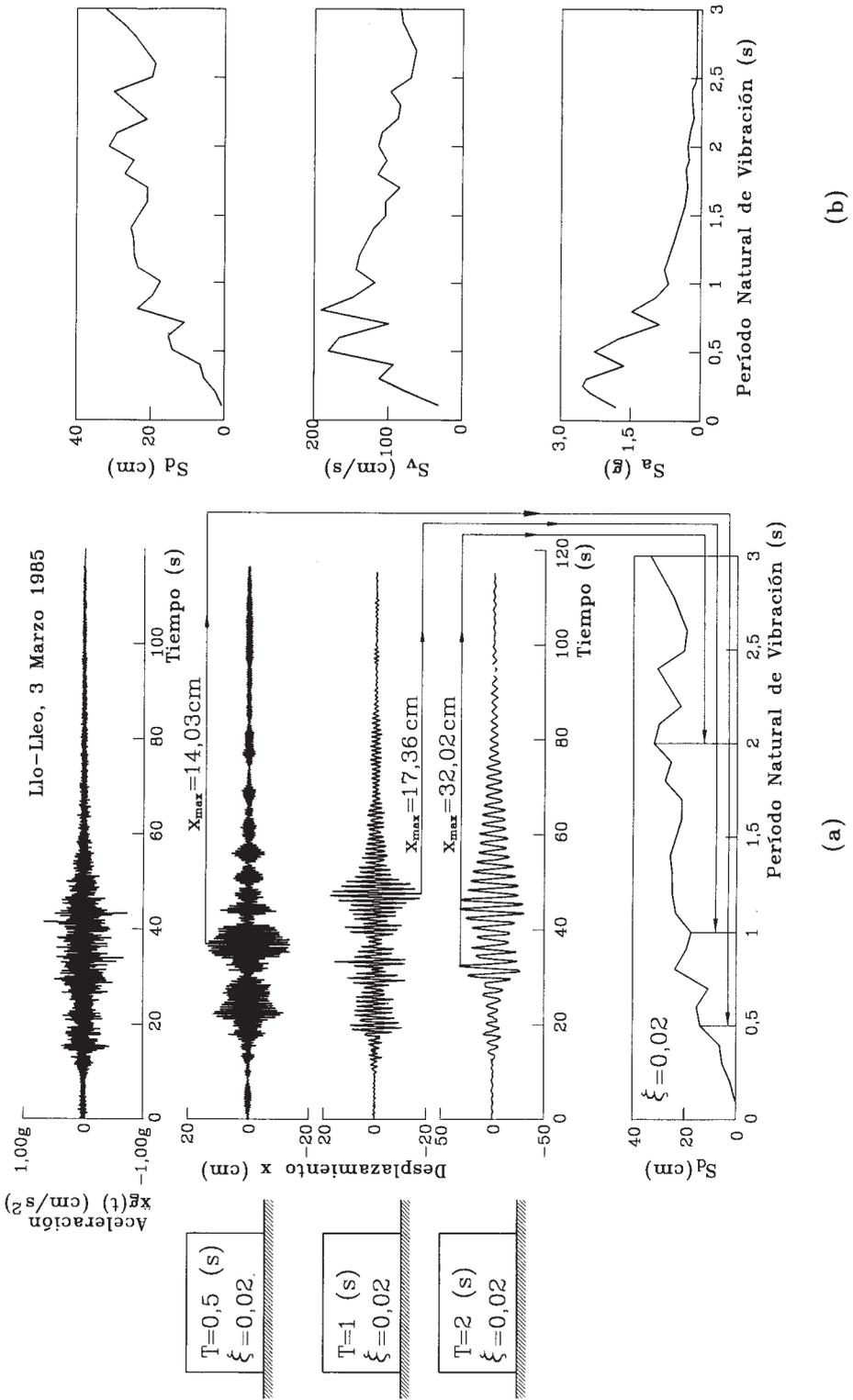


Figura 6.8 Determinación de espectros de respuesta elástica (Chopra, 1981)

Alternativamente, el desplazamiento máximo se puede obtener de la cantidad S_v definida en la forma:

$$S_v = \omega S_d = \frac{2\pi}{T} S_d \tag{6-13}$$

Si se acepta que $\omega \approx \omega_D = \omega\sqrt{1-\xi^2}$ para todos los sistemas de la práctica en que $\xi < 0,10$, la definición de S_v queda dada por:

$$S_v(T, \xi) = \left[\int_0^t \ddot{x}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \text{sen}\omega_D(t-\tau) d\tau \right]_{\max}$$

El valor de S_v tiene dimensión de velocidad y recibe el nombre de *espectro de pseudovelocidad*. La palabra *pseudo* se usa para indicar que S_v no es igual al valor máximo de la velocidad del sistema $|\dot{x}_{\max}|$. En la Fig. 6.8.b se muestra el espectro S_v para $\xi=0,02$, asociado al espectro S_d que ya se ha analizado.

Sin embargo, el espectro más importante en el diseño sismorresistente es el *espectro de pseudoaceleración* S_a , que se define como:

$$S_a(T, \xi) = \omega S_v(T, \xi) = \omega^2 S_d(T, \xi) \tag{6-14}$$

Nuevamente, la palabra “pseudo” indica que S_a no es igual al valor máximo de la aceleración absoluta \ddot{x}_t de la masa m del sistema de un grado de libertad. No obstante, es la cantidad espectral más usada ya que el esfuerzo de corte basal máximo durante el movimiento sísmico $\ddot{x}_g(t)$ se obtiene directamente a partir de S_a . En efecto, a partir de la definición de esfuerzo de corte basal, Ec. 6-11, se puede escribir:

$$\begin{aligned} V_{\max} &= f_{S, \max} = k x_{\max} \\ V_{\max} &= k S_d = m \omega^2 S_d \\ V_{\max} &= m S_a \end{aligned} \tag{6-15}$$

También se puede escribir:

$$V_{\max} = \frac{S_a}{g} P \tag{6-16}$$

en que P es el peso total concentrado al nivel del cielo del edificio de un piso. La última expresión indica que porcentaje del peso P puede considerarse como fuerza lateral estática, para producir el mismo desplazamiento lateral máximo originado por el movimiento sísmico $\ddot{x}_g(t)$. Por consiguiente, el término S_a/g puede ser interpretado

como el coeficiente necesario para determinar el esfuerzo de corte basal máximo, y constituye el término usado en las normas de diseño sismorresistente para especificar la sollicitación sísmica. En la Fig. 6.8.b se muestra el espectro S_a correspondiente al espectro S_d que se ha analizado anteriormente.

A través de las relaciones

$$S_a = \omega S_v = \omega^2 S_d$$

se puede observar que los tres espectros correspondientes a un determinado registro sísmico $\ddot{x}_g(t)$ están relacionados entre sí, y sólo corresponden a tres formas distintas de presentar la misma información respecto a los efectos producidos por $\ddot{x}_g(t)$.

Como se ha definido en la Ec. 6-12, los valores espectrales siempre se consideran como cantidades positivas, independientemente que el valor máximo tenga signo positivo o negativo. La justificación de ello radica en la aleatoriedad intrínseca al movimiento del suelo que origina la respuesta sísmica de la estructura, y que desde el punto de vista de la estructura generalmente es irrelevante si el desplazamiento máximo ocurre hacia la derecha o hacia la izquierda.

Si se evalúan los espectros para diferentes razones de amortiguamiento, se obtienen respuestas inversamente proporcionales al valor de ξ , tal como se indica cualitativamente en la Fig. 6.9 para el espectro S_a .

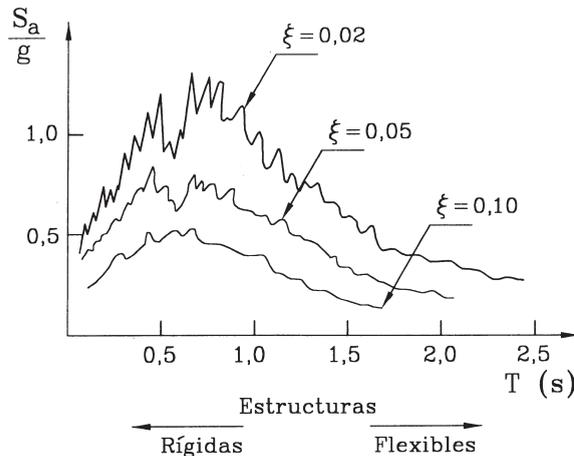


Figura 6.9 Espectros para distintos valores del amortiguamiento

Ejemplo 6.1

Se desea diseñar un cobertizo de automóviles en base a elementos de sección cuadrada de lado “a”, tanto para las vigas como para las columnas. El módulo de elasticidad de la madera es $E=60.000 \text{ kg/cm}^2$. La techumbre, cuyas dimensiones en planta son de $6 \times 3,5 \text{ m}$, es de teja española con peso 100 kg/m^2 . Se puede despreciar el peso de la estructura frente al peso de la techumbre. El espectro de pseudoaceleraciones para el amortiguamiento de esta estructura se indica en la Fig E6.1. Si se supone que el sismo actúa en la dirección longitudinal del cobertizo y que las dimensiones entre ejes de los pórticos resistentes son las indicadas:

- a) ¿Con qué dimensión “a” de las secciones se obtiene la máxima sollicitación sísmica sobre la estructura?
- b) ¿Qué desplazamiento horizontal máximo se obtiene durante el movimiento sísmico si Ud. elige $a=10 \text{ cm}$?

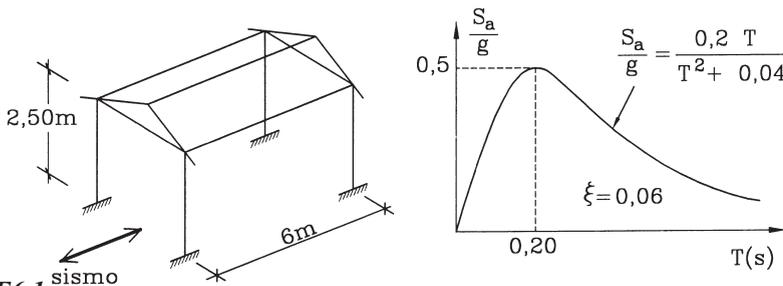


Figura E6.1

Solución:

- a) Máxima sollicitación sobre la estructura

Rigidez de la estructura (dos pórticos). Si se usa el último caso de la Tabla V.5.

$$k = 2 \cdot \frac{6EI}{h^2 \left[h(1 - 3\alpha\beta) + \frac{1}{2}\beta^2 L \right]}$$

donde: $E=60.000 \text{ kg/cm}^2$, $h=2,50 \text{ m}$, $L=6 \text{ m}$

$$I = \frac{1}{12} a^4$$

$$\gamma = \frac{I_2 h}{I_1 L} = \frac{h}{L} = \frac{2,5}{6}$$

$$1 + 6\gamma = 3,5$$

$$3\gamma = 1,25$$

$$\alpha = \frac{1 + 3\gamma}{1 + 6\gamma} = \frac{2,25}{3,5} = 0,643$$

$$\beta = \frac{3\gamma}{1 + 6\gamma} = \frac{1,25}{3,5} = 0,357$$

$$1 - 3\alpha\beta = 0,311$$

$$k = \frac{2 \cdot 6 \cdot 60.000 \frac{a^4}{12}}{250^2 \left[250 \cdot 0,311 + \frac{0,357^2 \cdot 600}{2} \right]} = 0,008277a^4 \text{ ton/cm}$$

donde "a" está expresado en cm.

