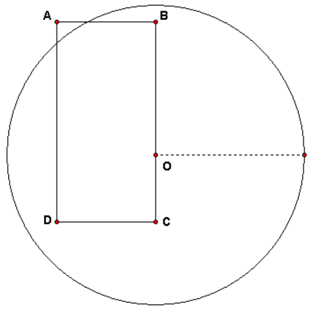
GUIA DE EJERCICIOS PROPUESTOS Y RESUELTOS.

EJERCICIOS PROPUESTOS.

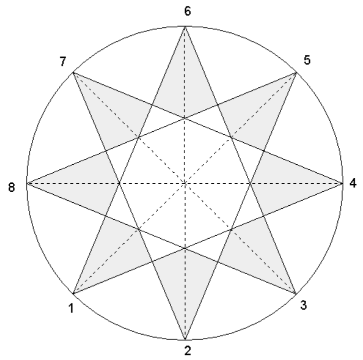
1. Dada una circunferencia de radio igual a 2,5 cm inscrita en un hexágono estrellado falso de dos en dos, se pide:
a.- Determinar la figura que se forma al unir correlativamente los polos de los lados del hexágono dado con respecto a la circunferencia de inversión que circunscribe al hexágono dado.

2.- Dado un rectángulo ABCD de lado AB igual a 3cm y lado BC 6 cm, se pide:

a.-Determinar la forma que se genera al unir correlativamente los polos de las rectas AB, BC CD y DA, con respecto a la circunferencia de inversión de radio igual a 4,5 cm. y centro en el punto tercio del lado BC.

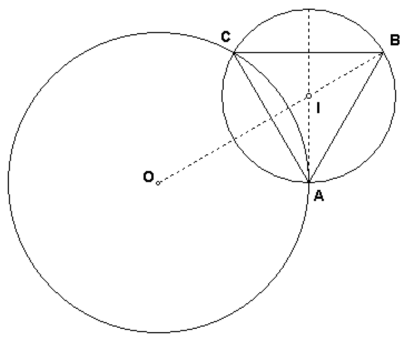


3.- Dado un octógono estrellado de tres en tres inscrito en una circunferencia de radio 5 cm. y una circunferencia de inversión de igual radio, se pide:
a.- Determinar el inverso del octógono dado y las áreas destacadas en color, con respecto a la circunferencia de inversión con centro en uno de sus vértices.
b.- Determinar la polar de la circunferencia que inscribe al polígono e identificar la forma que se genera.



4.- Dado un triángulo equilátero ABC de lado 4 cm. inscrito en una circunferencia de centro I y una circunferencia de inversión de centro O y radio 4 cm. ubicada en la posición que se indica con respecto al triángulo dado, se pide:
a.- Determinar la transformación T del triángulo y de la circunferencia de centro I de acuerdo al siguiente producto.
T= T4T3T2T1 si T1= T(BA) ; T2= T(Ii, 60ª) ;
T3= H(O, -0,5);T4= T(3BiCi)
i= Corresponde a la última posición de la transformación.
O= centro de la circunferencia de inversión.

b. Determine el perímetro y área inversa de los triángulos A1B1C1 y A2B2C2, con respecto a la circunferencia de inversión dada.
c.- Determine la polar de la circunferencia de centro I3 con respecto a la circunferencia de inversión dada.



5.- Dado un pentágono regular de lado igual a 4 cm. y una circunferencia de inversión de radio 5 cm. y concéntrica a la circunferencia que inscribe al polígono dado, se pide:
Determinar la forma original y su inversa circular de dicha forma si los vértices del polígono dado son los polos de los lados de la forma original.

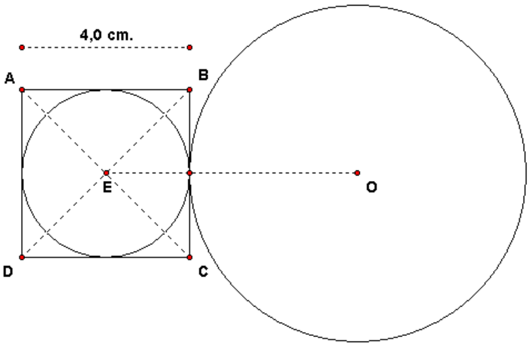
EJERCICIOS RESUELTOS.

Ejercicio Nº 1.

Dado un cuadrado de lado igual a 4 cm. y una circunferencia inscrita en él, se pide:

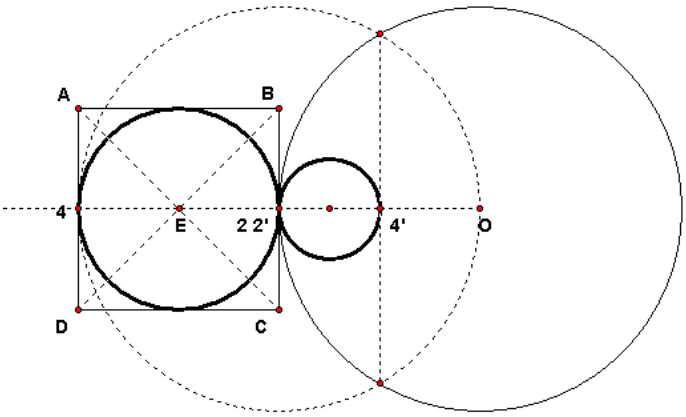
a.- Determinar la inversión circular de las formas dadas con respecto a una circunferencia de inversión de centro O y radio 4 cm. y tangente al lado BC en su punto medio.

b.- Defina la figura que se forma al interceptarse las polares de los cuatro vértices del polígono dado

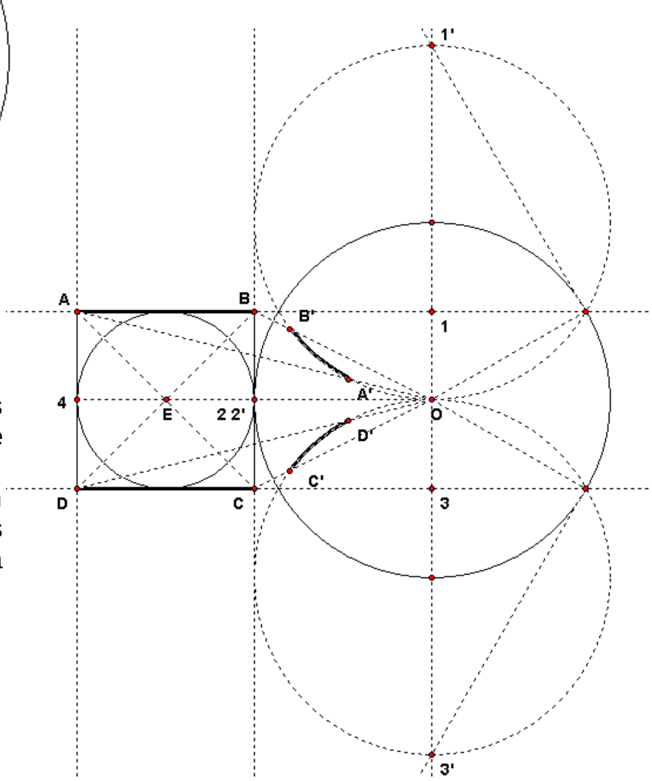


Procedimiento.
Paso 1.

