

la razón...  
de las 'razones':

# una armonía objetiva

extracto y adaptación: sofía letelier

cuadernos de visualidad arquitectónica  
departamento de diseño arquitectónico  
facultad de arquitectura y urbanismo  
universidad de chile.

sobre la base de:  
"Estética de las proporciones en la naturaleza  
y en las artes".

Matila Ghyka

nº 5



# $\phi$ , la razón de las razones:

## una armonía objetiva

extracto y adaptación: sofía letelier

....."ese sentimiento de adecuación de un objeto a su razón de ser, sugerido por su forma a nuestro subconsciente, es lo que causa el placer estético que procura su contemplación".....Estas relaciones encerradas en las formas naturales o creadas por el artista, despiertan resonancias lógicas o afectivas en el que las contempla. Cuando la percepción de estas relaciones es consciente, practicamos la Estética, ciencia de las relaciones armoniosas."

MATILA C. GHYKA.

"Todas las líneas bellas están trazadas bajo leyes matemáticas orgánicamente trasgredidas"

RUSKIN



# contenidos

<b>PRESENTACIÓN</b>	
<b>1. ARGUMENTOS BASICOS SORPRENDENTES.....</b>	<b>7</b>
1.1.- La Sección Aurea es mágica.....	7
1.2.- El 'ángulo ideal' .....	8
1.3.- Número de oro y entelequias matemáticas.....	8
1.4.- El triángulo 'aureo'.....	9
1.5.- El triángulo 'sublime'.....	9
1.6.- El cuadrado y el crecimiento armonioso.....	10
<b>2.- CASOS QUE SORPRENDEN .....</b>	<b>11</b>
2.1.- La música.....	11
2.2.- El cuerpo humano .....	11
2.3.- En la botánica.....	12
2.4.- En la pintura.....	12
2.5.- En la arquitectura.....	13
2.5.1.- Pirámides de Egipto.....	13
2.5.2.- El Partenón.....	13
2.6.- El huevo.....	14
2.7.- Caracoles y las espirales arquitectónicas.....	14
<b>3.- PARTICIONES RECTAS DE ESPACIO.....</b>	<b>15</b>
3.1.- El 'sólido de oro'.....	15
<b>4.- REFLEXIONES .....</b>	<b>17</b>
<b>BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>20</b>

En la presente década y casi a finales de este siglo xx, se pone en duda el predominio de la sola 'razón' como lo más distintivo y gobierno de lo propiamente humano. Ello, a medida que se ha comprobado que el razonamiento no es independiente de las emociones y que éstas, a su vez, no lo son respecto de la química actuante en todo el cuerpo ( A. D'Amasio 1994). Es decir, las capacidades de rezonar, de emocionarnos y valorar, tienen su correlato simultáneo -de causa y efecto- en nuestro cuerpo físico.

Hoy se postula que la emoción activa a la razón - y viceversa- , las cuales, en último término, son relaciones sólo posibles debido a puentes electroquímicos . De aquí que la emoción - que se entendía antes como un estado 'paralógico' y de la dimensión mental o espiritual-, llega a demostrarse muy dependiente de nuestro cuerpo, en tanto materia, estructura y sistema funcional.

Pero el cuerpo humano es producto - y es parte - de la naturaleza. En él , la materia y la química se ordenan conforme leyes que la naturaleza ha seguido desde siempre en su organización, orden y progresiva complejización. Matila Ghika (1953) postula y comprueba que aquello que apreciamos como *armónico*, y la armonía que intentamos lograr en nuestras obras, no son relaciones o proporciones azarosas, acaso validadas sólo por un gusto o sensibilidad coyunturales de una época. Por el contrario, las armonías que apreciamos y nos emocionan obedecerían a proporciones y relaciones más profundas que se enraízan en nuestra propia sustancia: son producciones de un 'participe' de la misma naturaleza.

Para verificarlo, Ghika recorre los ideales de belleza humana a través del arte; lo valorado y lo consagrado en pintura y arquitectura; las leyes de la materia orgánica e inorgánica; las armonías en la música; las constantes en las leyes físicas; en fin también, las armonías en las leyes de crecimiento y en las entelequias humanas más notables, como son: las tablas de números, las geometrías, los monumentos arquitectónicos, etc.

En todo ello encuentra constantes claras, simples y mínimas que se han conocido y dominado en algunas épocas y culturas; se han olvidado y vuelto a descubrir de tiempo en tiempo, con la persistencia del propio género humano.

# 1.- ARGUMENTOS BÁSICOS SORPRENDENTES

## 1. 1.- La Sección Aurea - 'razón de oro'- es mágica.

Si  $\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}$  / b 2ºter.  $\frac{a}{b} = \frac{b}{a-b}$  y si  $\frac{a}{b} = x$ , donde,

$$x = \frac{x+1}{x} \quad x^2 = x+1 \quad x^2 - x - 1 = 0 \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

Reemplazando...

$$\frac{a}{b} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = \phi = 1,618 = \text{'número de oro' } 1,6180339\text{.....'incommensurable'}$$

pero de construcción exacta por geometría!

$\phi = \frac{1}{\phi^2} = 0,618$  identidad en sus decimales

si también una 'progresión'  $\phi^2 = \phi + \phi$  \*, y se multiplica por  $\phi$ , se tiene

$$\begin{aligned} \phi^3 &= \phi^2 + \phi \\ \phi^4 &= \phi^3 + \phi^2 \\ \phi^n &= \phi^{n-1} + \phi^{n-2} \end{aligned}$$

y su variante  $\phi - 1 = \frac{1}{\phi}$ , si \* se divide por  $\phi$ ,

o \* es igual a  $\phi^2 - \phi = 1$

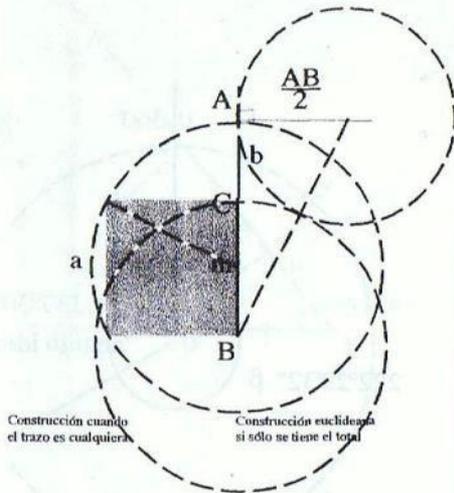
de donde, "en una progresión geométrica cuya razón es  $\phi$ , un término cualquiera es igual a la suma de los dos precedentes".