Masa de la estructura:

$$m = \frac{100 \cdot 6 \cdot 3,5}{980} = 2,143 \text{ kg seg}^2/\text{cm}$$

Entonces el período de la estructura es:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{2,143}{0,008277a^4}} = \frac{101,1}{a^2} \text{ seg}$$

donde "a" está expresado en cm.

El máximo esfuerzo sísmico se produce para $T=0,2$ seg, ya que para este período se obtiene el máximo valor de S_a y el máximo valor del esfuerzo de corte basal.

$$\frac{101,1}{a^2} = 0,2 \rightarrow a = \sqrt{\frac{101,1}{0,2}} \rightarrow a = 22,48 \text{ cm}$$

b) Desplazamiento máximo para $a=10$ cm.

Si $a=10$ cm:

$$k = 0,008277 \cdot 10.000 = 82,77 \text{ kg/cm}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2,143}{82,77}} = 1,011 \text{ seg}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{1,011} = 6,215 \text{ rad/seg}$$

$$S_a = \frac{0,2 \cdot 1,011}{1,011^2 + 0,04} \cdot 980 = 186,57 \text{ cm/seg}^2$$

$$x_{\max} = S_d = \frac{S_a}{\omega^2} = 4,83 \text{ cm}$$

Ejemplo 6.2

Un pórtico de un piso tiene un peso $P=50$ ton considerado al nivel del cielo. La viga puede suponerse infinitamente rígida comparada con la rigidez de las columnas, las cuales son de hormigón armado y de sección rectangular $b \times h$, con $b=20$ cm. Si el módulo de elasticidad del hormigón es $E=250$ ton/cm² y la sollicitación sísmica se puede representar por el espectro de pseudoaceleración elástico que se indica en la Fig. E6.2, calculado para la razón de amortiguamiento del hormigón, determinar la dimensión h de la sección de las columnas para que el desplazamiento horizontal máximo del cielo no supere los 0,4 cm.

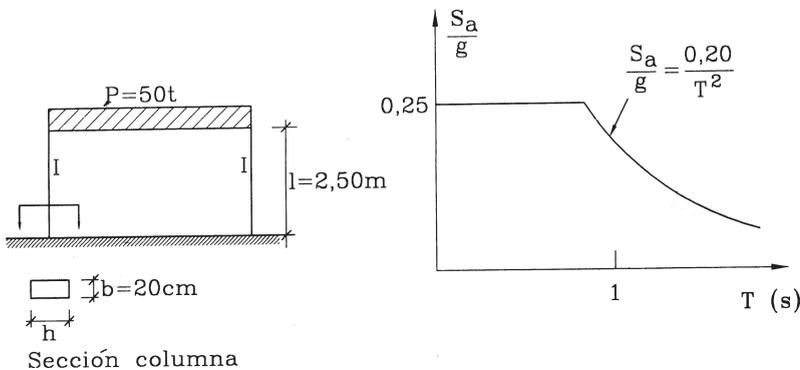


Figura E6.2

Solución: Se trata de limitar el desplazamiento horizontal máximo S_d , lo cual implica una limitación para el período T , y consecuentemente, para el momento de inercia I de las columnas. En la zona curva del espectro:

$$S_a = \frac{0,2}{T^2} g$$

Luego:

$$S_d = \frac{S_a}{\omega^2} = \frac{T^2}{4\pi^2} \frac{0,2}{T^2} g = 4,96 \text{ cm}$$

que es constante, independientemente del período, y que no satisface la limitación exigida.

Por lo tanto, el período debe ser tal que el valor de S_a se obtenga de la zona plana del espectro, donde

$$S_a = 0,25g$$

$$k = \frac{0,25P}{S_d} = \frac{0,25 \cdot 50}{0,4} = 31,25 \text{ ton/cm}$$

Para $S_d = 0,4 \text{ cm}$, la rigidez de la estructura debe ser:

$$k = \frac{0,25P}{S_d} = \frac{0,25 \cdot 50}{0,4} = 31,25 \text{ ton/cm}$$

Si las dos columnas están impedidas de rotar en sus extremos, la rigidez del pórtico se obtiene del segundo caso de la Tabla V.5:

$$k = 2 \frac{12EI}{l^3} = \frac{2 \cdot 12 \cdot 250 \frac{1}{12} 20h^3}{250^3} \text{ ton/cm} \quad \text{donde } h \text{ está expresado en cm}$$

luego:
$$\frac{2 \cdot 20h^3}{250^2} = 31,25$$

$$h^3 = 48,828 \text{ cm}^3$$

$$h = 36,55 \text{ cm}$$

6.5.2 Efectos del Suelo de Fundación

Las características de los registros $\ddot{x}_g(t)$ se ven enormemente influenciadas por las propiedades de los estratos del suelo a través de los cuales se propagan las ondas sísmicas y por la distancia epicentral a la que se obtuvo el registro. La influencia de la propiedad del suelo de fundación se comprende ya que este es otro sistema que vibra predominantemente de acuerdo a sus características propias de vibración; para entender este concepto hay que observar la Fig. 6.8 y darse cuenta como cada sistema estructural vibra predominantemente de acuerdo a su período fundamental y amplifica en mayor o menor grado el movimiento del suelo según sean sus propiedades de amortiguamiento. La influencia de la distancia epicentral se manifiesta en los procesos de filtro de frecuencias altas y de atenuación del movimiento que se producen en forma proporcional a la distancia a que se está obteniendo el registro.

Las características del suelo de fundación, que es el último medio por el que se propagan las ondas sísmicas antes de llegar a la base de la estructura, se ven reflejadas en los espectros de respuesta debido al fenómeno de *resonancia*. Este es un fenómeno que se produce al aplicar una sollicitación sinusoidal a un sistema de un grado de libertad, y consiste en que la respuesta del sistema es máxima cuando la frecuencia de la sollicitación es igual a la frecuencia natural de vibración del sistema. Debido a este fenómeno, los valores máximos de los espectros se producen en aquellos sistemas o estructuras con frecuencia natural parecida o igual a la frecuencia predominante del suelo de fundación. Bajo este punto de vista, el registro de Llo-Lleo indicado en la Fig. 6.8, produce los mayores esfuerzos en las estructuras con período igual o menor que 0,5 segundos, tal como lo muestra el espectro de pseudoaceleraciones de la Fig. 6.8.b; esta conclusión es típica del estrato de suelo donde se encontraba el instrumento que captó este registro. Una conclusión semejante se obtiene para los otros registros sísmicos obtenidos en Chile, es decir, ellos producen mayores esfuerzos en las estructuras rígidas con períodos naturales de vibración inferiores a 0,5 segundos.

Pero esto no es así en todas partes del mundo. El caso que más se aparta del caso chileno lo constituyen los espectros de algunos de los registros obtenidos en Ciudad de México, la cual se caracteriza por tener en parte de ella un estrato de suelos muy blando originados por depósitos en un antiguo lago. En la Fig. 6.10 se muestra cualitativamente la diferencia de los espectros de pseudoaceleraciones para los registros obtenidos en El Centro, California (1940), Viña del Mar (1985) y Ciudad de México (1985). Se puede observar que los sismos chileno y norteamericano afectan preponderantemente a las estructuras rígidas con período inferior a 0,8 segundos (por ejemplo, edificios con estructura de muros de hasta 12 a 14 pisos); en cambio los mexicanos afectan especialmente a las estructuras con períodos entre 1,8 y 2,8 segundos (edificios estructurados en base a pórticos entre 12 y 20 pisos).

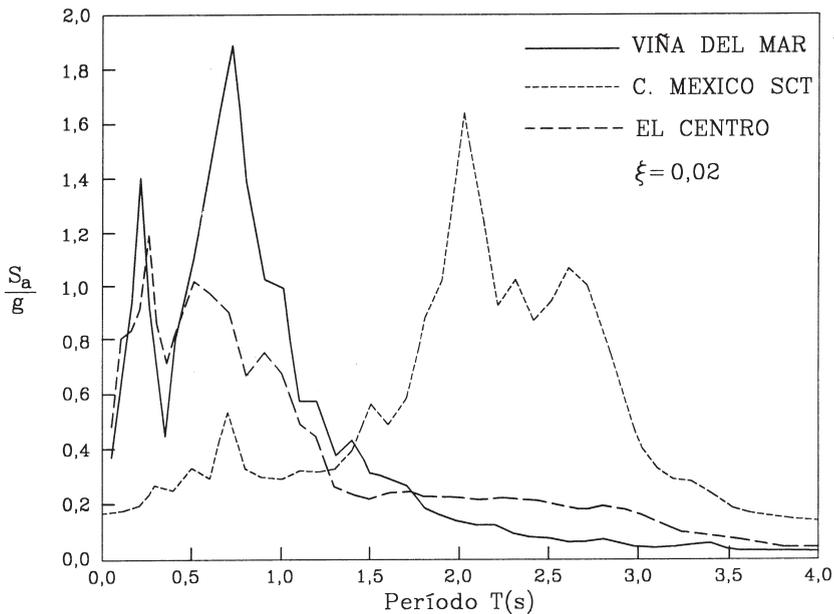


Figura 6.10 Espectros obtenidos en diferentes tipos de suelos

En un estudio de los registros chilenos obtenidos para el terremoto del 3 de marzo de 1985 se obtuvieron formas espectrales promedio que muestran claramente la influencia del suelo de fundación, como lo muestra la Fig. 6.11. En dicho estudio se agruparon los registros obtenidos en sitios de condiciones geológicas similares conforme a los tipos de suelo de fundación definidos en la Norma Chilena NCh 433, obteniéndose espectros promedio para los suelos Tipo I (roca), II (suelos firmes y duros) y III (suelos de resistencia y densidad moderada) (ver Tabla V.7). Dado que los distintos acelerogramas tenían distintas amplitudes, todos se normalizaron a una aceleración máxima de 1 g para poder promediarlos.

Queda clara de la Fig. 6.11 la misma observación hecha en relación con la Fig. 6.10, esto es, en la medida que el suelo sea más blando la zona de mayor amplificación espectral se ensancha y se extiende hacia los períodos más largos.

