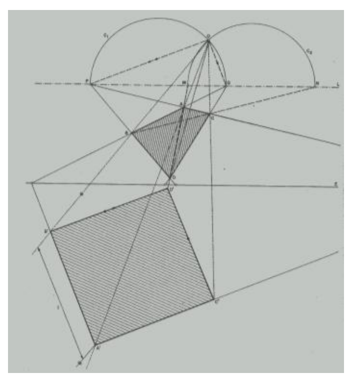
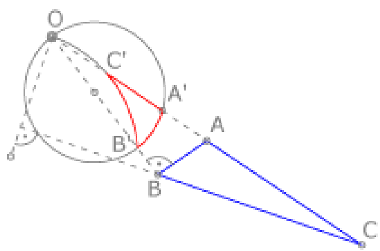
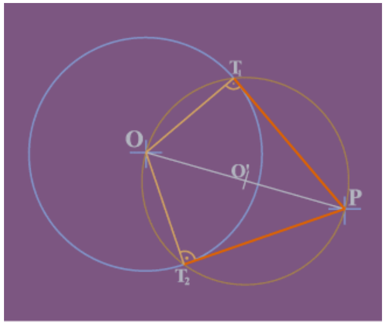
Transformación INVERSIÓN.

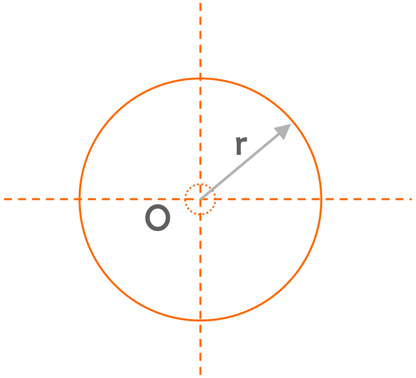


- Transformación inserta dentro del grupo de transformaciones Anamórficas.
- Transformaciones que no conservan la forma.

Transformación INVERSIÓN.







- Transformación basada en la proporcionalidad inversa.

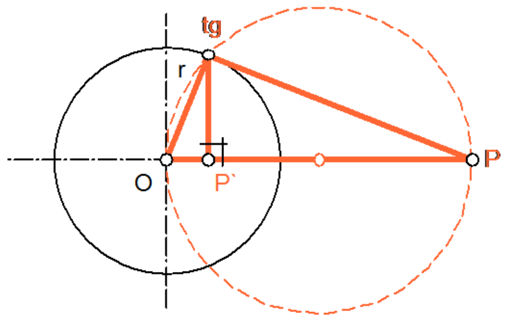
- Esta transformación nos permitirá analizar casos de tangencia y generación de nuevas formas.

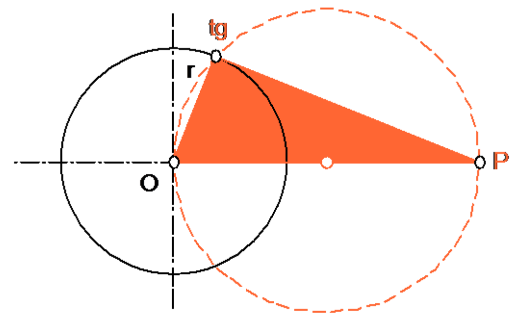
- Para definir la Transformación de Inversión se requiere una circunferencia, que llamaremos circunferencia de inversión de centro O y radio r.

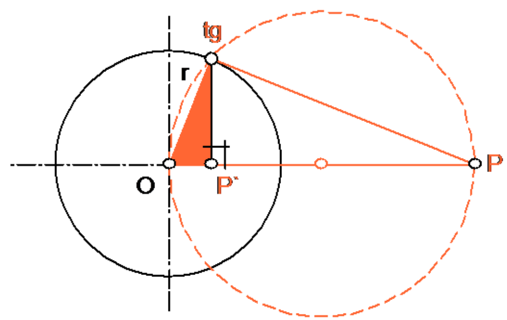
- El punto O es el centro de inversión, r es el radio de inversión y r^2 es la potencia de inversión.