De lo anterior resulta una serie que es aritmética y geométrica a la vez:

1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 ..... ¡Serie de Fibonacci!

$$\begin{aligned} 1 + 2 &= 3 \\ 2 + 3 &= 5 \\ 3 + 5 &= 8 \\ 5 + 8 &= 13 \\ 8 + 13 &= 21 \end{aligned}$$

..... Serie mágica del crecimiento de toda la materia orgánica!



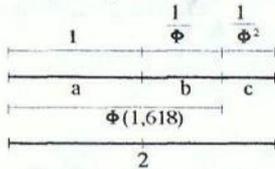
Construcción cuando el trazo es cualquiera. Construcción euclidiana si sólo se tiene el total.

$a + b = 1,618\text{... veces 'a'}$   
 'a' es 1,618... veces 'b'  
 a y b están en razón  $\phi$

$$\frac{AC}{CB} = \frac{AB}{AC} \text{ o sea}$$

C es el único punto que define:  
 "que el segmento menor es al mayor como éste es al total"

y ¡oh sorpresa! si se repite desde 'b' una 2a vez, se duplica EXACTO el trazo 'a'.



Este calce explica muchas cosas!.....

## 1. 2.- El 'ángulo ideal' -botánica- también está en función del 'número de oro'.

La filotaxia estudia las separaciones angulares de las estructuras vegetales, que aseguran la máxima exposición a la luz, para que sus proyecciones no se recubran jamás exactamente. Este 'ángulo ideal' - alfa, tramo menor - divide a la circunferencia dejando un resto - beta, tramo mayor-, en "media y extrema razón".

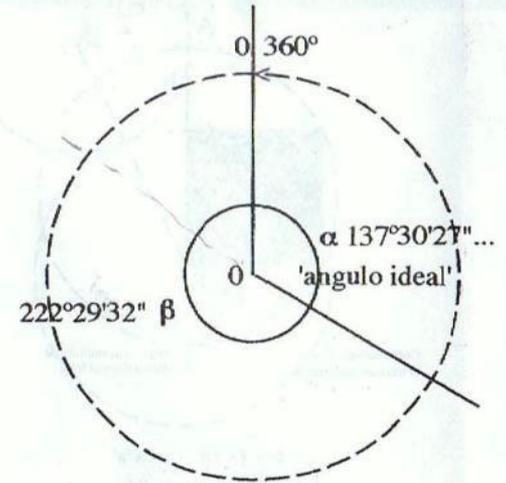
Si  $360^\circ = \alpha + \beta$ ,  $\alpha = 360^\circ - \beta$  y, si fuera 'proporción aurea' debiera darse que:

$$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha + \beta}{\beta}, \text{ entonces}$$

$$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{360^\circ}{\beta}. \text{ Pero, esta razón debe ser } = \phi \dots \text{ Entonces, reemplazando,}$$

$$\phi = \frac{360^\circ}{\beta}, \text{ luego } \beta = \frac{360^\circ}{\phi}, \text{ o sea } \frac{360^\circ}{1,618...} = 222^\circ 29' 32''$$

Lo que da para  $\alpha$  el complemento  $137^\circ 30' 27'' 95\dots$  el 'ángulo ideal'



$\alpha$  es el ángulo que junto con la diferencia  $\beta$  respecto de  $360^\circ$ , divide la unidad (círculo o circunferencia) en 'media y extrema razón'.

Es el 'ángulo ideal' en la naturaleza vegetal.

8

## 1.3 Número de oro y coincidencias con máximas entelegias matemáticas.

La mente del hombre ha creado dos conceptos útiles en matemáticas que no tienen un correlato real en la naturaleza, - el cero y el infinito-, absolutos artificios humanos. Para operar curvas binómicas infinitamente grandes, se trabaja con dos "invariantes trascendentes" - o números trascendentes", recursos que se crearon sin pensar en  $\phi$ . Estos son: e

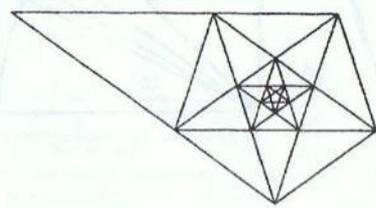
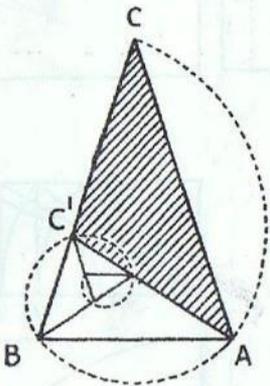
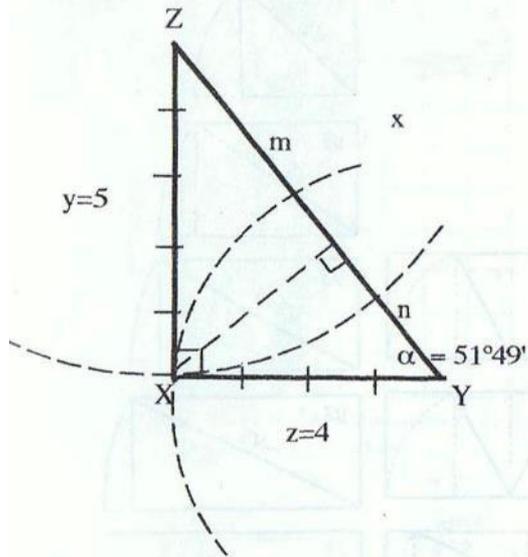
$e = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n$  presente en el 'triángulo de Pascal' que representa, entre otros, los desarrollos sucesivos del 'binomio de Newton' y, a través de éste, en las 'series espirales como la de Fibonacci.