Cabe finalmente destacar que la forma de los espectros de respuesta no depende exclusivamente de las condiciones geotécnicas locales sino también del contenido de frecuencias de las ondas sísmicas que llegan a la zona donde se ubica el sitio en consideración. Este aspecto es bastante complejo, pero basta decir que para que se produzca amplificación de respuesta en un determinado período es necesario que las ondas que llegan a ese sitio contengan componentes cercanas a dicho período, excitando así el suelo de tal período y las estructuras que estén ubicadas sobre él del mismo o similar período.

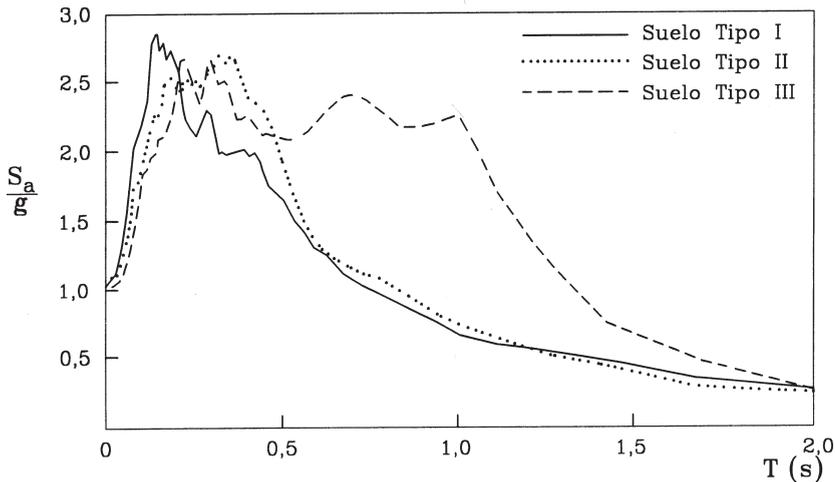


Figura 6.11 Espectros promedio de terremotos chilenos para distintas condiciones geotécnicas (Riddell, 1995)

6.5.3 Espectros de Respuesta Inelástica

Todo el planteamiento presentado hasta ahora ha supuesto que el comportamiento de los sistemas de un grado de libertad se mantiene dentro del rango lineal-elástico mientras el sistema experimenta la excitación sísmica, o sea, la fuerza resistente de la estructura es proporcional al desplazamiento horizontal de la masa como lo ilustra el modelo de la rigidez indicado en la Fig. 6.2.a. Sin embargo, el diseño de los sistemas estructurales de la práctica no se realiza de modo de garantizar el comportamiento lineal-elástico frente a cualquiera excitación sísmica. De hecho, se acepta que este comportamiento incurse en el rango inelástico o plástico durante movimientos sísmicos de gran severidad. Las razones de por qué se diseña en esta forma tienen que ver con la cantidad de recursos que la sociedad está dispuesta a invertir en protección sísmica y con la incertidumbre respecto a la ocurrencia de sismos de gran severidad, tal como se analizará en la Sección 6.6. El análisis siguiente muestra cómo cambian los espectros de respuesta cuando el comportamiento tiene esta característica.

Existen cuatro tipos básicos de comportamiento que pueden darse cuando se aplica una fuerza R y se mide la deformación Δ en un cierto sistema estructural, tal como se ilustra en la Fig. 6.12. En este análisis se entiende por comportamiento lineal aquel en que la deformación es proporcional a la fuerza que la produce, mientras que el comportamiento elástico es aquel que no deja deformación remanente cuando, después de aplicada la fuerza, se la retira completamente.

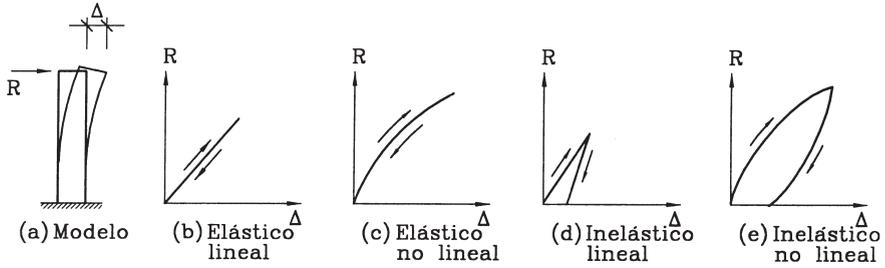


Figura 6.12 Tipos básicos de comportamiento

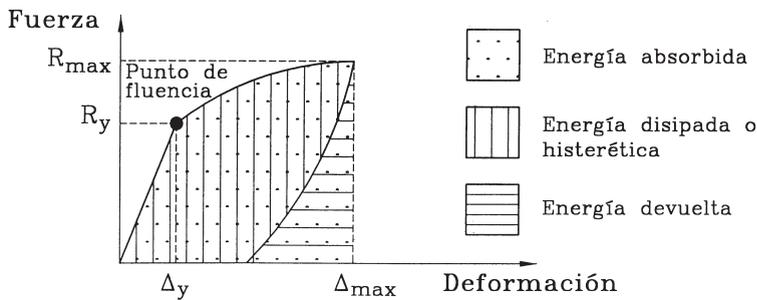


Figura 6.13 Tipos de energía involucradas en una incursión inelástica

Se denomina *punto de fluencia* al punto de la curva fuerza-deformación que define el límite del comportamiento elástico, es decir, la deformación máxima a la que se puede llegar para la cual el elemento queda sin deformación remanente al descargarlo completamente. Prácticamente todos los materiales tienen una primera fase del comportamiento en que este es elástico y muy cercanamente lineal, de modo que es usual que se idealice la primera fase del comportamiento de los elementos estructurales como lineal-elástico. Esta es la idealización que se ha usado hasta ahora en el desarrollo de este curso, como lo ilustra la Fig. 6.2.a.

Supóngase que en un instante de la excitación sísmica, el comportamiento del material incursiona en el rango inelástico. La Fig. 6.13 ilustra tal situación para un comportamiento estructural típico, para el caso en que el elemento se ha descargado totalmente después de la incursión inelástica. En esta figura se distinguen los tipos de energías involucradas en la incursión inelástica, mostrando que parte de la energía absorbida se devuelve y el resto se disipa. Si el comportamiento hubiera sido elástico toda la energía absorbida se hubiera devuelto.

Bajo un punto de vista conceptual, lo que pasa durante un movimiento sísmico es que se entrega a una estructura una cierta cantidad de energía que se traduce en una deformación del sistema. Si esta cantidad de energía es pequeña, el límite de fluencia

no se sobrepasa y al devolver la energía la estructura entra en vibración hasta que el mecanismo del amortiguamiento, que es esencialmente un disipador de energía, lleva la deformación a cero después de un cierto número de oscilaciones. En cambio, si se trata de un sismo severo y la cantidad de energía es grande de modo que las deformaciones superan el punto de fluencia, parte de la energía se disipa a través del daño o grietas internas que son consustanciales al comportamiento inelástico, y parte se devuelve de modo que el sistema permanece vibrando y entra a actuar el mecanismo del amortiguamiento para disipar el resto de la energía. El proceso anterior puede ocurrir muchas veces durante un sismo de gran severidad según sea la energía que se va entregando a la estructura en cada instante. Lo esencial para la sobrevivencia de una estructura durante un sismo severo es que ella sea capaz de absorber y disipar la energía sísmica sin colapsar, sin perder parte importante de su capacidad resistente; esta característica recibe el nombre de *ductilidad*. Una estructura diseñada en forma dúctil es capaz de absorber y disipar la energía entregada por un sismo severo sin colapsar; una estructura frágil colapsa si no es capaz de absorber y disipar la energía entregada por el sismo. Es importante reconocer que la demanda que un sismo impone a una estructura siempre se puede representar por la deformación Δ_{\max} que se ilustra en la Fig. 6.13; si el sismo es moderado y el comportamiento se mantiene dentro del rango elástico el valor de Δ_{\max} es menor que la deformación de fluencia Δ_y y la energía se absorbe y se disipa dentro del rango elástico a través del amortiguamiento; si el sismo es severo y Δ_{\max} es mayor que Δ_y , la energía se disipa a través de la energía histerética (daño interno) y del mecanismo de amortiguamiento.

Para ilustrar en forma simple la capacidad de absorción y disipación de energía histerética, se trabaja con la razón entre Δ_{\max} y Δ_y , llamada *factor de ductilidad*:

$$\mu = \frac{\Delta_{\max}}{\Delta_y}$$

Por lo tanto, el planteamiento de la ecuación diferencial del movimiento Ec. 6-8 requiere introducir una modificación respecto a la fuerza o resistencia que la estructura opone a la deformación. Ahora ya no es una fuerza proporcional a la deformación a través de la rigidez, sino que es una función de la deformación que se denominará $R(x)$. Por lo tanto, la Ec. 6-8 se transforma en:

$$m \ddot{x}(t) + c \dot{x}(t) + R(x) = -m \ddot{x}_g(t) \tag{6-17}$$

Cuando una estructura incursiona en el rango inelástico sube significativamente su capacidad de absorción y disipación de energía, por el proceso de daño y rotura interna que implica la disipación por energía histerética. Lo anterior hace perder importancia a la absorción y disipación de energía que se produce a través del amortiguamiento estructural. Por este hecho, la razón de amortiguamiento se mantiene con el mismo modelo y los mismos valores usados para el rango elástico del comportamiento.

El establecimiento de la función $R(x)$ se hace con el apoyo de resultados experimentales obtenidos en el laboratorio. Un modelo muy usual del comportamiento estructural es el *modelo elasto-plástico* que se muestra en la Fig. 6.14, el cual se usa como aproximación para prácticamente todos los materiales estructurales. Para definir este modelo se necesita la rigidez elástica inicial k y la resistencia máxima de la estructura R_{\max} , la cual se supone igual a la resistencia de fluencia R_y ; con estos términos queda determinada la deformación de fluencia Δ_y y se puede calcular el factor de ductilidad μ asociado a la demanda de deformación x_{\max} . Cabe hacer notar que con este modelo la fuerza máxima R_{\max} que se desarrolla en la estructura durante un sismo, ya no es una incógnita cuando el comportamiento incursiona en el rango inelástico. Por lo tanto, lo que distingue la respuesta de la estructura frente a sismos de mayor o menor intensidad es la deformación x_{\max} inducida por el sismo, o bien, el factor de ductilidad μ . Se puede deducir del concepto de energía que, para una determinada excitación sísmica, el requerimiento de ductilidad μ es mayor mientras menor es la resistencia máxima R_{\max} de la estructura, y viceversa.