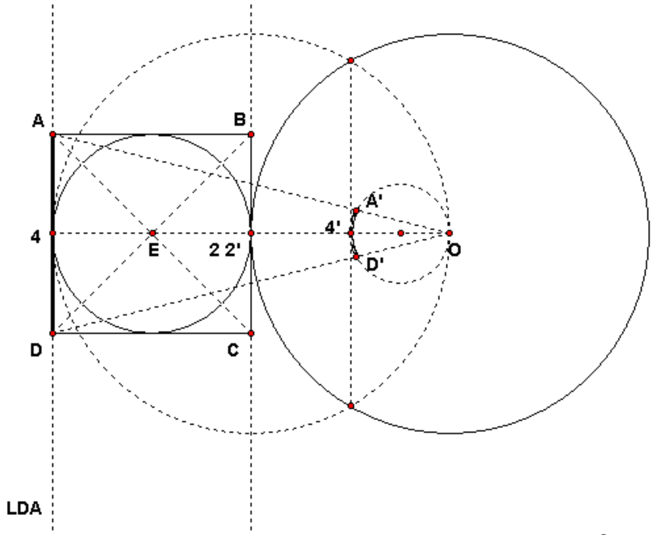
De acuerdo a los datos dados tenemos que:
a.-
La inversa de la circunferencia de centro E y radio 2 cm. que no pasa por el centro de inversión y no es concéntrica tendrá como inversa una circunferencia no concéntrica y que no pasa por el centro de inversión.
Para determinarla se unen los centros O y E, se determinan los puntos diámetros 2 y 4, se invierten los punto 2 y 4 y los puntos 2' y 4' corresponden al diámetro de la circunferencia inversa de la circunferencia de centro E y radio 2 cm. con respecto a la circunferencia de inversión dada.



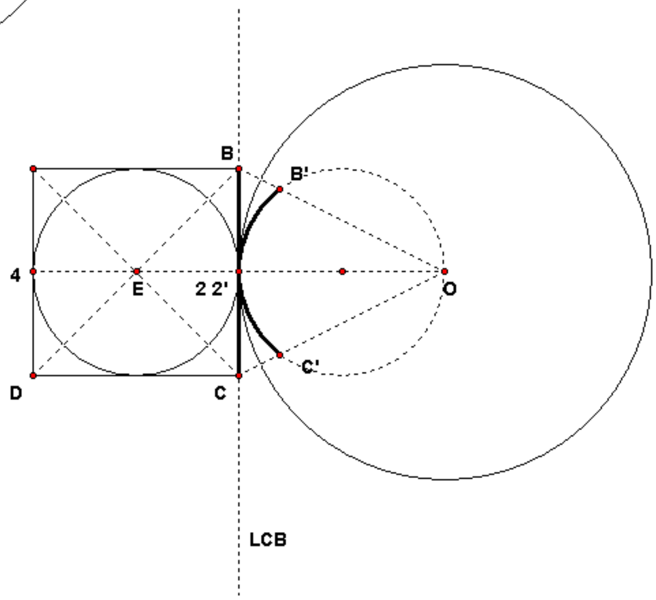
Paso 2.-
Para definir los lados del cuadrado o como unir los inversos de los vértices del cuadrado se contiene cada uno de los lados del cuadrado en una recta.
En el caso de las rectas LAB y LDC que son secantes a la circunferencia de inversión sus inversas serán circunferencias secantes a la circunferencia de inversión.



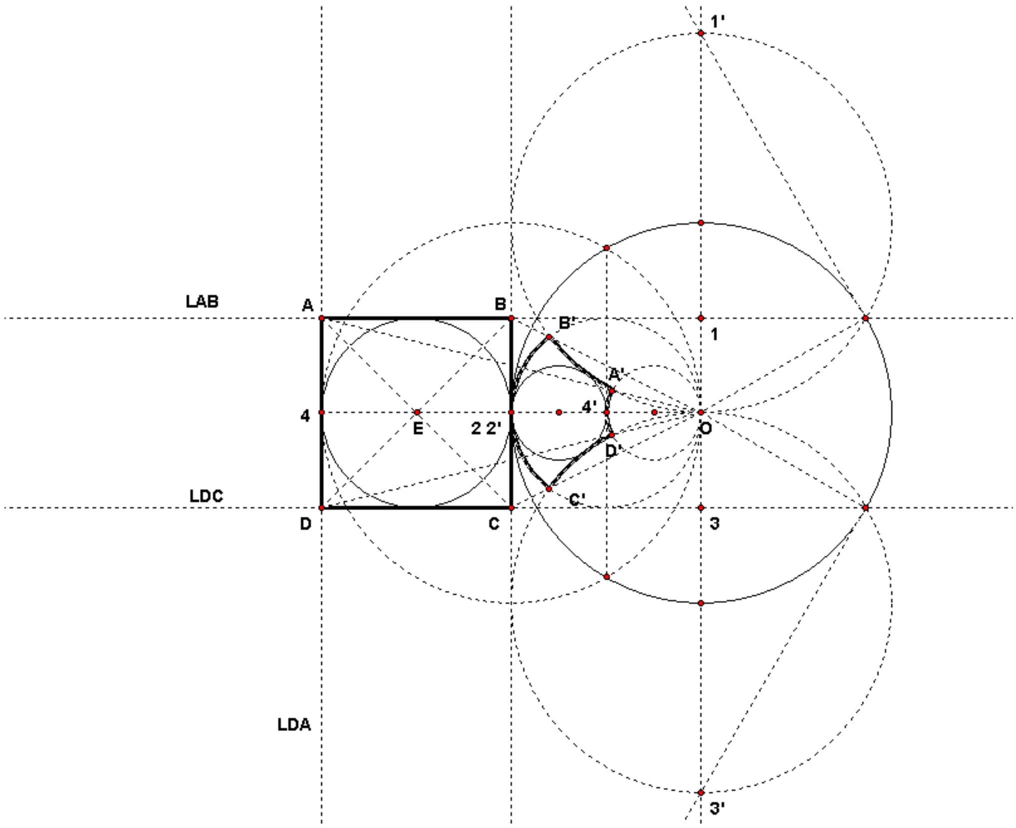
Paso 3.-
Como la recta LDA es exterior a la circunferencia de inversión su inversa será una circunferencia interior a la circunferencia de inversión que pasa por el centro de inversión.