$\pi = 3,14159$ , factor de la curvatura de la circunferencia y en relación 'trascendente con 'e', cuando

$$1 + e^{\pi \sqrt{-1}} = 0; \text{ y si } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{n^n e^{-n} \sqrt{n}} = \sqrt{2\pi}. \text{ Pero, curiosamente o "accidentalmente".....}$$

$$\frac{4}{\pi} = 1,273\dots; \sqrt{\phi} = 1,272\dots; \left(\frac{\pi}{4}\right)^n = 0,617\dots; \frac{1}{\phi} = 0,618\dots !$$

¿ Pura coincidencia ?



### 1.4.- El triángulo 'áureo' ó de Pierce

Este triángulo, el único cuyos lados están en progresión geométrica, se encuentra como semi meridiano de las pirámides egipcias -llamado también 'triángulo egipcio'- y ha sido la base de numerosos trazados arquitectónicos. Está en razón  $\phi$  y  $\sqrt{\phi}$ : tanto la relación de sus lados entre sí, como la relación de la hipotenusa con el cateto menor, y también la partición que deja un ángulo recto pasado por el vértice recto.

Sus catetos son los enteros 4 y 5 o sus múltiplos, resulta:  $\frac{x}{y} = \frac{y}{z}$   
en razón constante.

Reemplazado lo conocido  $\frac{x}{5} = \frac{5}{4}$ ;  $\frac{5}{4} = 1,272 = \sqrt{\phi}$ ; (es 5,1 en la pirámide de Gizeh)

Es entonces el valor de  $x = 1,272 * 5,1 = 6,48$ ,  
y la razón  $\frac{x}{z}$  que faltaba será:  $\frac{6,48}{4} = 1,620$  (aprox.  $\phi$  que es 1,618!)

Estos números notables  $\phi$  ( 1, 618 ),  $1/\phi$  ( 0, 618 ) y  $\sqrt{\phi}$  ( 1, 272 ) corresponden a las razones invariantes que se encuentran en la naturaleza y en las obras humanas notables, como se demostrará en el capítulo siguiente brevemente, para el cuerpo humano, la botánica, la música, la pintura y la arquitectura.

### 1.5.- El triángulo 'sublime'

Es un triángulo isósceles, cuyo ángulo del vértice es 1/2 del ángulo de la base. Su singularidad radica en que la bisectriz del ángulo de la base determina siempre:

- los dos triángulos resultantes son también isósceles ;
  - en el lado opuesto, dos segmentos en relación  $\phi$  ;
  - el segmento mayor respecto del lado simétrico, está siempre en relación  $\phi$
  - el triángulo mayor resultante (gnomon) tiene  $c/u$  de sus lados en relación  $\phi$  con su base (antes lado)
  - el triángulo menor es SEMEJANTE al triángulo inicial, por lo que.....
- .....puede subdividirse (y crecer) con el mismo mecanismo y propiedades en  $\phi$ .

Ello hace que los organismos biológicos basen en él su crecimiento. Si hacemos centro en cada punto determinado por cada bisectriz sobre los lados, y arcos en el lado opuesto, sucesivamente se genera una espiral logarítmica.

Adicionalmente, este triángulo es la base del pentágono regular o 'áureo': son 5 triángulos sublimes superpuestos, que al interceptarse, generan SOLAMENTE ... relaciones aureas!



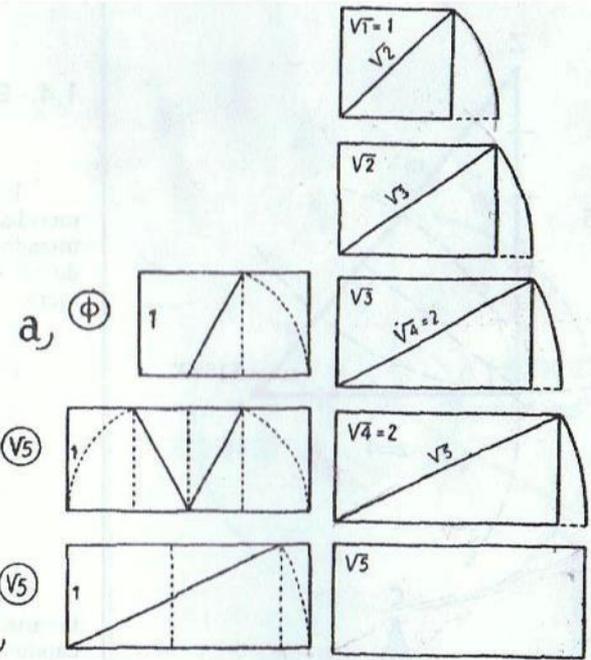
## 1.6.- El cuadrado y el crecimiento logarítmico o "armonioso".

A partir de cualquier cuadrado se puede también llegar al número  $\phi$  (1, 618) :

a)- haciendo radio desde el punto medio de una lado al vértice opuesto y trazando un arco hasta la prolongación del lado. Si dicho lado es 1, el tramo excedente determinado será 0,618 y está en razón "aurea" respecto de 1. El rectángulo que se genera se llama "rectángulo  $\phi$ " o "cuadrado perfecto". Si en el tramo excedente construimos otro cuadrado y le practicamos la misma operación (en dirección  $90^\circ$ ), y así sucesivamente, se formará una espiral logarítmica que tanto como involucionar puede también expandir el sistema, y corresponde con la serie Fibonacci.

b)- si a  $1/2$  circunferencia le inscribimos un cuadrado apoyado en el diámetro, cada resto de diámetro contigua al cuadrado está, respecto del lado del cuadrado en razón  $\phi$ . Si desde el diámetro total generamos un rectángulo con la altura del cuadrado, obtenemos un "rectángulo  $\sqrt{5}$ " (no olvidemos que  $\sqrt{5}$  está en la fórmula base del número  $\phi$ .) y...

c) un rectángulo que es IGUAL o semejante a uno formado a partir de 2 cuadrados, cuya diagonal se ha abatido hasta la base para determinar su largo.  $\phi$  y este rectángulo  $\sqrt{5}$  está mayoritariamente en la filotaxia vegetal y en muchos objetos humanos que se admiran precisamente por su armonía, como el estilo gótico, donde se consideraban secretos.