Existen diferentes procedimientos numéricos para proceder a la integración de la ecuación diferencial de la Ec. 6-17 usando el modelo elasto-plástico de la Fig. 6.14 u otro modelo del comportamiento inelástico de la estructura, procedimientos numéricos que están fuera del alcance de este texto. Estos procedimientos permiten encontrar la historia de la respuesta $x(t)$ para una determinada excitación sísmica $\ddot{x}_g(t)$, tal como se indica en la Fig. 6.15. Como puede observarse, lo usual será que para una excitación sísmica severa el comportamiento se mantenga dentro del rango elástico durante la mayor parte del tiempo y que sólo existan algunas incursiones en el rango inelástico; sin embargo el número de incursiones dependerá del nivel de resistencia del sistema (R_{\max}) en relación con la intensidad del movimiento del suelo y de su duración. Si se retiene el desplazamiento horizontal máximo x_{\max} , se puede evaluar la ductilidad máxima que el sismo le demanda al sistema de un grado de libertad:

$$\mu = \frac{x_{\max}}{\Delta_y} \quad (6-18)$$

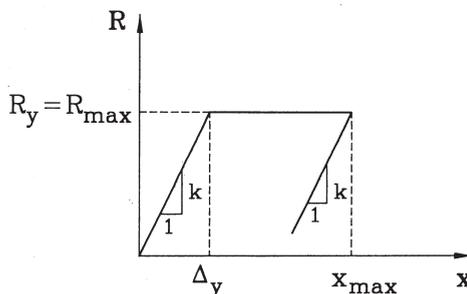


Figura 6.14 Modelo elasto-plástico

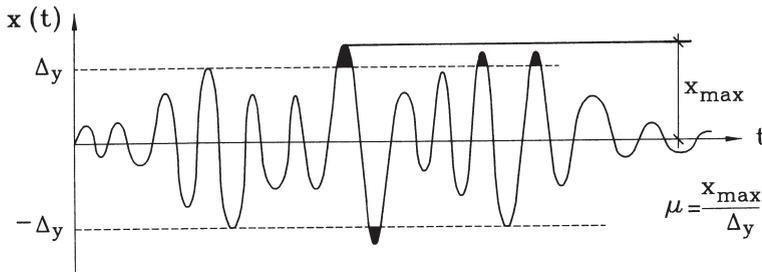


Figura 6.15 Respuesta inelástica

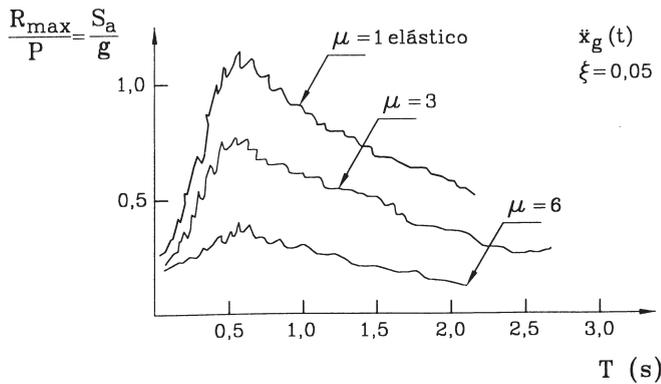


Figura 6.16 Espectros de respuesta inelástica

Por lo tanto, en la misma forma como se hizo para la respuesta elástica se puede encontrar para cada excitación basal $\ddot{x}_g(t)$ el desplazamiento máximo x_{\max} para un sistema de un grado de libertad que tiene masa m , período de vibración elástico $T = 2\pi(m/k)^{0,5}$ asociado a la rigidez elástica k , razón de amortiguamiento ξ , y características R_{\max} y Δ_y de la función correspondiente a la fuerza resistente $R(x)$. Este dato permite evaluar la ductilidad máxima

$$\mu = \frac{x_{\max}}{\Delta_y}$$

requerida por el acelerograma $\ddot{x}_g(t)$ en el sistema caracterizado por T y R_{\max} . Si se repite el procedimiento para diversos valores de T y de R_{\max} se obtienen los espectros de respuesta inelástica de la Fig. 6.16 para un determinado valor del amortiguamiento ξ . Normalmente, en las ordenadas no se usa la resistencia máxima R_{\max} sino que la razón R_{\max}/P en que P es el peso del sistema al nivel del cielo. La interpretación de estas curvas espectrales es la siguiente: la curva para $\mu=1$, que indica comportamiento

elástico, es válida para valores R_{\max}/P iguales o superiores a los que permiten que la estructura se mantenga dentro del rango elástico durante el sismo caracterizado por $\ddot{x}_g(t)$; esta curva es igual al espectro elástico de respuesta S_a/g . Si para una determinada estructura o valor de T , se reduce el valor de R_{\max}/P respecto al valor necesario para $\mu=1$, se obtiene la correspondiente ductilidad μ requerida por el sismo $\ddot{x}_g(t)$.

El valor de R_{\max} es obviamente igual a esfuerzo de corte basal del sistema. Por consiguiente, el término R_{\max}/P es equivalente a S_a/g , o sea, el factor por el que hay multiplicar el peso P del sistema para obtener el esfuerzo de corte basal o resistencia lateral del sistema. Bajo este concepto, el espectro de respuesta inelástica indica la resistencia que requiere un sistema, medida como porcentaje del peso P , para no superar la ductilidad μ durante el sismo caracterizado por $\ddot{x}_g(t)$. En general, se puede estimar la ductilidad que puede ofrecer un determinado sistema estructural antes de colapsar; por lo tanto, dado el período de vibración elástico T , se puede determinar de este espectro la resistencia mínima que debe tener este sistema para evitar el colapso. Naturalmente, mientras mayor es la ductilidad μ que puede proveer el sistema, menor es la resistencia que se requiere.

También es importante visualizar que las ordenadas del espectro son tanto mayores mientras más exigente es la historia de aceleraciones $\ddot{x}_g(t)$. Esto indica que un mismo sistema, con período y resistencia máxima predeterminadas, puede experimentar un sismo $\ddot{x}_{g1}(t)$ de naturaleza moderada manteniéndose dentro del rango elástico, mientras que otro sismo mayor $\ddot{x}_{g2}(t)$ puede requerir que este sistema desarrolle una cierta ductilidad μ mayor que la unidad.

Ejemplo 6.3

En un edificio de un piso, con altura de 2,50 m entre piso y losa de cielo, y peso $P=120$ ton a nivel de cielo, los elementos resistentes son de albañilería de modo que cada uno de los muros cortos tienen rigidez igual a 4.230 ton/m, mientras el muro largo tiene rigidez 20.000 ton/m. Ambos valores de rigidez se dan para una deformación horizontal contenida en el plano del muro. La resistencia máxima a esfuerzos de corte horizontales es de 15 ton para cada muro corto y de 90 ton para el muro largo. Si se considera una acción sísmica de dirección x con $a_{\max}=0,25g$, representada por los espectros suavizados elásticos e inelásticos que se indican en la Fig. E6.3, determine si el comportamiento de los muros será de tipo elástico o inelástico. En caso que el comportamiento sea inelástico, determine el factor de ductilidad que se requeriría. Suponga que el centro de masas está ubicado en el centro geométrico de la planta.

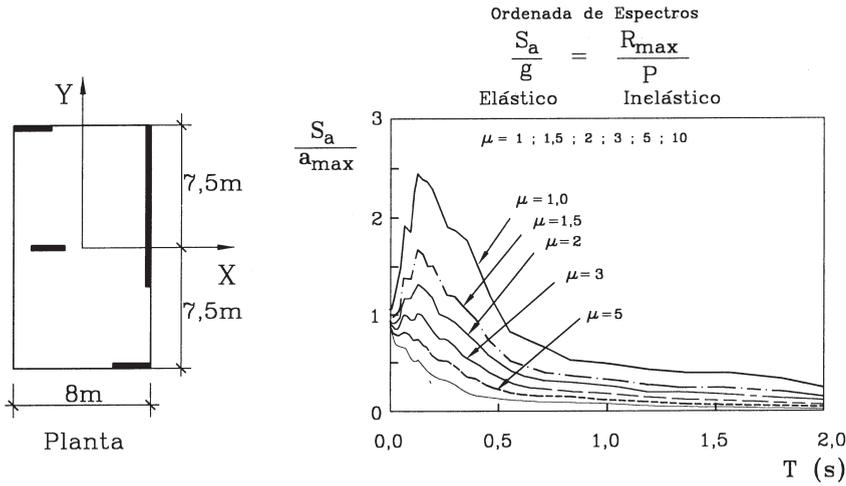


Figura E6.3

Solución: En la dirección x sólo hay muros cortos, los cuales están dispuestos simétricamente respecto del eje x.

i) Cálculo del período de vibración en la dirección x

Rigidez : $k = 3 \cdot 4230 = 12690 \text{ ton/m}$

Peso : $P = 120 \text{ ton}$; $g = 9,8 \text{ m/seg}^2$

Período : $T = 2\pi \sqrt{\frac{P}{gk}} = 2\pi \sqrt{\frac{120}{9,8 \cdot 12690}} = 0,20 \text{ seg}$

ii) Tipo de comportamiento

Para tener comportamiento elástico, se requiere como mínimo una resistencia máxima que se obtiene del espectro de la Fig. E6.3 para $T=0,20 \text{ seg}$ y $\mu=1$:

$$\frac{S_a}{a_{\max}} = 2,3$$

pero $a_{\max} = 0,25g$, luego:

$$\frac{S_a}{g} = 2,3 \cdot 0,25 = 0,58$$

$$V_{\text{elastico}} = \frac{S_a}{g} \cdot P = 0,58 \cdot 120 = 69,6 \text{ ton}$$

La resistencia máxima de la estructura en la dirección x es:

$$R_{\text{max}} = 3 \cdot 15 \text{ ton} = 45 \text{ ton}$$

Luego :

$V_{\text{elastico}} > R_{\text{max}} \Rightarrow$ comportamiento es inelástico, porque la estructura tiene resistencia lateral menor a la necesaria para tener comportamiento elástico.

iii) Ductilidad requerida

Para leer en el gráfico se requiere:

$$\frac{S_a}{a_{\text{max}}} = \frac{S_a}{g} \frac{1}{\frac{a_{\text{max}}}{g}} = \frac{R_{\text{max}}}{P} \frac{1}{\frac{a_{\text{max}}}{g}} = \frac{45}{120} \cdot \frac{1}{0,25} = 1,25$$

Leyendo del gráfico con

$$T = 0,20g \quad \text{y} \quad \frac{S_a}{a_{\text{max}}} = 1,5$$

\rightarrow resulta $\mu = 1,5$

Ductilidad requerida en comportamiento inelástico: 1,5

Ejemplo 6.4

El pórtico de acero ($E = 2.100 \text{ ton/cm}^2$) de la Fig E6.4.a debe diseñarse para sostener un estanque, de modo que el peso que incide sobre el pórtico es de 100 ton. Las columnas tienen momento de inercia I mientras que la viga tiene $2I$. Los espectros de diseño, elástico e inelástico, están dados por:

$$\frac{S_a}{g} = \frac{R_{\text{max}}}{P} = \frac{0,06 + 0,6T}{\sqrt{(0,2 + T^2)}}$$

en que T es el período natural de vibración elástico y μ es el factor de ductilidad del pórtico. Si se sabe que el pórtico se diseñará de modo que su resistencia lateral máxima sea $R_{\max} = 30$ ton, determinar el rango de valores en que debe escogerse el momento de inercia I de modo que la demanda de ductilidad no supere el valor $\mu = 2$.