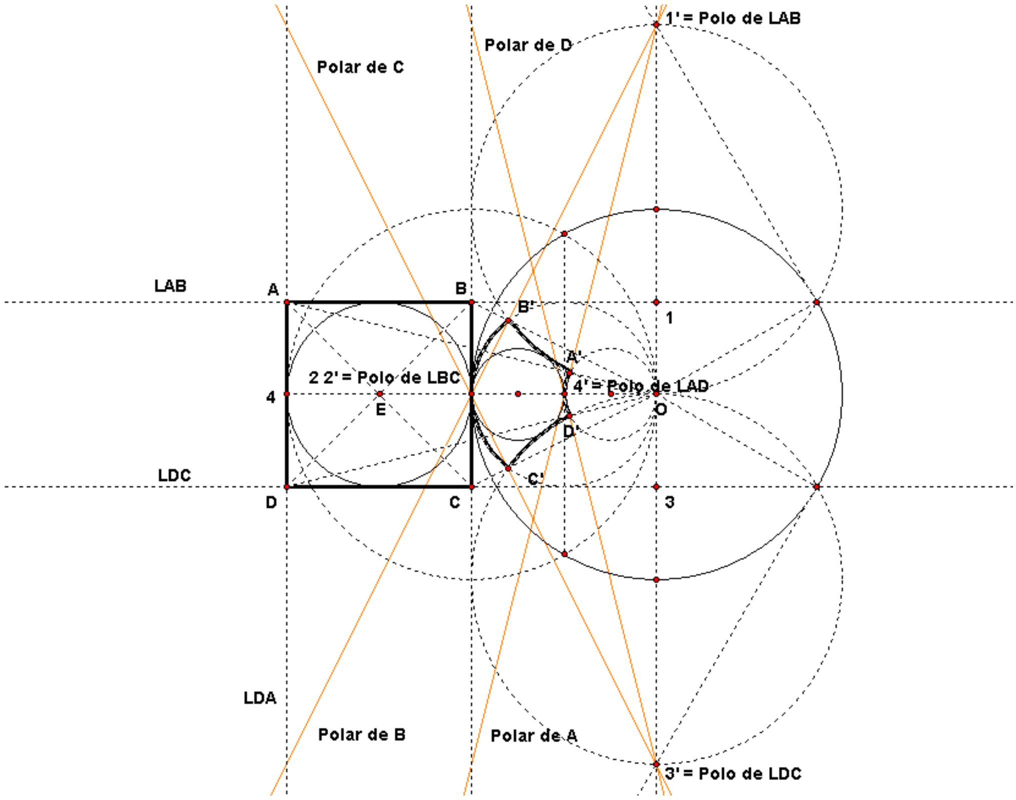
Paso 4.
Como la recta LBC es tangente a la circunferencia de inversión su inversa será una circunferencia tangente interior a la circunferencia de inversión que pasa por el centro de inversión.



Paso 5.
Perímetro inverso del cuadrado ABCD y de su circunferencia inscrita con respecto a la circunferencia de inversión dada

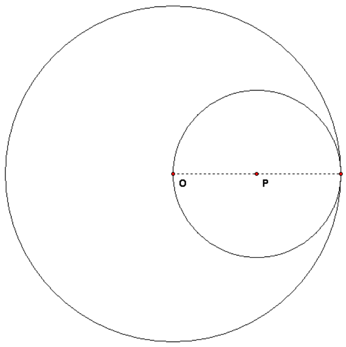


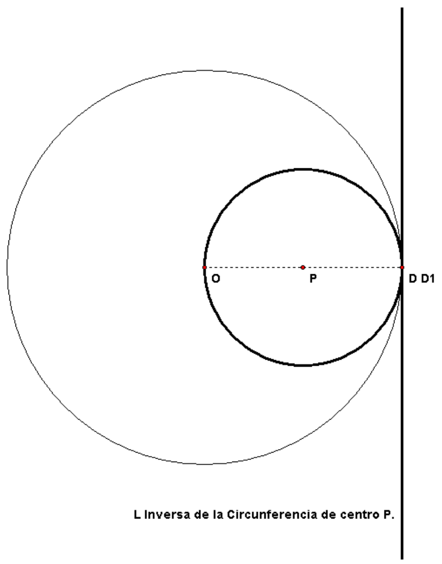
b.- Para definir la figura que forman la intersección de las polares de los vértices A, B, C y D, se invierte cada uno de estos puntos con respecto a la circunferencia de inversión dada, obteniendo A1, B1, C1 y D1 y luego se traza por cada punto inverso una recta perpendicular a la recta definida por el centro del inversión y el punto que dio origen al inverso, obteniendo la Polar de A, la Polar de B, la Polar de C y la Polar de D.



Ejercicio Nº 2

Defina la polar de una circunferencia de centro P y radio 3cm. que es tangente interior a una circunferencia de inversión de centro O y radio 6 cm. Identifique la cónica que se genera con las polares de todos los puntos de la circunferencia de centro P.