10

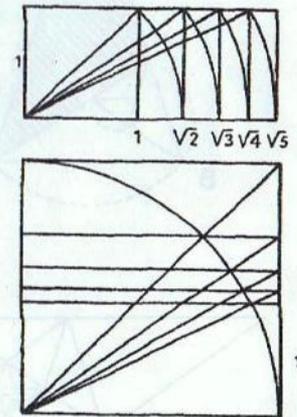
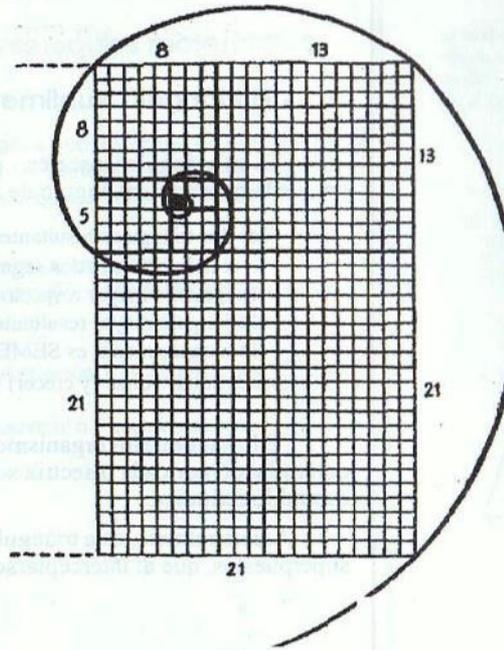
En biogenética se asume la siguiente ley:

"La ontogenia comprende a la filogenia." (Hecke)

(la generación del ser)

(el cómo se genera)

Quiere decir que entendiendo como se genera una forma comprendemos también la esencia de su ser.



## 2.- CASOS QUE SORPRENDEN A LA HUMANIDAD.

### 2.1.-La música.

En los acordes con intervalos aferentes llamados 'perfectos' - es decir, aquellos que armonizan sonidos simultáneos en obras consagradas-, sucede lo siguiente:

Al acorde mayor 'perfecto' Do >, corresponde el módulo dominante  $\frac{5}{8}$  y  
 al acorde menor 'perfecto' Do <, corresponde el módulo dominante  $\frac{3}{5}$

Ambos contienen números de la serie 'mágica' de Fibonacci y de su razón del número mágico inverso,  $\frac{1}{\phi}$ , como toda la serie de acordes mayores y menores:

Serie de acordes mayores:  $\frac{1}{1}, \frac{2}{3}, \frac{5}{8}, \frac{13}{21}, \frac{34}{55}, \dots$   
 serie de acordes menores:  $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{8}{13}, \frac{21}{34}, \frac{55}{89}, \dots$   
 $= 0,618 = 1/\phi$

Observemos que la serie de Fibonacci (1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...) está completa en cada una, pero en una comienza como denominador y en la otra como numerador.

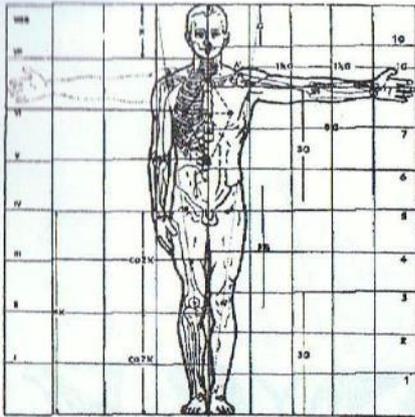
### 2.2.- El cuerpo humano .

Si realizamos un promedio del cuerpo humano 'ideal', aquel que han plasmado los escultores y pintores a través de las distintas épocas, tenemos las siguientes proporciones:

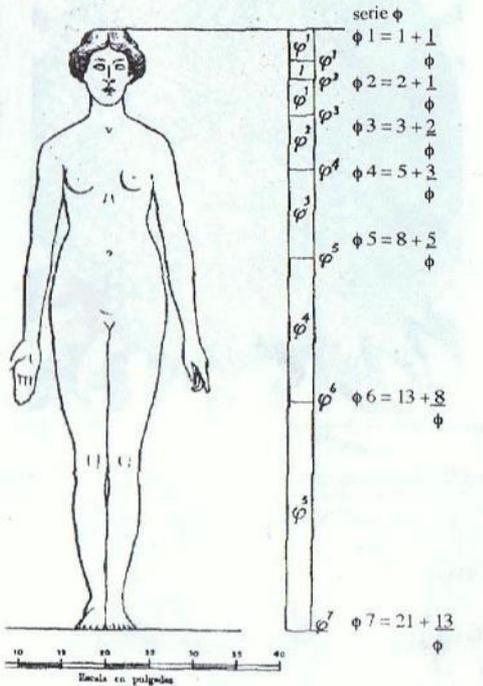
Si  $h$  = altura total del cuerpo  
 $n$  = distancia del ombligo a la planta  
 $m$  = distancia entre la cima y el ombligo,

se tiene:  $\frac{h}{n}$  y  $\frac{n}{m} = 1,625 \dots = 1,618 = \phi$ . En hombres,  $\frac{13}{8}$ ; en mujeres,  $\frac{8}{5}$ , o sea, los 'ideales griegos'

Y si  $n + m = h$ , el total también es (aprox)  $1,618 = \phi$   
 .....y todos los puntos singulares del cuerpo en 'serie  $\phi$ ' !