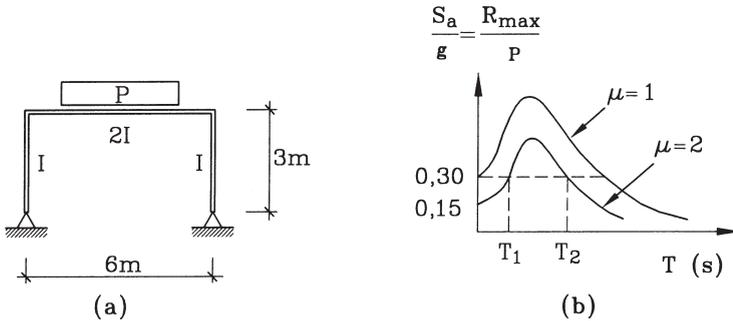


Figura E6.4

Solución: Rigidez lateral del pórtico. Se usa el penúltimo caso de la Tabla V.5:

$$k = \frac{6E}{h^2 \left(\frac{h}{I_1} + \frac{1}{2I_2} \right)} = \frac{6EI}{h^2 \left(h + \frac{1}{4} \right)} = \frac{6 \cdot 2100 \cdot I}{300^2 \left(300 + \frac{1}{4} \cdot 600 \right)}$$

$$k = 0,000311 \cdot I \text{ ton/cm}$$

Período:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{P}{gk}} = 2\pi \sqrt{\frac{100}{980 \cdot 0,000311 \cdot I}} = \frac{113,8}{\sqrt{I}} \text{ seg}$$

Puesto que $\frac{R_{\max}}{P} = \frac{30}{100} = 0,30$, la estructura debe tener período $T < T_1$ ó $T > T_2$ para que μ sea menor o igual que 2 (ver Fig. E6.4.b).

Para $\mu = 2$:

$$\frac{R_{\max}}{P} = 0,30 = \frac{0,06 + 0,6 \cdot T}{2(0,2 + T^2)}$$

De la ecuación anterior se obtiene la siguiente ecuación para T:

$$0,2 + T^2 = 0,1 + T$$

$$T^2 - T + 0,1 = 0$$

$$T = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - 0,1}$$

con soluciones: $T_1 = 0,113 \text{ seg}$ $T_2 = 0,887 \text{ seg}$

Luego:

$$T < T_1 \rightarrow \frac{113,8}{\sqrt{I}} < 0,113 \rightarrow I > 1.014.209 \text{ cm}^4$$

$$T > T_2 \rightarrow \frac{113,8}{\sqrt{I}} > 0,887 \rightarrow I < 16.460 \text{ cm}^4$$

Los valores anteriores indican los valores posibles de I. Sin embargo, en un diseño real también existen limitaciones para evitar tener una estructura demasiado flexible, de modo que la solución del problema se orientará al diseño de una estructura rígida con momento de inercia I mayor que 1.014.209 cm⁴.

6.6 Espectros para Diseño Sismorresistente

Los espectros de respuesta para un determinado sismo $\ddot{x}_g(t)$ no son apropiados para establecer el nivel del esfuerzo de corte basal de diseño debido a dos razones principales. En primer lugar, porque el hecho de tener un registro $\ddot{x}_g(t)$ no implica que los sismos futuros vayan a ser de características semejantes (nivel de intensidad, duración, etc.); bajo este punto de vista no resulta lógico diseñar en base a un registro ya obtenido, sino que se debiera estimar un registro futuro. En segundo lugar, los espectros de respuesta muestran fuertes variaciones para períodos muy cercanos. Dado que el cálculo del período de vibración de los sistemas siempre incluye algún grado de error, no es lógico diseñar la estructura en base a una información que puede sufrir cambios importantes frente a pequeñas imprecisiones en el cálculo del período.

Por estas razones, los espectros de diseño se establecen sobre la base de los espectros de respuesta, pero se sigue un procedimiento especial que se detalla a continuación. Dos son los aspectos que cabe discutir: la forma del espectro de diseño y el nivel de intensidad del espectro.

En lo que se refiere a la forma del espectro de diseño, debe contarse con un conjunto de espectros de respuesta para el lugar en que se está estableciendo el espectro de diseño. Si se trata de una ciudad, debe disponerse de un conjunto de espectros de respuesta para cada tipo de suelo que existe en dicha ciudad. Este conjunto de espectros se normaliza, con el fin de contar con espectros para una severidad uniforme de la excitación sísmica; usualmente el proceso de normalización consiste en dividir las ordenadas del espectro por la aceleración máxima a_{\max} del registro correspondiente. A continuación se obtiene el promedio de los espectros de respuesta para cada ordenada espectral. En la Fig. 6.17 se muestra el resultado del análisis realizado para los registros chilenos del terremoto del 3 de marzo de 1985, para los registros agrupados según las condiciones geotécnicas locales de los sitios de registro (Riddell, 1995) (Desgraciadamente, a la fecha de esta edición no se habían publicado aún los registros del terremoto del 27/02/2010 obtenidos en la red del Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Chile, de modo que no fue posible actualizar los datos del estudio basado en registros del 03/03/1985). Los espectros, para amortiguamiento $\xi=0,05$, incluyen el espectro de respuesta elástica ($\mu=1$) y espectros inelásticos para ductilidades $\mu=1,5; 2; 3; 5$ y 10 . Los espectros están normalizados a la aceleración máxima del suelo a_{\max} . El valor de a_{\max} a usar dependerá de la aplicación que se esté considerando. Finalmente, cada espectro se somete a un proceso de suavizado fijando una curva que evite las variaciones bruscas para períodos próximos, como se indica en la Fig. 6.18. Después de estos procesos se obtiene una curva espectral que retiene las características esenciales de los estratos de suelo correspondientes al lugar en que se está estudiando el espectro de diseño. Falta aún definir el nivel de intensidad del espectro lo que se puede hacer fijando el valor de la aceleración máxima a_{\max} .

El nivel de intensidad del espectro de diseño debe considerar la historia sísmica del lugar o la predicción que se puede hacer de la actividad sísmica futura, y esto debe compatibilizarse con los recursos que la sociedad esté dispuesta a invertir en protección sísmica. Desde 1960 ha existido en el mundo cierto consenso respecto de la forma de fijar este nivel de intensidad, el que puede resumirse en lo que usualmente se denomina la *filosofía de diseño sismorresistente*. Esta filosofía tiene como objetivo minimizar la inversión de los recursos, incluyendo en ellos no sólo el costo de construcción sino que también de eventuales reparaciones después de un sismo, así como también proteger las vidas humanas ante cualquier tipo de evento sísmico.

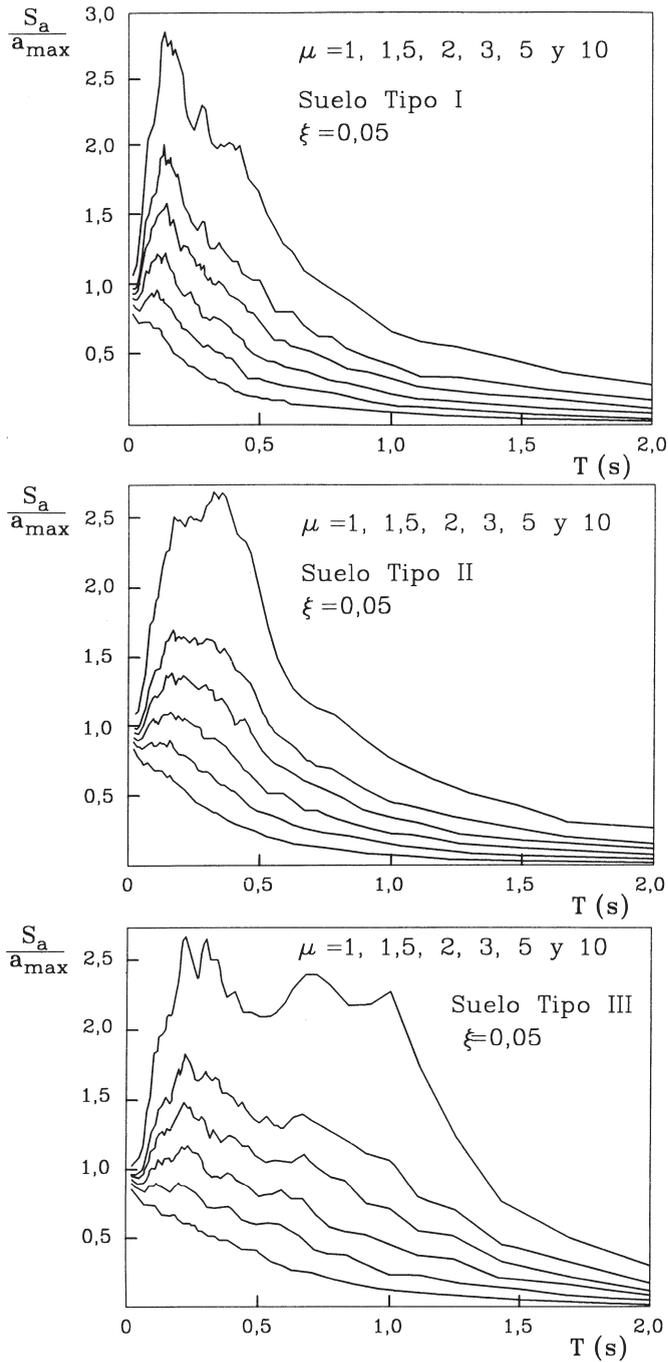


Figura 6.17 Espectros de aceleraciones normalizadas promedio para registros chilenos (Riddell, 1995)

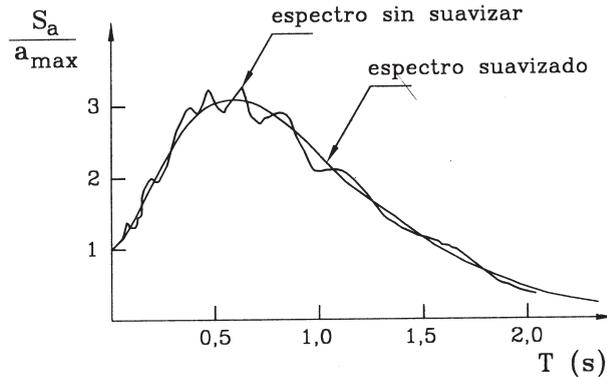


Figura 6.18 Espectro suavizado

La filosofía de diseño sismorresistente establece las condiciones siguientes:

- i) Debe evitarse todo tipo de daños durante sismos moderados, los cuales pueden ocurrir muchas veces durante la vida útil de la estructura. O sea, durante estos eventos sísmicos, el comportamiento de las estructuras debe mantenerse dentro del rango elástico.
- ii) Pueden aceptarse algunos daños en elementos no estructurales, y daños menores en elementos estructurales durante eventos sísmicos de mediana intensidad. Estos daños deben ser reparables y no deben significar peligro para la vida humana.
- iii) Se aceptan daños mayores en elementos estructurales y no estructurales durante sismos de gran intensidad, los cuales pueden llegar a ocurrir alguna vez durante la vida útil de la estructura, siempre que se evite el colapso parcial o total de las estructuras. Esto implica aceptar incursiones en el rango inelástico durante estos eventos sísmicos, y el consiguiente desarrollo de factores de ductilidad que estén dentro del rango de lo que pueden aceptar las estructuras sin colapsar.