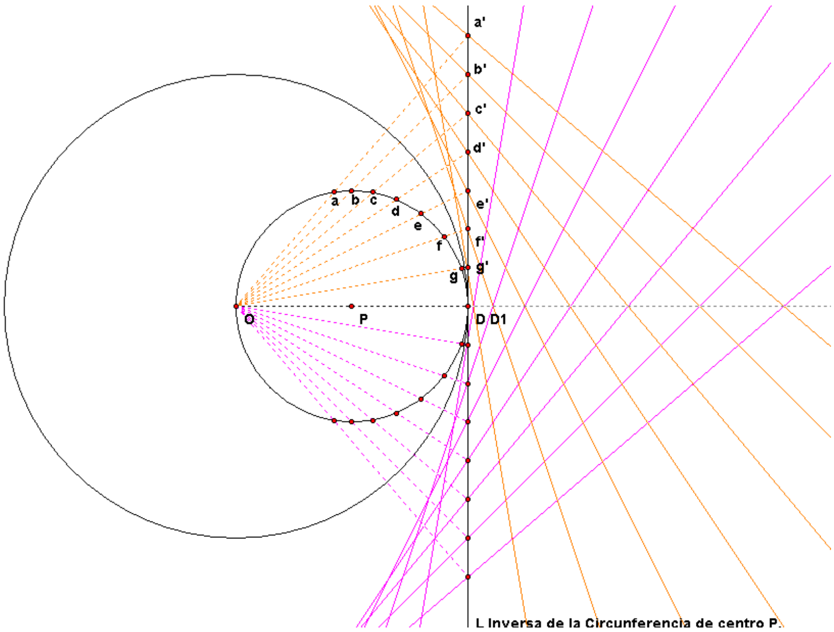




Procedimiento.
Paso 1.-
Se debe invertir la circunferencia de centro P con respecto a la circunferencia de centro O, ahora como la circunferencia a invertir contiene al centro de inversión su inversa debe ser una recta que no pasa por el centro de inversión.

El procedimiento para determinar la recta consiste en unir los centros P y O para determinar el punto diámetro D de la circunferencia a invertir.
Luego se invierte dicho punto diámetro D y finalmente por el inverso del punto D se traza una perpendicular a OD que será la inversa de la circunferencia de centro P.

Paso 2.-
Se definen puntos en la circunferencia que tendrán sus inversos en la recta L y luego por cada punto inverso se traza una recta perpendicular al trazo definido por el punto inverso y el centro de inversión.
Se generan infinitas rectas que dan origen a rectas tangentes a una parábola.



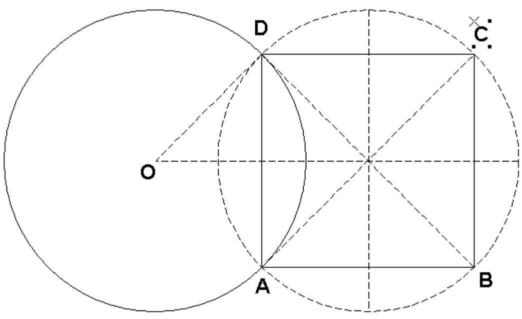
Ejercicio Nº 3.

Dado un cuadrado ABCD inscrito en una circunferencia de radio 5 cm., y una circunferencia de inversión con centro en O y de radio 5 cm., ubicados en la posición que se indica, se pide:

a.- Determinar la Transformación T = T2 T1

Si T1= H (A, -0,5) ; T2= T(CiAi/ 2)

i = subíndice de la última transformación realizada.



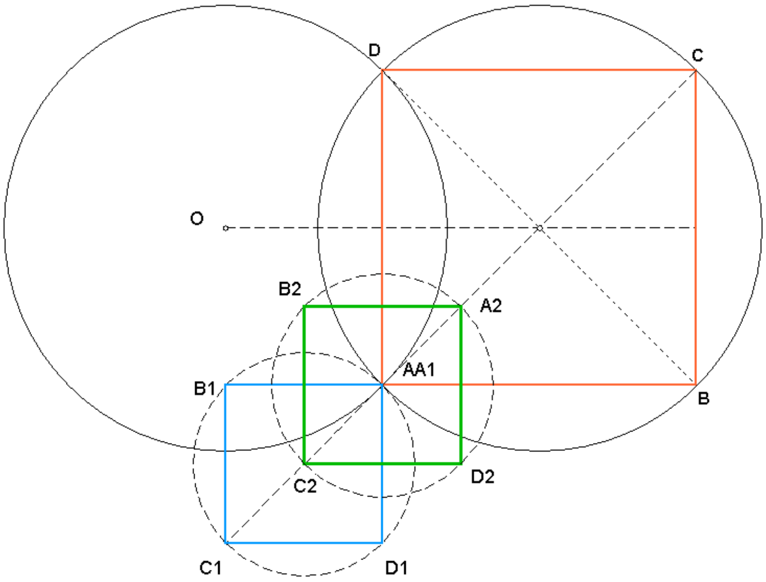
b.- Determinar el perímetro inverso del cuadrado dado y de los cuadrados A1B1C1D1 y A2B2C2D2, obtenidos de las transformaciones T1 y T2, con respecto a la circunferencia dada y el área inversa de la intersección de los cuadrados obtenida en el item a.

c.- Determinar la inversión polar y los polos de las rectas que contienen a los puntos AC y AD.

Procedimiento.

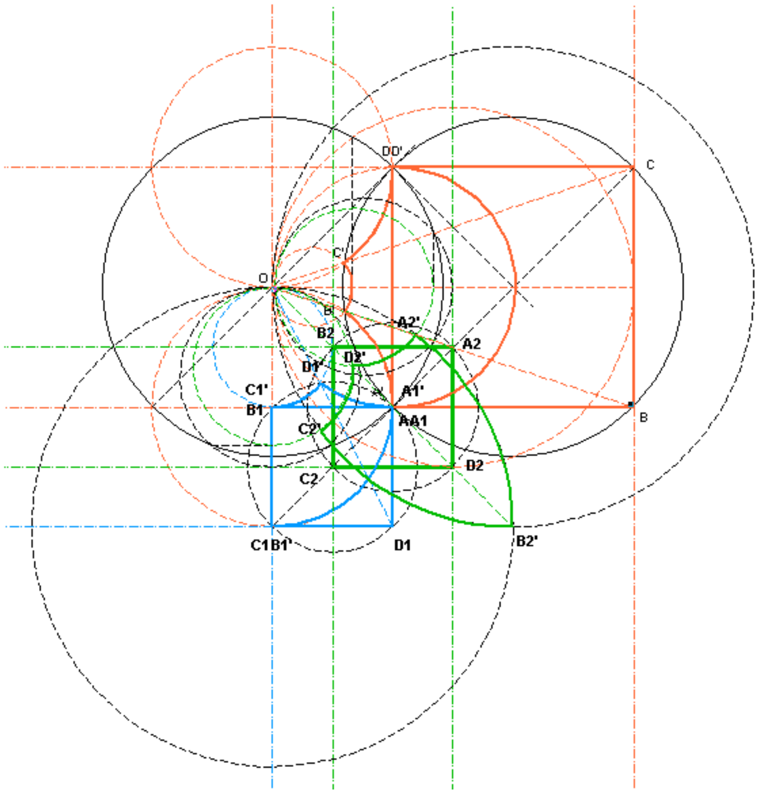
Paso 1.-

Se determina la Transformación T, Al cuadrado dado ABCD se le aplica la transformación T1 (homotecia inversa con una razón K menor que 1 lo que implica que se reduce la forma) y a su resultado se aplica T2 que es una traslación.