El cuerpo masculino moderno, se concibe en las proporciones 8/5, 5/3  
 Proporciones medias del cuerpo humano



Ideal femenino hasta el Renacimiento  
 El cuerpo humano y la serie  $\phi$

$\phi = 1 + 1$

El rostro (llamado armónico), también estaría en esta proporción:

Si ahora llamamos:  $h$  = altura total del rostro o de la nariz al mentón  
 $m$  = altura de la frente o de la nariz a la boca  
 $n$  = altura ceja mentón o boca mentón,

nos daría siempre una aproximación a  $\phi$ , o sea 1,618.

Ambas proporciones están contenidas en la 'serie mágica' de Fibonacci (1,2,3,5,8,13..) y se llega a ella alrededor de los 21 años ( los bebés nacen con la proporción  $h/n = 2$ ; y la relación  $n/m = 1$ )

### 2.3.- En la botánica.

En este campo las series de crecimiento y su orden progresivo natural han sido estudiadas desde Leonardo de Pisa (1202), las cuales se encuentran en la 'serie mágica' -dos términos sucesivos en razón  $\phi$ -, hoy llamada de Fibonacci. En el girasol, por ejemplo, se da la serie 'fraccionaria extensa' por cuanto la serie en el numerador se desplaza un intervalo : cada denominador de la serie pasa a ser numerador y el denominador, la suma de ambos términos anteriores.:

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{8}, \frac{8}{13}, \frac{13}{21}, \frac{21}{34}, \frac{34}{55}, \frac{55}{89}, \dots \text{aprox } \frac{1}{\phi}$$

En las piñas -de pinos- se distinguen las 'explícitas' que coinciden con las del girasol, y las 'implícitas', más densas, en que cada término está multiplicado por 2 :  $\frac{10}{16}$ , correspondiendo a la razón  $\frac{5}{8}$

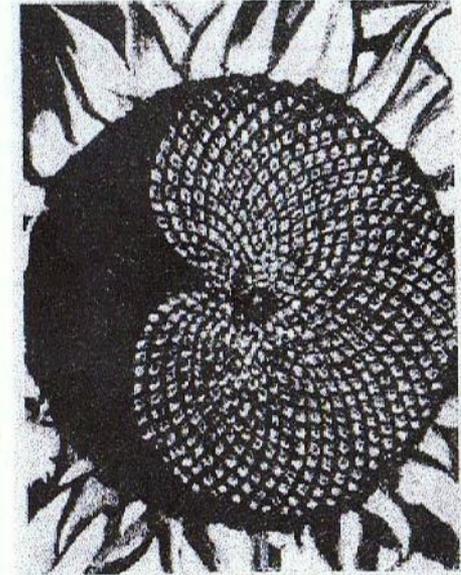
Los ángulos de la disposición de las hojas alrededor del tallo, se dan en series en que los números de Fibonacci puestos de numerador, están desplazados dos intervalos respecto del denominador :

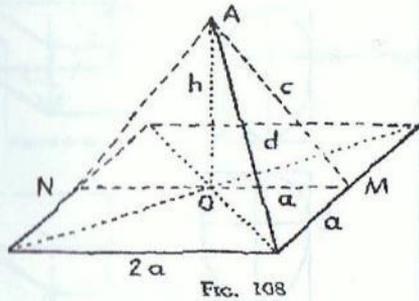
$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{8}, \frac{5}{13}, \frac{8}{21}, \frac{13}{34}, \frac{21}{55}, \frac{34}{89}, \dots \text{aprox } \frac{1}{\phi^2}$$

### 2.4.- En la pintura.

Se ha podido establecer que en los cuadros de la pintura figurativa que explicitan un horizonte, éste se ubica en razón  $\phi$ , ya sea que la línea de partición ('cielo/tierra', por ejemplo) esté muy alta para dar importancia a la acción u objetos, o sea que esté baja para priorizar los cielos. Además, se ha descubierto que otras particiones o alturas de elementos en los distintos planos, juegan con la misma proporción pero invertida, haciendo que el ojo trabaje en un sucesivo e interminable vaivén. Éstas obras son las que estadísticamente producen mayor sensación de seguridad, armonía y paz.

En las obras de Piet Mondrian - máximo paradigma del equilibrio abstracto -, esta relación de particiones en razón  $\phi$  está presente.





## 2.5.- En la arquitectura.

### 2.5.1.- Pirámides de Egipto.

La Pirámide de Keops - o Grán Pirámide-, ha preocupado a grandes pensadores desde Heráclito hasta hoy. Se dan en ella relaciones astronómicas sorprendentes. Su construcción geométrica está en razón  $\phi$ , o proporción áurea en varias razones o relaciones:

a) entre su altura 'h' y la 1/2 de su ancho 'a':  $\frac{h}{a} = \frac{148,2 \text{ m}}{116,5 \text{ m}} = 1,272 = \sqrt{\phi}$

b) pero también  $\frac{h}{a} = \frac{4}{\pi}$ , ( otra forma de llegar a 1,272 )  $= \sqrt{\phi}$

y si es así,  $\pi = \frac{4a}{h}$ ; y también  $\pi \cdot h = 4 \cdot a$ ,

lo cual nos permite conocer su altura midiendo sólo la mitad de su base, y su perímetro, amplificando /2 un círculo trazado con la altura:

$2\pi \cdot h = 8 \cdot a =$  perímetro de la base.

c) entre la bisectriz de sus caras 'm' y 1/2 de su ancho,  $\frac{a}{m} = \frac{116,5 \text{ m}}{188,5 \text{ m}} = \phi$

c) el ángulo de inclinación de sus caras con la base:  $51^\circ 20' 24''$ , es muy aproximado al ángulo del 'triángulo aureo' ( $51^\circ 49' 38''$ ). Ello tiene implicancias en su comportamiento solar, permitiéndo que en los solsticios un único rayo de sol penetre el ingreso un sólo día del año.