El proceso que se ha descrito ha sido utilizado para establecer el espectro de diseño de la norma chilena NCh433Of.96 “Diseño sísmico de edificios” (Instituto Nacional de Normalización, 1996). El estudio de la forma del espectro fue realizado para cuatro tipos de suelo que se pueden encontrar en el territorio nacional, y en él se consideraron principalmente los registros obtenidos durante el sismo del 3 de marzo de 1985; también se consideraron sismos japoneses registrados en los mismos tipos de suelos para diferentes distancias epicentrales. El nivel de intensidad se definió de acuerdo a la zonificación sísmica del país para un sismo severo con baja probabilidad (5% a 10%) de ser excedido durante el período de vida útil de las construcciones, y se tiene la garantía de satisfacer el primer requisito de la filosofía de diseño sismorresistente ya que los niveles de diseño de esta norma son superiores a los

establecidos en la versión anterior (1972); es un hecho experimental que con dichos niveles de diseño las construcciones chilenas han sobrevivido sin daño los sismos moderados de ocurrencia frecuente en Chile. Las disposiciones de la norma NCh 433 también se basan en el tipo de construcción predominante en Chile, lo que evita los problemas que se pueden suscitar al copiar indiscriminadamente normas sísmicas de otros países. En el capítulo siguiente se entregan mayores detalles sobre las disposiciones de diseño de la norma sísmica chilena.

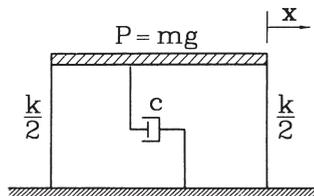
Cabe mencionar que en Febrero de 2011 el Ministerio de Vivienda y Urbanismo emitió los llamados Decretos de “emergencia” incorporando algunos cambios a la Norma NCh433Of.96, en virtud de lo observado en el terremoto chileno del 27/02/2010. Simultáneamente, a partir de Marzo de 2011 se constituyeron nuevos Comités de estudio y revisión de las disposiciones de “emergencia” con el objeto de producir la normativa definitiva. El trabajo de estos Comités, como la experiencia indica, puede extenderse entre 6 meses y un año o más, de manera que a la edición de este texto no pareció recomendable referirse a las disposiciones transitorias. En todo caso, y dados los objetivos de este texto, los detalles normativos no son tan importantes como los conceptos fundamentales en que se basa la filosofía de diseño sismorresistente aquí expuesta.

6.7 Ejercicios Propuestos

- 6.01 ¿Qué se entiende por fuerza de inercia?, y ¿de qué factores depende?
- 6.02 ¿Cómo se puede justificar la elección de un amortiguador viscoso (proporcional a la velocidad), que es muy parecido a los que se usan en los automóviles, para representar el amortiguamiento que tienen las estructuras dentro del rango elástico de comportamiento?
- 6.03 ¿Qué entiende físicamente Ud. por el período natural de vibración de un sistema de un grado de libertad?
- 6.04 ¿Qué entiende Ud. por razón de amortiguamiento crítico?. Explicar usando la respuesta en vibración libre.
- 6.05 ¿Qué diferencia existe entre los períodos naturales de vibración de dos sistemas de un grado de libertad, en que uno de ellos tiene amortiguamiento nulo y el otro tiene razón de amortiguamiento igual a 5%?
- 6.06 ¿Por qué razón se puede despreciar el efecto del amortiguamiento al calcular el período natural de vibración de una estructura real de un grado de libertad?

- 6.07 Dibuje cualitativamente la respuesta en vibración libre para un sistema de un grado de libertad, tanto para el caso de amortiguamiento nulo como para el caso de amortiguamiento menor que el amortiguamiento crítico.
- 6.08 Explique en qué forma se ha determinado que la razón de amortiguamiento es del orden del 5% para estructuras de hormigón armado que experimentan vibraciones dentro del rango elástico de su comportamiento y que para las estructuras de acero es del 2%, aproximadamente.
- 6.09 ¿A qué modelo con base fija (sin movimiento) se puede reducir el caso de un sistema de un grado de libertad que experimenta en su base una historia de aceleraciones $\ddot{x}_g(t)$?
- 6.10 Indique los tres aspectos de los cuales depende la respuesta sísmica elástica de sistemas de un grado de libertad.
- 6.11 Indique que se entiende por fuerza lateral equivalente estática en un sistema de un grado de libertad y como se define en función de la rigidez lateral del sistema, ¿existe dicha fuerza, físicamente hablando?, ¿cuál es su relación con el esfuerzo de corte basal?
- 6.12 Nombre dos formas en que el amortiguamiento afecta a la respuesta elástica de las estructuras a los movimientos sísmicos.
- 6.13 ¿Por qué el espectro de pseudoaceleraciones es el más importante desde el punto de vista de la determinación de la sollicitación sísmica sobre las estructuras?
- 6.14 ¿Qué relación existe entre el fenómeno de resonancia y el concepto de espectro elástico de pseudoaceleraciones para una determinada historia de aceleraciones $\ddot{x}_g(t)$?
- 6.15 ¿Cómo afectan las características del suelo de fundación al espectro de respuesta de un movimiento sísmico?
- 6.16 ¿Qué relación existe entre los espectros de respuesta de desplazamiento, de pseudovelocidades y de pseudoaceleraciones: a) cuando se considera la respuesta en el rango elástico, y b) cuando se considera la respuesta inelástica del sistema?
- 6.17 Indique que es, estrictamente hablando, lo que un sismo le demanda a una estructura, cualquiera que sea el nivel de intensidad de un sismo y cualquiera sea el nivel de la resistencia sísmica de la estructura.

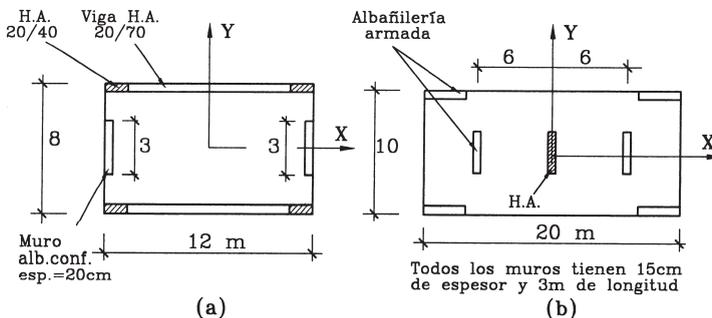
- 6.18 En relación a la pregunta anterior, cómo se puede sintetizar esta demanda: a) si el comportamiento estructural se mantiene dentro del rango elástico, y b) si el comportamiento estructural incursiona en el rango inelástico.
- 6.19 Tanto el amortiguamiento estructural como la ductilidad son mecanismos de disipación de energía durante la respuesta sísmica de una estructura. Explique: a) la diferencia que existe entre ambos conceptos, y b) la razón por la que el efecto del amortiguamiento presente en la respuesta elástica, pierde importancia cuando se obtiene la respuesta inelástica de sistemas estructurales.
- 6.20 ¿Qué diferencia existe entre energía absorbida y energía disipada por una estructura durante un movimiento sísmico?. Ilustre estos conceptos en un gráfico de carga y descarga de un material inelástico lineal.
- 6.21 Si Ud. entra en un espectro de respuesta inelástica con el período de la estructura y su resistencia lateral máxima, ¿qué información obtiene?
- 6.22 Indique tres razones por las que no debe usarse un espectro de respuesta para un registro sísmico individual específico ocurrido en el pasado, para diseñar las estructuras que se van a construir en el futuro.
- 6.23 Indique los tres procesos o etapas más importantes que deben seguirse para determinar la forma de un espectro de diseño elástico en un determinado lugar.
- 6.24 ¿Qué criterios debieran seguirse para establecer el nivel de intensidad de un espectro de diseño en un país sísmico?
- 6.25 Suponga que en el sistema idealizado de la figura $m=0,89 \text{ ton seg}^2/\text{cm}$, $k=3,54 \text{ ton/cm}$ y $c=0$. Se sabe que el sistema se dejó en un estado de vibración libre con un desplazamiento inicial $x(t=0)=4,50 \text{ cm}$ y con velocidad inicial desconocida, y se midió que el desplazamiento lateral era también de $x=4,50 \text{ cm}$ una vez transcurridos los primeros $1,20 \text{ seg}$. Determinar: a) el desplazamiento lateral de la masa en el instante $t=2,40 \text{ seg}$, b) la amplitud máxima de la vibración libre.