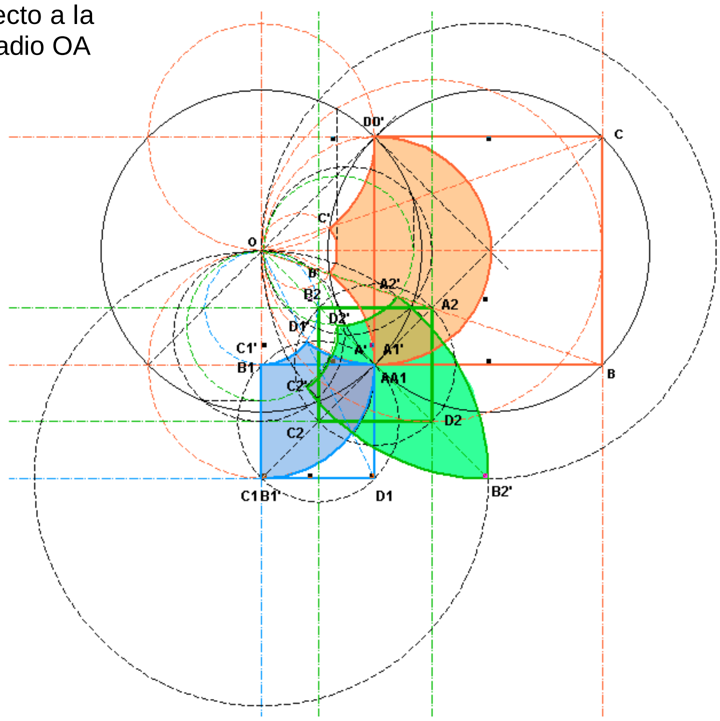


Paso 2.-

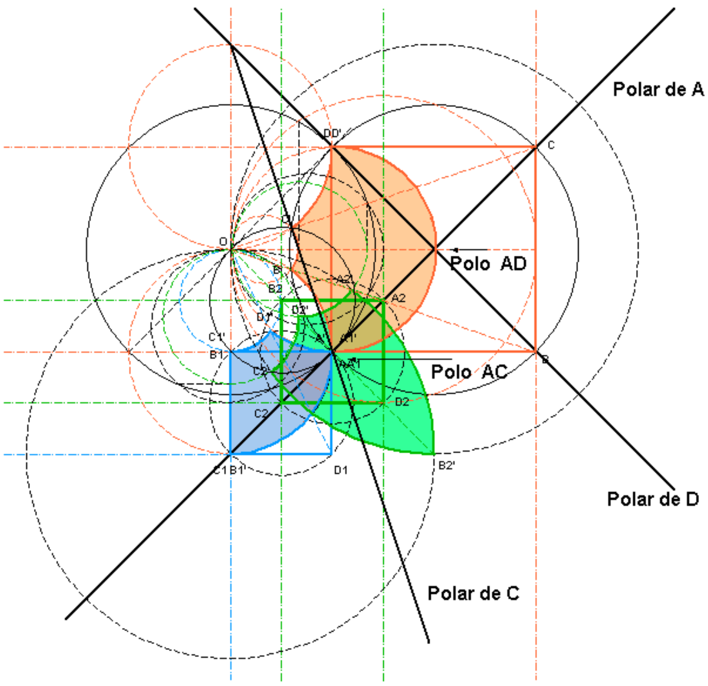
Se determina el perímetro inverso de los cuadrados ABCD, A1B1C1D1 y A2B2C2D2 con respecto a la circunferencia de inversión de centro O y radio OA



Paso 3.-
Se determina el área inverso de los cuadrados ABCD, A1B1C1D1 y A2B2C2D2 con respecto a la circunferencia de inversión de centro O y radio OA



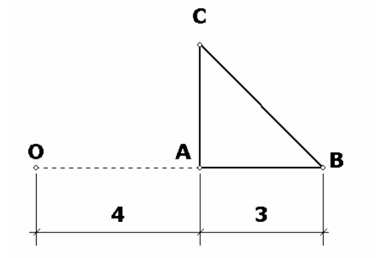
Paso 4.-
Se determina la polar de los puntos A, C y D y luego la intersección de las polar de A con la polar de C se obtiene el Polo AC y de la intersección de la polar de A con la Polar de D se obtiene el polo AD con respecto a la circunferencia de inversión de centro O y radio OA



Ejercicio Nº 4.

Dado un triángulo Isósceles ABC rectángulo en A de lado AB igual a 3 cm, se pide:
a. Determinar la siguiente transformación:

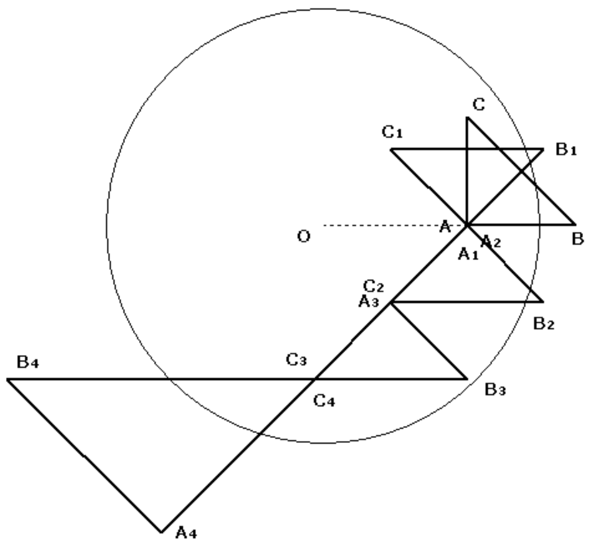
$T = T_4\,T_3\,T_2\,T_1 \quad T_1 = R\,(A, 45º) \quad T_2 = R\,(AB)$
$T_3 = T(\,A_iC_i\,)$; $T_4 = H\,(C_i, -2\,)$
i= corresponde al subíndice de la última transformación.