Estas cuatro relaciones de la pirámide, que demuestran que ellas están en función de  $\phi$  y de  $\pi$ , es sin embargo accidental: Basándose en estos números - que se originaron por deducciones independientes-se ha llegado a demostrar su altura con 5 cm de diferencia. Que  $4/\pi$  sea exactamente  $\sqrt{\phi}$  (1,272) es otra maravilla que no tiene ni origen ni concepto matemático común.

### 2.5.2.- El Partenón.

La armonía reconocida en el Partenón de Atenas, valoración que no ha decaído a través de tantos siglos por ésta y muchas otras razones, está también en razón  $\phi$ .

Si consideramos  $h$  = a la altura total sin el basamento.

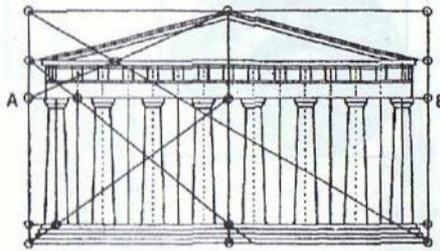
$n$  = a la altura de la columnata.

$m$  = al resto hasta el vértice del timpano cornisado.

$m'$  = al cornisamento y metopas intermedias,

Tenemos que  $\frac{h}{n} = \phi$ ,  $\frac{n}{m} = \phi$ ,  $\frac{m}{m'} = \phi$ ,

Entonces, como esta última relación está invertida, atrapa la lectura visual en un vaivén sin fin.



## 2.6.- El huevo.

El huevo de ave es el artefacto natural que con la mínima sustancia tiene la máxima capacidad. Es 'perfecto' dado que con la mínima superficie - y espesor- contienen el máximo volumen la resistencia para su fin. Responde a la ley de Hamilton en su eficacia física.

Su forma está dada por dos catenarias en revolución, que se cortan en un plano.

Si se compara la proporción del total con la catenaria inferior, tanto como si se las compara entre sí, están en razón  $\phi$  ó  $\sqrt{\phi}$ , dependiendo de la especie.

## 2.7.- Los caracoles y las espirales en arquitectura.

Los caracoles también nos sorprenden por su perfección y se comportan según la ley de Hamilton.

Son en esencia conos flexibles, torcidos, que dan como sección una espiral logarítmica, que es la única curva plana con homotecia continua en razón  $\phi$ :

En la espiral logarítmica una recta trazada desde su centro corta segmentos proporcionales donde se da:

1,	$\phi$ ,	$\phi^2$ ,	$\phi^3$ ,	$\phi^4$ ,	$\phi^5$	..... razón = $\phi$ = sección áurea.
que se aproxima a	1,	1,	2,	3,	5,	8, 13, .....serie de Fibonacci.!

Esta misma progresión se encuentra en la voluta de capitel jónico, uno de los tres órdenes griegos que se han retomado a través de los siglos. El número constante factor de sus tramos es  $\phi$ .

Este conjunto de ejemplos que aporta Matila Ghyka, valorados indiscutiblemente, y muchos otros que responden a una relación que aparece como invariante - el número  $\phi$  -, nos pone en una dimensión sobre la que cabe preguntarse al menos las siguientes interrogantes:

**¿Somos realmente "libres" al crear lo que llamamos 'estético'?**

**¿O bien, nosotros como parte de la naturaleza, estamos 'inducidos' a hacer cosas que fatalmente llamaremos 'éticas' porque replican un invariante que está en ella y en nosotros?**

**¿Es necesario su canocimiento en cuanto construcción geométrica o es mejor confiar en que el instinto nos hará elegir la proporción divina?**

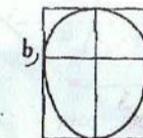
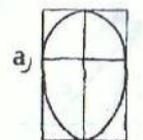
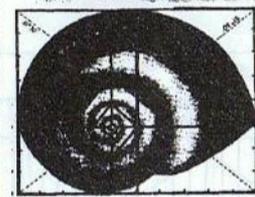
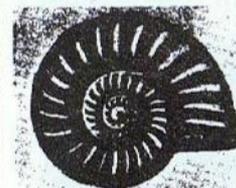
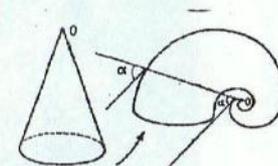


Fig. 63



### 3.- PARTICIONES RECTAS DEL ESPACIO.

“ La armonía resulta de la repetición de la razón de la forma fundamental en sus divisiones” (Thierseck)

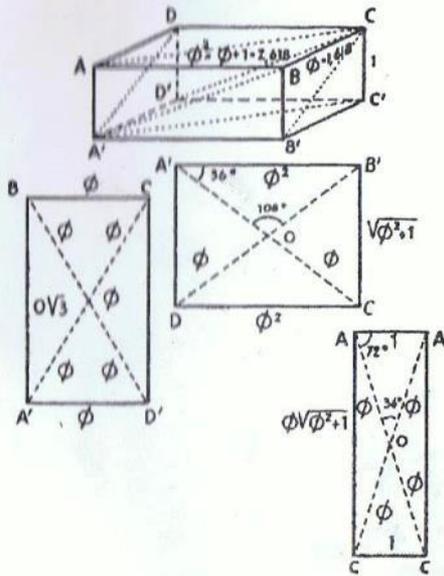
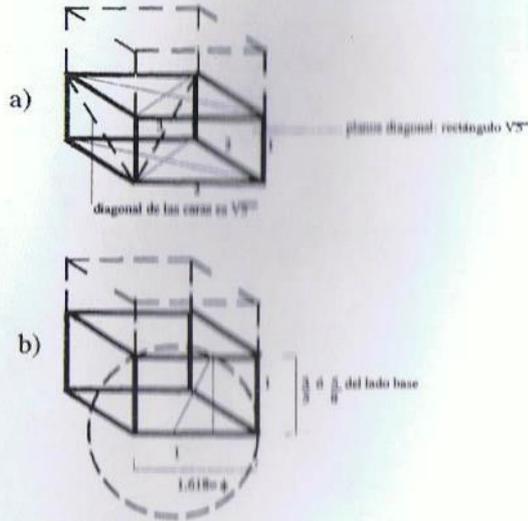
Los prismas rectos rectangulares son el habitáculo más común hoy en la vida del hombre occidental. Tienen 6 caras pero sólo bastan 2 para definirlo. También puede definirse por los ángulos que forman las diagonales de las caras con las de los 3 planos interiores que parten en diagonal el prisma y tiene una diagonal común.