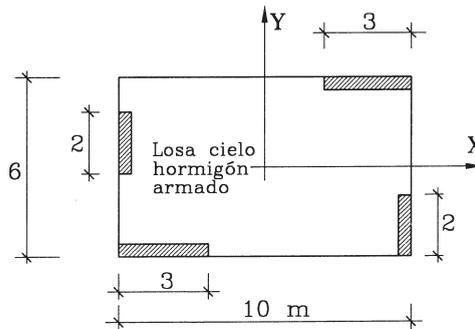
- 6.26 En el sistema de la figura del Ejercicio 6.25, el peso concentrado al nivel del cielo es $P = 90$ ton. El sistema se deja vibrando libremente después de soltarlo con velocidad inicial nula desde una posición desplazada hacia la derecha correspondiente a $x = 3$ cm. Al retornar el sistema hacia la izquierda el desplazamiento máximo es $x = -2,18$ cm, lo cual se produce después de $t = 0,64$ seg. Determinar: a) la rigidez lateral k , b) la razón de amortiguamiento ξ , y c) el coeficiente de amortiguamiento c . Usar para la aceleración de gravedad el valor de $g = 980$ cm/seg².
- 6.27 Suponga que el sistema de la figura del Ejercicio 6.25, se sabe que $m=0,35$ ton seg²/cm, $k=7,09$ ton/cm. El sistema se deja vibrando libremente a partir de las condiciones iniciales $x(t=0)=1,78$ cm, $\dot{x}(t=0)=14,22$ cm/seg. Determinar el desplazamiento lateral x y la velocidad \dot{x} para $t=1,0$ seg después de iniciado el movimiento, suponiendo que: a) $c=0$, o sea, el sistema no tiene amortiguamiento, y b) $c=0,50$ ton seg/cm.
- 6.28 Determine el período natural de vibración, la frecuencia circular de vibración y la razón de amortiguamiento ξ , para las vibraciones según el eje x y según el eje y de las edificaciones de un piso cuyas plantas se indican en la figura. La altura de piso a cielo es de 2,40 m. El edificio tiene una losa de 15 cm y el peso de la techumbre y el cielo se pueden estimar en 70 kg/m². El edificio tiene además varios tabiques que implican un peso de 30 kg/m² de superficie de la planta; sólo la mitad de este peso se puede asociar a la masa concentrada al nivel del cielo del primer piso. Características especiales de las estructuras:

Caso a) Los pórticos de hormigón armado en la dirección X se pueden considerar empotrados en la base; los muros de albañilería confinada en la dirección Y se pueden considerar empotrados en la base y libres de girar en el extremo superior. Peso del hormigón armado: 2400 kg/m³, peso de albañilería confinada: 1800 kg/m³,

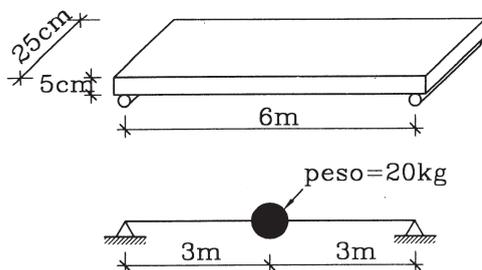
Caso b) Los muros se pueden considerar empotrados en la base y libres de girar en el extremo superior. Características de la albañilería armada: peso=1400 kg/m³, $E=60$ ton/cm².



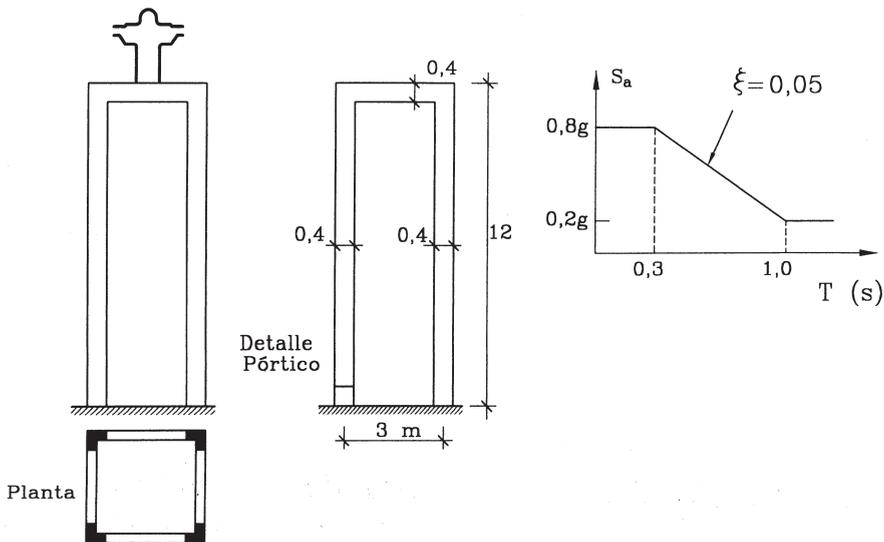
- 6.29 El edificio de un piso cuya planta se indica en la figura, tiene un peso de 26,4 ton concentrado al nivel del cielo del primer piso. Los elementos estructurales son muros de albañilería armada de 17 cm de espesor con $E=90.000 \text{ kg/cm}^2$; los muros, que tienen una altura de 2,50 m, pueden considerarse empotrados en la base y libres de girar en el extremo superior, a) Determine el período natural de vibración para el movimiento según el eje Y, y estime la razón de amortiguamiento ξ , b) El cielo del primer piso se desplaza suavemente en 0,5 cm en dirección Y y se suelta desde el estado de reposo. Determine el desplazamiento que tiene el cielo del primer piso después de $t=0,10 \text{ seg}$, y dibuje a mano alzada la trayectoria que ha recorrido en dicho lapso de tiempo en un gráfico y (cm) vs. tiempo (s). (Respuesta: a) $T=0,052 \text{ seg}$, $\xi=0,05$; b) y ($t=0,10 \text{ seg}$)= $0,232 \text{ cm}$).



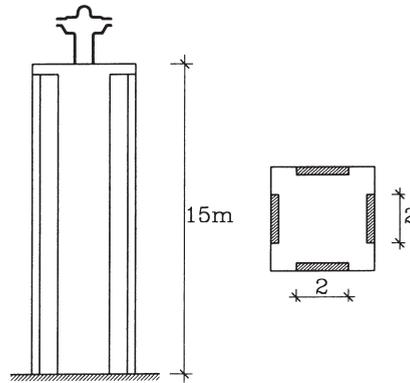
- 6.30 Un tablón de madera de 5 cm de altura y 25 cm de ancho se usa como puente para salvar una luz de 6 m. Un niño se pone a saltar en su punto medio con el objeto de hacerlo entrar en resonancia ¿Cada cuántos segundos o fracción de segundo debe efectuar su salto para lograr la máxima amplitud de vibración del tablón?. Considere que la masa del tablón puede idealizarse como una masa concentrada en el centro de peso 20 kg. Usar para la madera $E=80.000 \text{ kg/cm}^2$. (Respuesta: 0,42 seg).



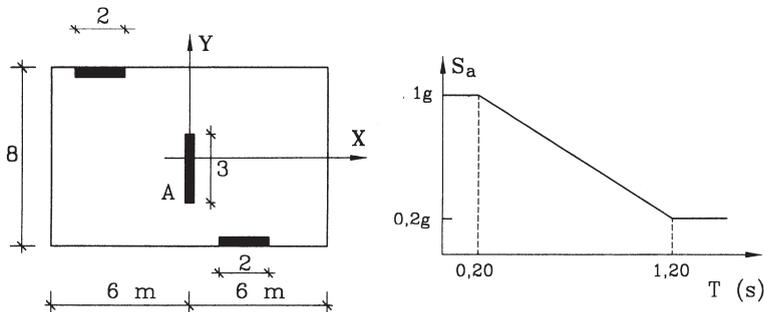
- 6.31 Un edificio que se puede representar como un sistema de un grado de libertad, tiene un peso de 970 ton, período natural de vibración 0,128 seg, y un coeficiente de amortiguamiento de 5% del amortiguamiento crítico, a) Después de ocurrido un fuerte movimiento sísmico, se calculó el espectro de respuesta elástica, determinándose que el valor de S_a para este edificio fue 0,40g. ¿cuál fue el desplazamiento lateral máximo que experimentó la masa de este edificio durante dicho sismo? b) ¿Cuál es el esfuerzo de corte basal máximo durante el sismo de la parte a)? c) En las cercanías del edificio se hace detonar una bomba. Como consecuencia de ello, el edificio experimenta una vibración, a partir de una velocidad inicial de 5 cm/seg y de un desplazamiento lateral nulo de la masa del sistema en el instante inicial $t=0$. Determine cuál es el desplazamiento lateral máximo que experimenta la masa del sistema durante dicha vibración. (Respuesta: a) 0,163 cm; b) 388 ton; c) 0,094 cm)
- 6.32 La estructura resistente de un monumento consiste en dos pórticos de hormigón armado en cada dirección, material que tiene módulo de elasticidad $E=210 \text{ ton/cm}^2$. El monumento pesa 20 ton. Tanto las columnas como la viga de cada uno de los pórticos son de sección rectangular, con 40 cm de altura de flexión y 20 cm de espesor. Las dimensiones del pórtico se indican en la figura: a) Determinar la fuerza lateral equivalente máxima asociada a la ocurrencia de un movimiento sísmico cuyo espectro de pseudoaceleraciones para una razón de amortiguamiento de 5% se indica en la figura, b) Determinar el desplazamiento lateral máximo en cm que experimentaría el pórtico al nivel de la viga, ante el mismo evento sísmico anterior. (Respuesta: a) 4 ton; b) 7,20 cm)



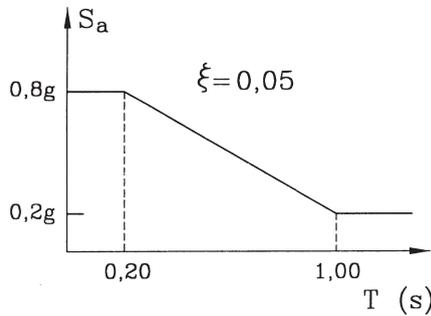
- 6.33 La estructura resistente de un monumento consiste en dos muros de hormigón armado en cada dirección, cada uno de 2 m de longitud y 0,20 m de espesor. El monumento pesa 25 ton y el módulo de elasticidad del hormigón es $E=210 \text{ ton/cm}^2$. La razón de amortiguamiento crítico puede estimarse en $\xi=0,05$. Como consecuencia de la detonación de una bomba en la vecindad de este monumento, este adquiere en el instante inicial una velocidad de 60 cm/seg y un desplazamiento nulo, según una de sus direcciones principales de resistencia. Determinar el desplazamiento experimentado por el monumento después de $t=2 \text{ seg}$ de iniciada la vibración, y dibuje a mano alzada la trayectoria que ha recorrido en dicho lapso en un gráfico $x \text{ (cm)}$ vs. tiempo (s) (Respuesta: $x(t=2)=0,286 \text{ cm}$)