- Sobre esta circunferencia se invertirán puntos y a través de ellos curvas

Transformación INVERSIÓN.







- Potencia.

OP/ r = r /OP`   $(OP)(OP`) = r^2$

OP/ tg = tg /PP`   $(OP)(PP`) = tg^2$

$r^2 + tg^2 = OP\,(OP` + PP`)$

$r^2 + tg^2 = OP^2$

- Definición de **Inversión.**

- Si el punto a invertir P no es el centro de inversión O, con respecto a la circunferencia de centro O y radio r, el inverso de P con respecto a la circunferencia inversión es el punto P`, que está en OP, de modo que:

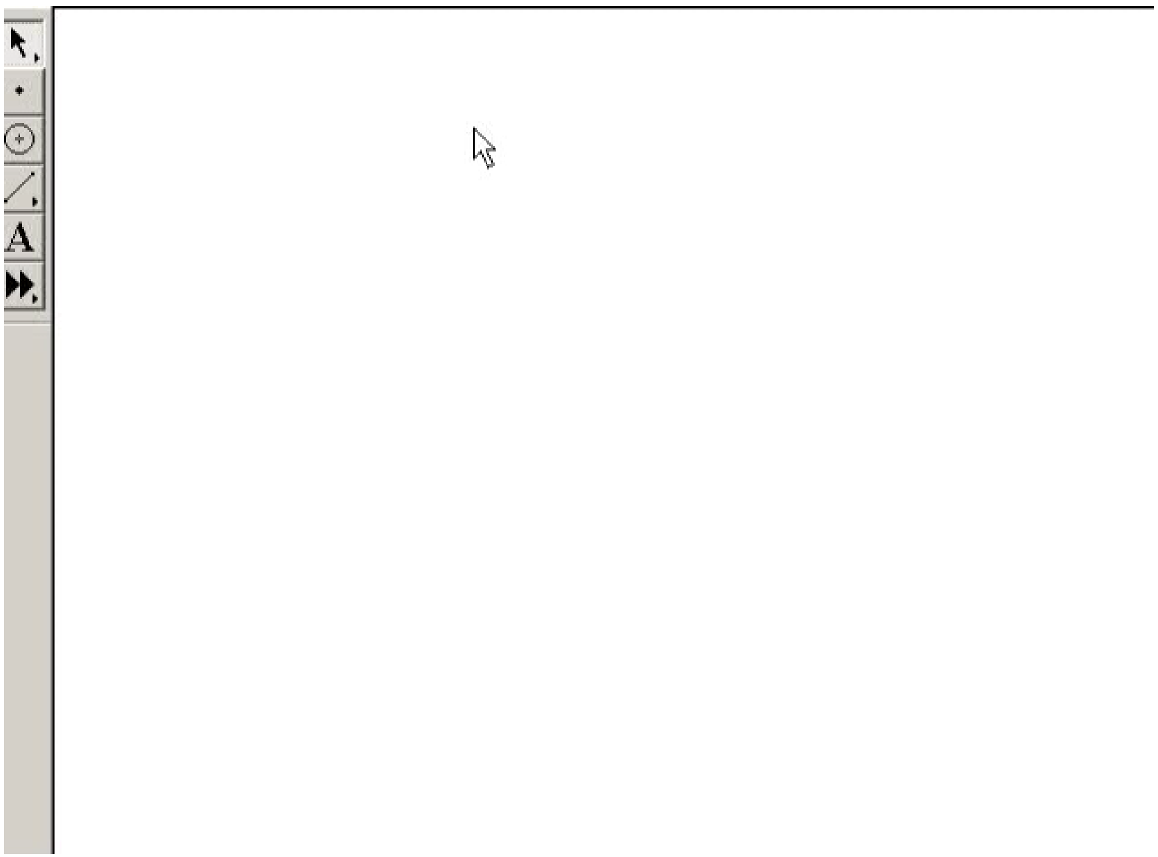
- $(OP)(OP`) = R^2$.