Se ha comprobado que el cubo no es agradable como habitáculo en su percepción interior, ya que su exceso de simetría no induce a la introducción - real o imaginaria - de otras particiones más pequeñas. El piso y techo cuadrados son gratos pero no las paredes que parecen pedir alguna de estas alternativas:

- a) que se le reduzca la altura a ‘rectángulo  $\phi$ ’ ( $h = 3/5$  ó  $5/8$  del lado del cuadrado base)
- b) que la altura se haga  $1/2$  del lado cuadrado ( los rectángulos interiores quedan en  $\sqrt{5}$  !!)

Si, no obstante se desean muros cuadrados, el prisma parece exigir:

- c) que el piso base sea ‘rectángulo  $\phi$ ’ ( queda en la razón  $8/5 = \text{Fibonacci}$  !!)
- d) que el piso base sea 2 cuadrados ( su diagonal sería  $\sqrt{5}$  y el plano diagonal largo del prisma es ‘rectángulo  $\sqrt{5}$ ’ !)



#### 4. 1- El ‘Sólido de Oro’

Existe un prisma recto en que todas sus relaciones están en  $\phi$  : dimensiones  $1, \phi, \phi^2$  .

- el centro está a una distancia  $\phi$  de los 8 vértices !!
- el rectángulo diagonal interior que parte del lado  $\phi$  , define con sus diagonales un ángulo intermedio que es  $= 108^\circ$  ( ángulo ‘egipcio’  $\phi$  )
- el rectángulo diagonal que parte de  $\phi^2$  es ‘rectángulo  $\sqrt{3}$ ’ ( caso único porque en el plano  $\phi$  y  $\sqrt{3}$  son irreducibles !!)
- en dicho rectángulo, las diagonales forman 2 triángulos equiláteros  $\phi$ , opuestos x vértice
- en el rectángulo diagonal interior menor se dan 2 ‘triángulos sublimes’ (  $\phi$  total!!)
- el lado medio del prisma ( $\phi$ ) es  $1/2$  de la diagonal interior mayor ( $2\phi$  )
- el lado mayor del prisma ( $\phi^2$ ) es la suma de los dos menores ( $\phi + 1$  ),  $\phi^2 = \phi + 1$



## REFLEXIONES.

Estas constantes -y muchísimas otras que viene descubriendo Occidente desde Luca Paccioli -, son tratadas por Matila Ghyka:

- aquello que nos aporta gratificación estética y que imprime emoción en nuestras sensaciones, no se logra con cualquier trazado 'empírico';
- no había azar ni trazados empíricos en el pasado que aún nos asombra. Todo era posible de ser reducido a números ("Teoría de los Números" desde Pitágoras) y en ello hay constantes notables.

Hoy existe una nueva "teoría de los números" a partir de Los Conjuntos de Cantor : éste permite la 'logística' de la lógica matemática, desde la cual y a partir exclusivamente del 'principio de identidad', se reconstruyen nociones aritméticas, algebraicas y de análisis (Peano, Ferge, Russel) y con 'números cantorianos' se llega a cálculos de clases y relaciones, clases de clases, tipos de orden, etc. Desde aquí, mediante las funciones simétricas y los grupos de permutaciones (Klein), al 'isomorfismo' entre 'teoría de las ecuaciones' y a la geometría de los poliedros platónicos .....donde hay razón  $\phi$  y  $\phi^2$  !

La noción de 'grupo' conduce a la Teoría de Grupos (Poincaré) y a la Teoría de Invariantes, desde cuyas perspectivas "*todas las otras teorías pasan a ser 'casos particulares' que satisfacen el Principio de Mínima Acción*": Ley que consagra la 'economía' de la naturaleza, y que no se refiere tanto (o sólo) a economía de acción o de energía, sino a economía de SUSTANCIA.

Esta ley se daría tanto en lo inorgánico como en lo orgánico, con diferencias:

- en lo inorgánico de un modo determinista, y en lo orgánico de un modo probabilístico.
- en lo inorgánico no se dan nunca pentágonos; en lo orgánico las formas pentámeras o de simetrías pentagonales (base  $\phi$ ) son mucho más frecuentes que cubos o prismas exagonales.
- mientras lo inorgánico tiende a la entropía, el mundo orgánico implica 'la inversión de la 2ª ley de la termodinámica !!!.....se agregan fuerzas que contrarrestan la entropía !

Entonces, aquello que comprobamos en una investigación FONDECYT en 1993, que la gratificación visual dependía de la tensión advertida y que el acto de leer estético es un "fenómeno neguentrópico" <sup>1</sup> (o de entropía negativa, que requería de las fuerzas que agrega el observador al decodificar) no andaba errado, y es un fenómeno 'medible' a pesar de lo que 'creen' sin comprobarlo, algunos profesores detractores,

<sup>1</sup> "Visualidad y Neguentropía. Equilibrio Visual"; Letelier, S. y Brugnoli, F. Ed. FAU, Stgo, 1993

El pentágono por ejemplo, que está en la naturaleza viva y no en la inerte, es el polígono que tiene la mayor cantidad de posibilidades de construcciones geométricas y es la figura que tiene la mayor relación con  $\phi$ . Esta particularidad - a que hacían honor los pitagóricos- tiene una explicación en lo que sigue:

Las mayores simetrías se dan en la naturaleza inerte, pero para que se produzca un cambio allí es necesaria la *desimetría*. ( Curie). Es decir, cuando se enfrentan una serie de cuerpos o sustancias y son posibles múltiples reacciones, se producirá más probablemente la que corresponda a la 'mayor caída de energía' (Thompson), caída que necesita un diferencial para producirse. Pero la energía se degrada tendiendo al reposo o equilibrio máximo con el mínimo esfuerzo: de acuerdo a la ley de 'Mínima Acción' o 'acción estacionaria' en la física moderna (Einstein , Hamilton, Weil).