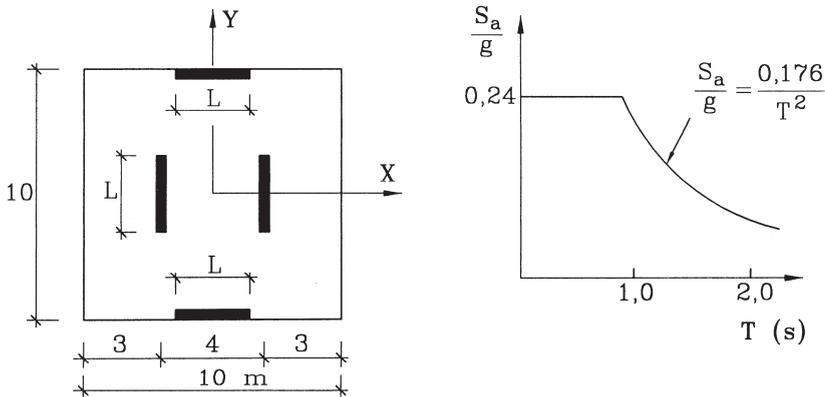
- 6.34 Un edificio de un piso cuya planta se indica en la figura, tiene un peso de 80 ton, el cual se puede considerar concentrado a nivel del cielo del primer piso. Los muros son de albañilería confinada de 15 cm de espesor con $E=30.000 \text{ kg/cm}^2$; estos muros, que tienen 2,60 m de altura, pueden considerarse empotrados en la base y libres en su extremo superior. En el lugar en que se encuentra el edificio ocurre un movimiento sísmico cuyo espectro elástico de respuesta calculado para el coeficiente de amortiguamiento de esta estructura, se indica en la figura, a) Determinar el desplazamiento horizontal máximo del cielo del edificio cuando el sismo actúa en la dirección X, b) determinar el momento flector máximo en la base del muro A cuando el sismo actúa en la dirección Y. (Respuesta: $S_d=0,78 \text{ cm}$, $M_{\max}=208 \text{ ton m}$)



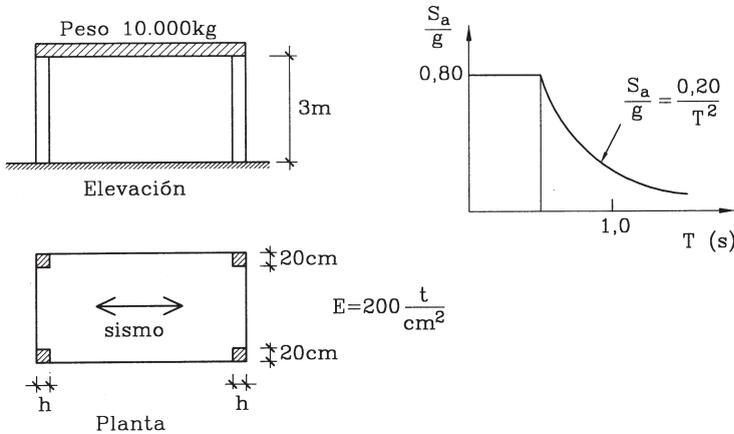
- 6.35 Para la misma estructura del Ejercicio 6.33, si se considera una excitación sísmica cuyo espectro de respuesta elástica idealizado se indica en la figura siguiente: a) ¿Qué desplazamiento horizontal máximo se produce en el extremo superior de la estructura durante el sismo?, b) ¿Qué longitud debieran tener los muros para reducir a la mitad la fuerza lateral equivalente máxima que actúa sobre los muros durante el sismo? (Respuesta: a) $x_{\max} = 3,08$ cm; b) $L = 1,28$ m)



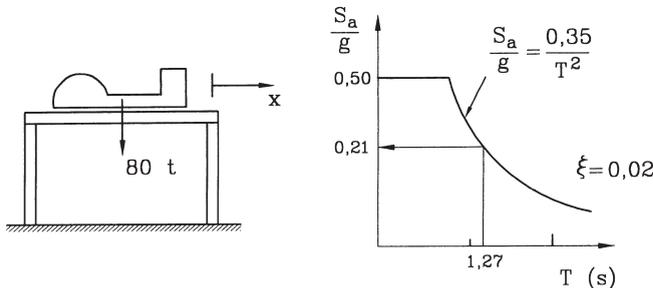
- 6.36 Un edificio de un piso cuya planta se indica en la figura, tiene un peso de 120 ton considerado al nivel del cielo. Los muros son de albañilería de 15 cm de espesor con $E = 25$ ton/cm²; estos muros, que tienen 2,50 m de altura, pueden considerarse empotrados en su base y libres en el extremo superior. En el lugar donde se encuentra el edificio ocurre un sismo cuyo espectro elástico de respuesta calculado para el amortiguamiento de la albañilería se indica en la figura. Si sólo se considera la rigidez de los muros para fuerzas contenidas en su plano, determine la longitud L de los muros para que el desplazamiento horizontal del primer piso no supere los 5 mm. (Respuesta: $L = 169$ cm)



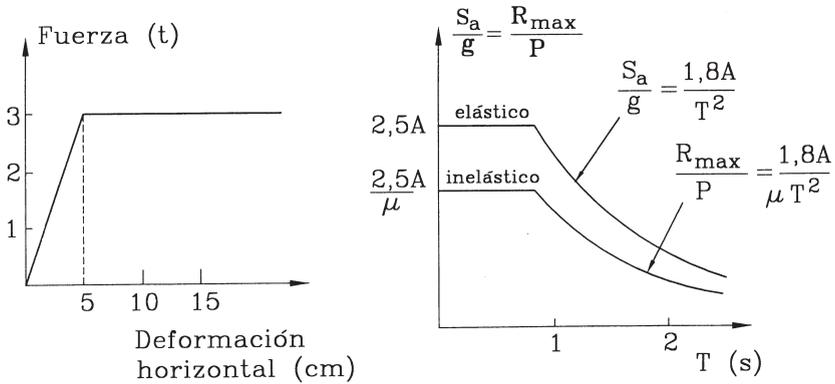
6.37 Una casa de un piso está apoyada en cuatro columnas que se pueden considerar empotradas tanto en su extremo superior como en el inferior (o sea, la viga entre las columnas se puede considerar como infinitamente rígida). La dimensión de la sección de las columnas es 20 cm en una dirección y h en la otra, como se indica en la figura. Para una sollicitación sísmica cuyo espectro elástico se indica en la figura para el amortiguamiento de la estructura de la casa, determine el valor de h de modo que el esfuerzo de corte basal no sea mayor que 5.000 kg. (Respuesta: $h=11,94$ cm)



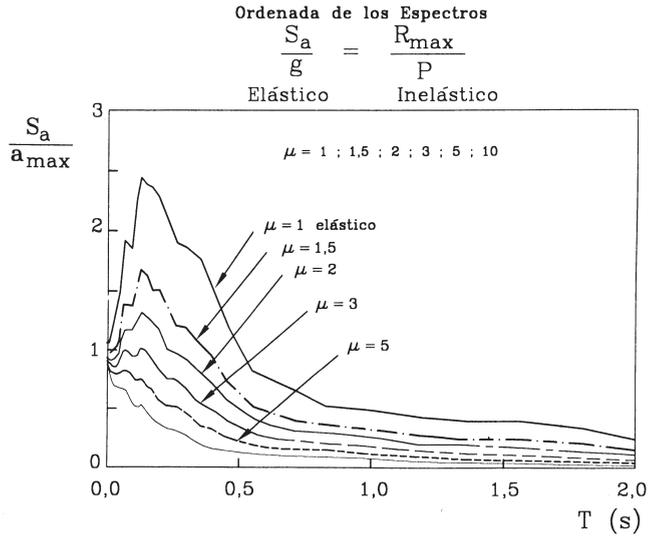
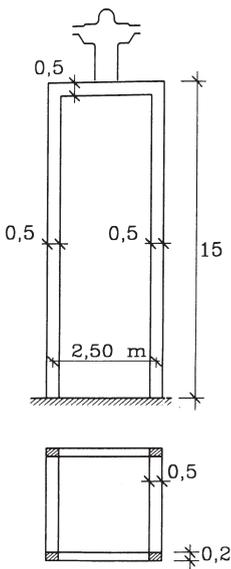
6.38 Un equipo industrial que pesa 80 ton se ha montado sobre una estructura metálica que tiene una rigidez lateral de 2.000 kg/cm. Este sistema se ve sometido a un sismo cuyo espectro de respuesta elástico para el amortiguamiento de la estructura se indica en la figura. Si se desprecia el peso de la estructura frente al peso del equipo y se sabe que el comportamiento estructural se mantiene dentro del rango elástico, dibujar en forma aproximada el desplazamiento lateral x de la estructura en función del tiempo (es suficiente con 20 seg), indicando el número de ciclos en el intervalo 5 seg–15 seg, y el máximo valor de x , suponiendo que este máximo valor se produce en dicho intervalo de tiempo. (Respuesta: la estructura desarrolla 7,9 ciclos en el intervalo 5 seg–15 seg, con valor máximo de x igual a 8,7 cm).



- 6.39 Una estructura de un grado de libertad de gran altura y peso $P=10$ ton tiene la relación fuerza-deformación horizontal que se indica. Si esta estructura se ve sometida a un movimiento sísmico cuyos espectros elástico e inelástico se indican en la figura, determinar la ductilidad requerida y los desplazamientos horizontales máximos si: a) el sismo tiene $A=0,10$ b) el sismo tiene $A=0,20$. (Respuesta: a) $S_d=4,17$ cm; b) $\mu=1,67$, $\Delta_{max}=8,33$ cm)



6.40 La estructura resistente de un monumento consiste en dos pórticos de hormigón armado con dimensiones 20x50 cm para la viga y las columnas. El módulo de elasticidad es $E=210 \text{ ton/cm}^2$. El monumento pesa 20 ton y se puede despreciar el peso de la estructura resistente frente al peso del monumento. Para la excitación sísmica indicada, cuyo espectro de diseño se muestra en la figura, determinar la resistencia horizontal máxima que debe tener cada pórtico para que el comportamiento de la estructura se mantenga dentro del rango de comportamiento elástico durante un sismo con aceleración máxima 0,20g. Indique además qué deformación horizontal máxima espera Ud. al nivel del monumento durante dicha excitación sísmica. (Respuesta: $R_{\text{max}}=0,84 \text{ ton}$, $x_{\text{max}}=2,90 \text{ cm}$)



6.41 La estructura resistente de un monumento consiste en dos muros de hormigón armado en cada dirección, cada uno de 1,50 m de longitud y 0,20 m de espesor. El monumento pesa 35 ton y se puede despreciar el peso de la estructura resistente frente al peso del monumento. El módulo de elasticidad del hormigón es 210 ton/cm². La resistencia máxima de cada muro (frente a una fuerza horizontal se puede estimar en 15 ton. Para una excitación sísmica cuyo espectro de diseño es:

$$\frac{S_a}{g} = \frac{R_{\max}}{P} = \frac{0,064 + 0,64T}{\sqrt{(0,16 + T^2)}} \quad T = \text{período natural de vibración}$$

en que μ es el factor de ductilidad de la estructura, determine: a) si el comportamiento de esta estructura será de tipo elástico o inelástico. En este último caso determine el factor de ductilidad que demandaría esta excitación sísmica, b) si este diseño cumple con la condición que el desplazamiento horizontal máximo no supere el límite de 5 cm, suponiendo que la demanda de desplazamiento del sismo es la misma ya sea que el comportamiento es elástico o inelástico. (Respuesta: a) El comportamiento es elástico; b) $S_d = 11,78 \text{ cm} > 5 \text{ cm}$, no cumple)