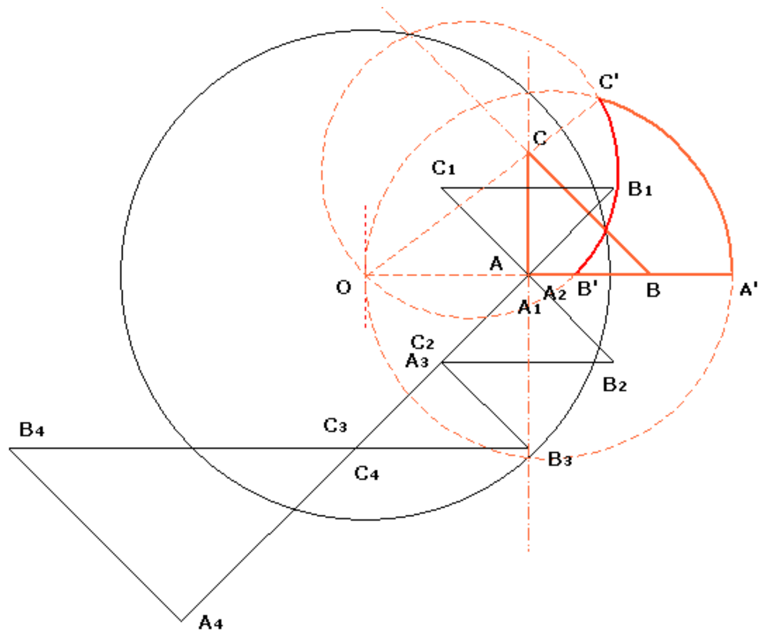
b.- Determinar el perímetro inverso de los triángulos ABC y A1B1C1 y el área inversa de su intersección, con respecto a una circunferencia de inversión de centro O y radio 6cm.

c.- Determine la polar y el polo de la recta L que contiene a los puntos B1C1.
Determine la polar de todos los puntos contenidos en L que pasa por A1B1, obtenidos en el ítem a.

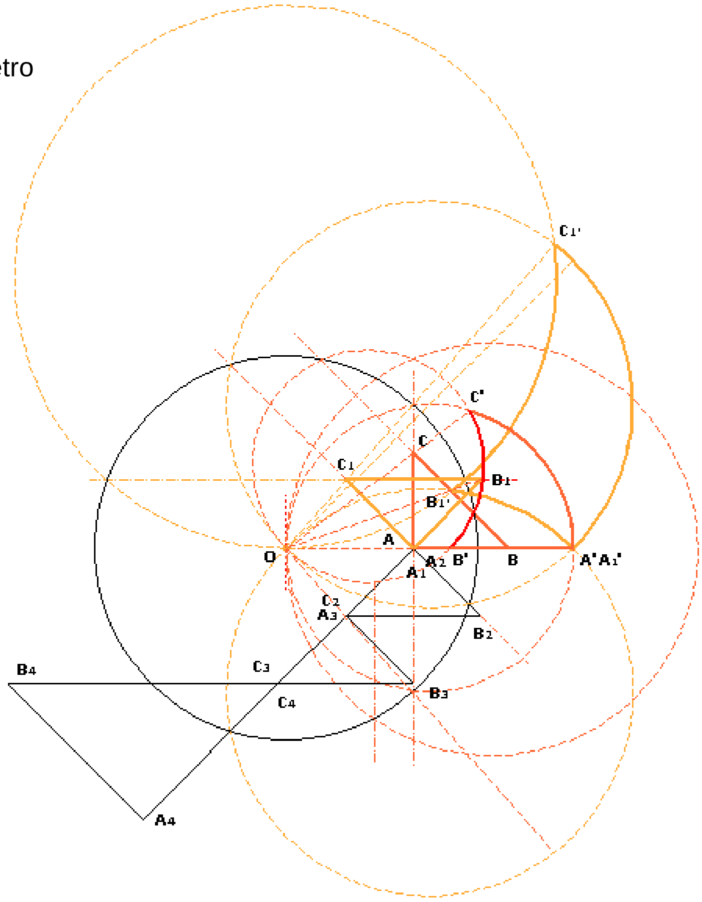
Resolución.
Paso 1.-
Construir la transformación T.



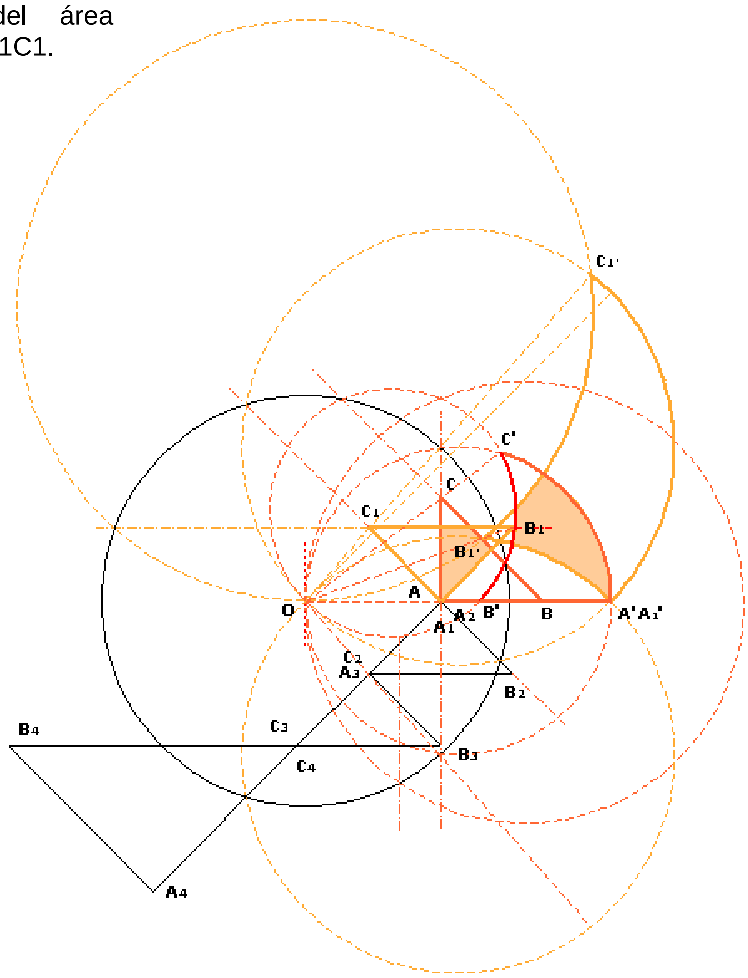
Paso 2.-
Determinar la inversión circular del perímetro del triángulo ABC.