Así, el universo va de los estados menos probables a los más probables. Por ello, tiende a la entropía o al reposo entrópico. Cuando se llega al 'estado estable' la configuraciones son geometrías en que se dan:

- equipartición de la energía (ley)
- energía potencial por superficie mínima
- repartición homogénea o simetría.

Combinando estas leyes con las de la partición homogénea del espacio, que son:

- "sólo llenan el espacio el cubo, el prisma regular exagonal y el paralelogramo de Kelvin."
- "a medida que se tiende a la esfera..., se tiene:

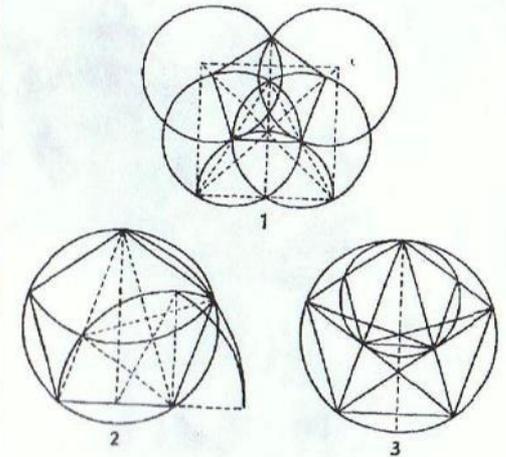
- > volumen x superficie
- < superficie x volumen
- > simetría
- > equipartición de energía superf.
- < tensión superficial
- > entropía y equilibrio.

La ley de Mínima Acción busca esta eficiencia. Los cristales (inorgánicos) obedecen a ella, en redes cúbicas y exagonales, pero nunca un pentágono, el cual en uno de sus ejes es asimétrico.

Entonces, en el mundo vivo y de cambios armoniosos, la Mínima Acción no es un dogma.

Porque el mundo vivo se ha ido complejizando con 3 principios:

- crecimiento (o desarrollo)
- reproducción (regulada por una ley de economía, no de acción sino de sustancia)
- oponerse a la gravedad (sólo posible con economía de materia)



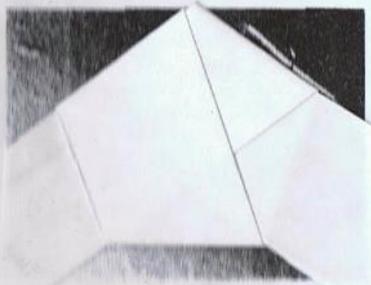
Tres construcciones del pentágono regular

De aquí que en lo orgánico, en lo vivo, la ley de Mínima Acción se transforma en:

**“EL MENOR ESFUERZO COMPATIBLE CON UN FIN”** ( lo vivo tiene propósito!)

Comparando algunas características de ambos crecimientos, orgánico e inorgánico:

- Los cristales crecen por aglutinación, sin una forma ni dirección final predeterminada; en tanto el organismo vivo crece por expansión o multiplicación, pero mantiene su forma.
- En los entes inorgánicos, sus elementos permanecen inalterables; en los orgánicos, sus elementos se sustituyen o renuevan (por eliminación, combustión)
- Los cristales tienen varios ejes de simetría; los organismos vivos, en cambio:
  - tienen 1 eje predominante, en el sentido del crecimiento o del movimiento;
  - son muy asimétricos respecto del eje perpendicular en el punto medio;
  - crecen por su extremo o por su borde.



“Si con una cinta cualquiera hacemos un nudo simple y lo aplastamos, obtenemos también un pentágono aureo...” (Prof. Ricardo Alegría)  
Es otro artificio inerte, que logrado por la espontaneidad humana tiene todas las propiedades de la magia.

Pero la **arquitectura es un artificio ( inerte) paradójico:**

- Es inerte, pero producto de una mente humana que, como tal, busca la armonía de lo vivo.
- Es inerte, pero debe oponerse a la gravedad, con el más eficiente uso de la sustancia.
- Es inerte, pero busca una gratificación estética en una lectura neguentrópica \*.

No es de extrañar entonces que lo más perdurable en memoria colectiva de la humanidad, aquello que ha llamado a la mayor reflexión y contemplación ( la Gran Pirámide, el Parthenón, las catedrales góticas, la obra de Miguel Angel, Palladio y lo espacialmente notable en el barroco) esté en resonancia con las pulsaciones del número  $\phi$ , el cual permanece de alguna manera en nuestro subconsciente.

**“Todo método es ritmo: suprimid el ritmo del Universo y suprimiréis el Universo.”** (Novalis)

**“ La ley de los números gobierna, pues, los sentimientos y las imágenes; lo que se ha juzgado como exterior es, en verdad, interior.”** (Flaubert)

\* Letellier y Brugnoti, Op. Cit.

**BIBLIOGRAFIA**

- Matila C. Ghyka: "Estética de las proporciones en la Naturaleza y en las Artes".  
Ed. Poseidón , Buenos Aires, 1977
- Sir Thomas Cook: "The curves of lives"  
Constable & Comp. Ed.,
- D'Arcy Thompson: "On growth and form"  
Cambridge University Press.
- S.Letelier y F. Brugnoli: "Visualidad y Neguentropía. Equilibrio Visual"  
Ed. FAU, Universidad de Chile, Stgo, 1993
- Comp /Editor John Cronwell "La Imaginación de la Naturaleza",  
Ed. Universitaria, Santiago 1994