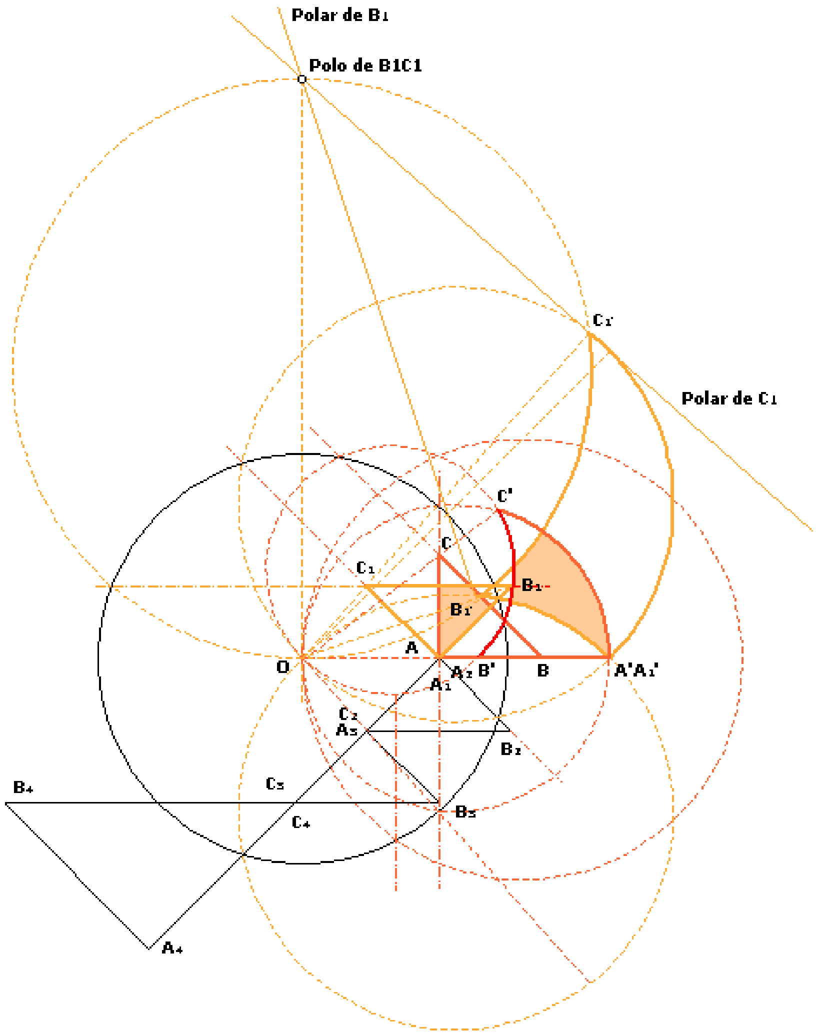
Paso 3.-
Se determina la inversión circular del perímetro del triángulo A1B1C1.



Paso 4.-
Determinar la inversión circular del área intersección de los triángulos ABC y A1B1C1.



Paso 5.-
Determinar la polar y el polo de la recta B1C1.

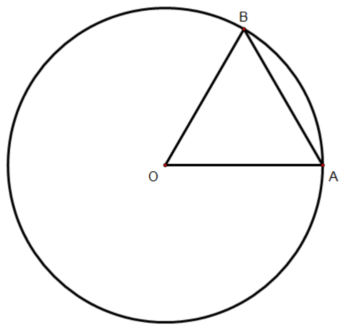


Ejercicio Nº 5.

Dado un triángulo equilátero OAB rectángulo en de lado igual a 5 cm y una circunferencia de inversión de centro O y radio 5 cm. Ubicados en la posición que se indica, se pide:

a. Determinar la siguiente transformación:

$T = T_4\, T_3\, T_2\, T_1$ T_1= R (AB/2 OA/2) T_2= T (BiOi/2)
 T_3= H (Oi, -2)
i= corresponde al subíndice de la última transformación.

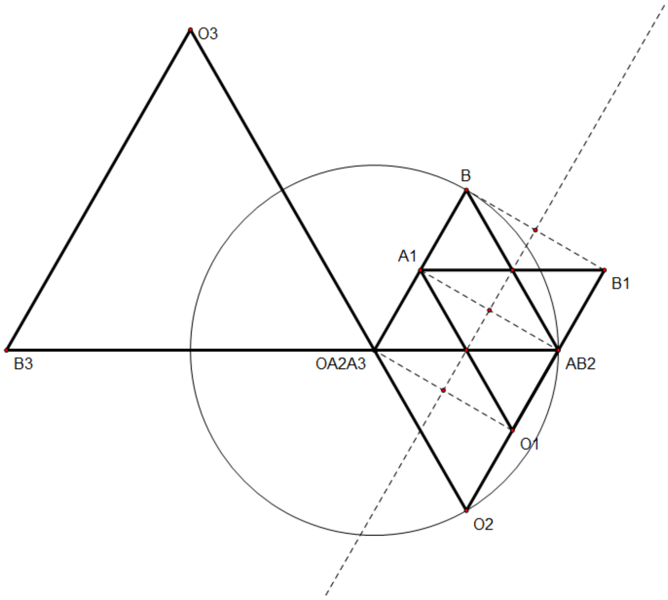


b.- Determinar el perímetro y área inversa de los triángulos O1A1B1 y O2A2B2, con respecto a la circunferencia de inversión dada.

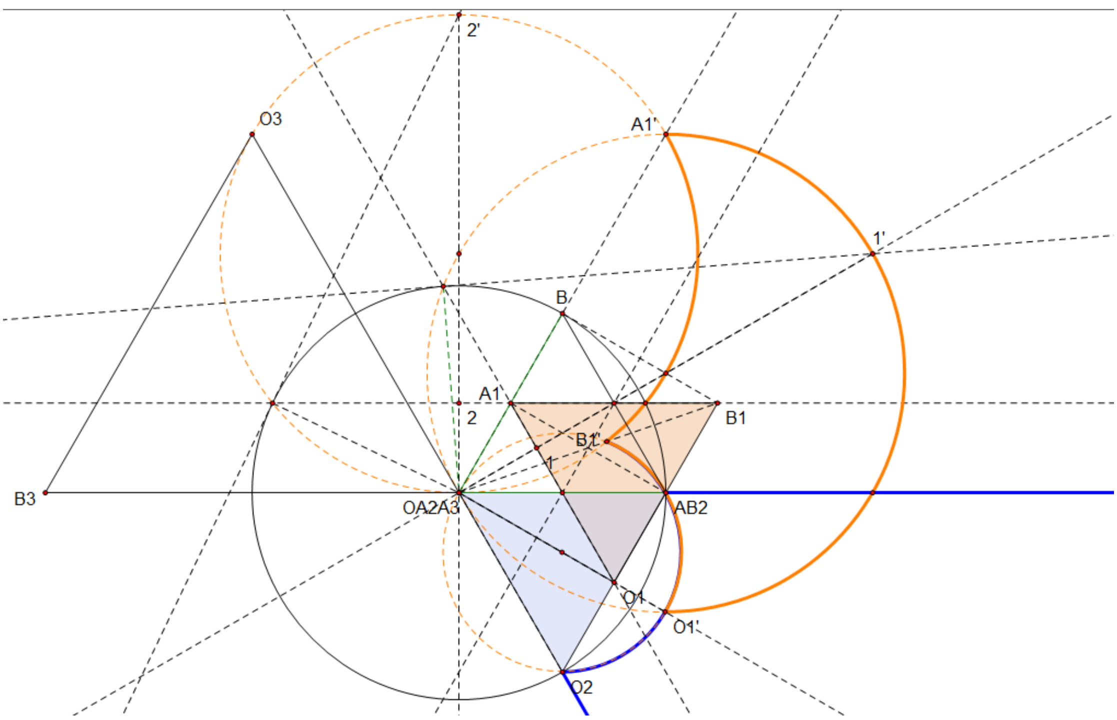
c.- Determinar las polares de los segmentos que definen el triángulo O1A1B1, con respecto a la circunferencia de inversión dada.

4.- Determinar la forma que se genera producto de unir en forma correlativa los polos del perímetro del triángulo O1A1B1.

Resolución.
Paso 1.-
Construir la transformación T.

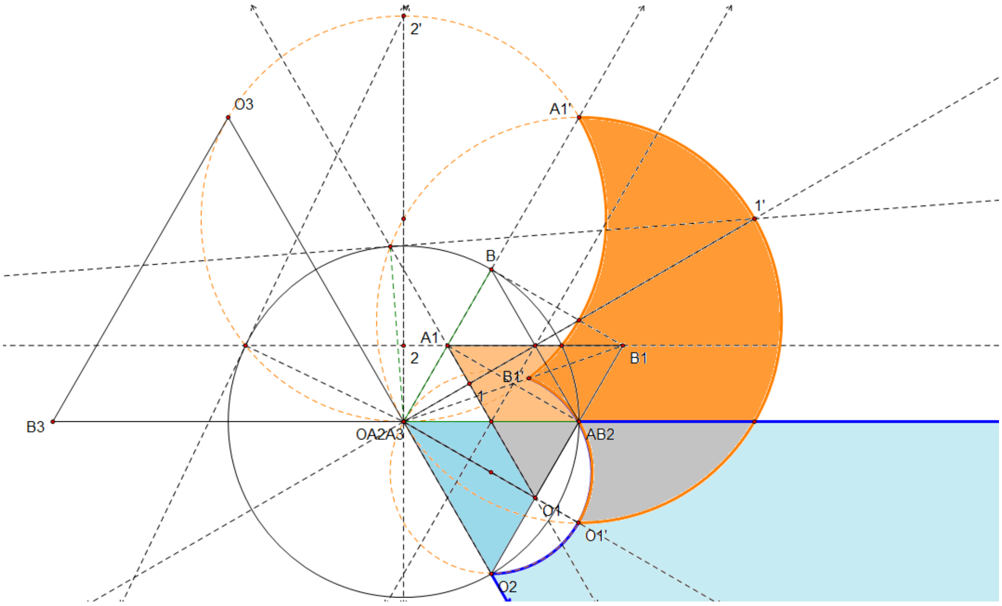


Paso 2.-
Determinar la inversión circular del perímetro de los triángulos O1A1B1 y O2A2B2.



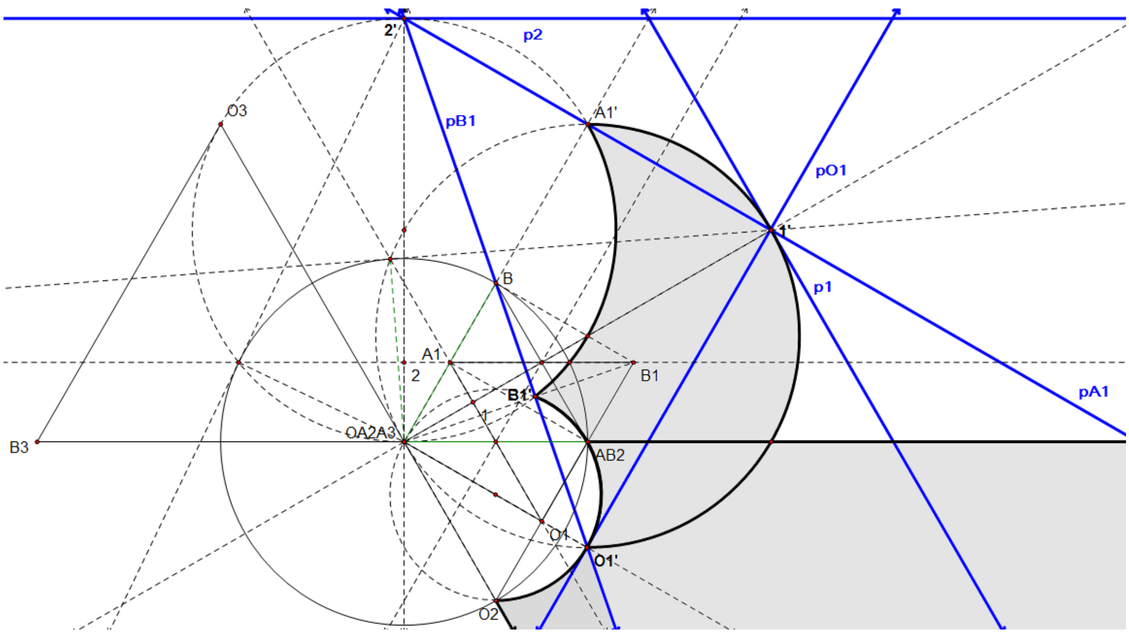
Paso 4.-

Determinar la inversión circular del área inversa de los triángulos O1A1B1 y O2A2B2



Paso 5.-

Determinar la polar de los segmentos que definen el triángulo O1A1B1.



Paso 6.-
Determinar la nueva forma que se genera producto de unir en forma correlativa los polos de los segmentos que definen el triángulo O1A1B1.