- En todo triángulo rectángulo, cada cateto es media proporcional geométrica entre su proyección y la hipotenusa y la hipotenusa completa.

- Se representa la Inversión con centro en O y potencia K.

- $I(O, K) = I(O, r^2)$

INVERSIÓN.



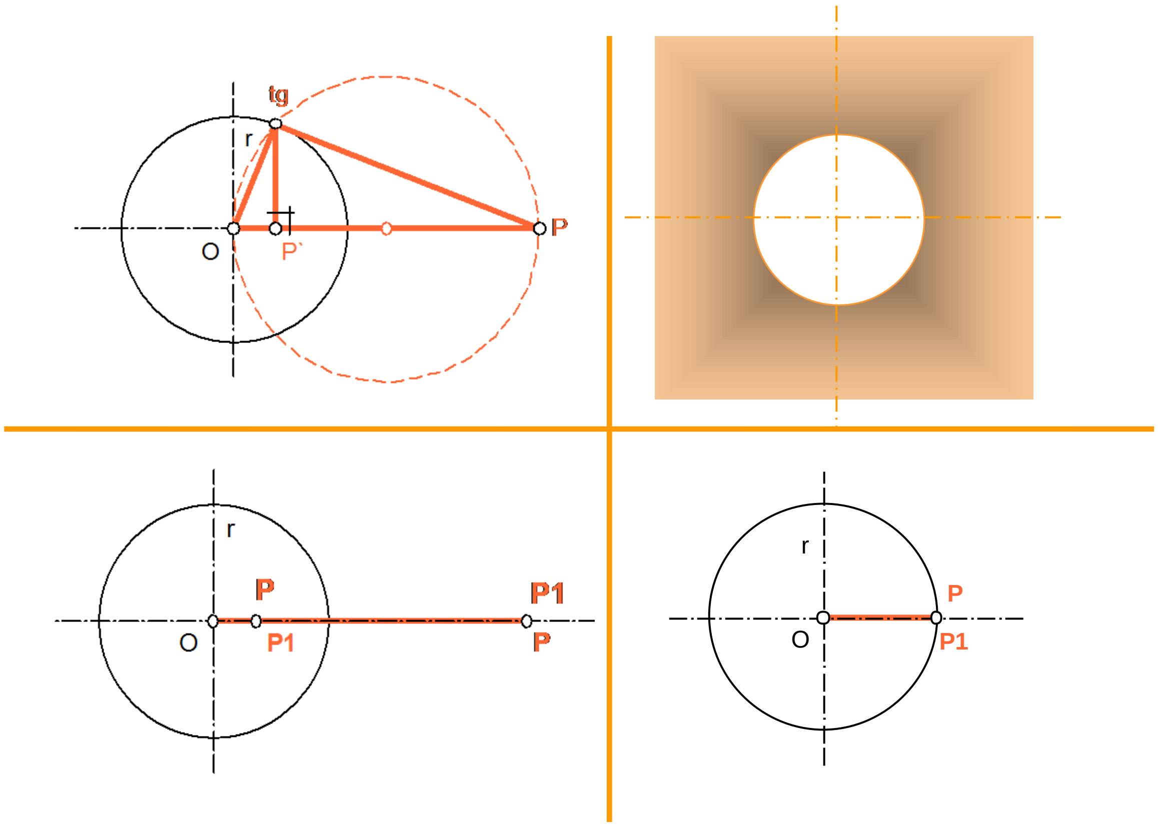
- A cada punto P del plano distinto de O le corresponde un punto inverso único P1.

- Si P1 es inverso de P, entonces P es el inverso de P1.

- La inversión será entonces una transformación del conjunto S sobre si mismo. S está definido por todos los puntos del plano ordinario más un único punto ideal o del infinito Z, inverso del punto O, centro de la circunferencia de inversión.

- El plano S aumentado con el punto Z se llama plano inversivo.

INVERSIÓN.

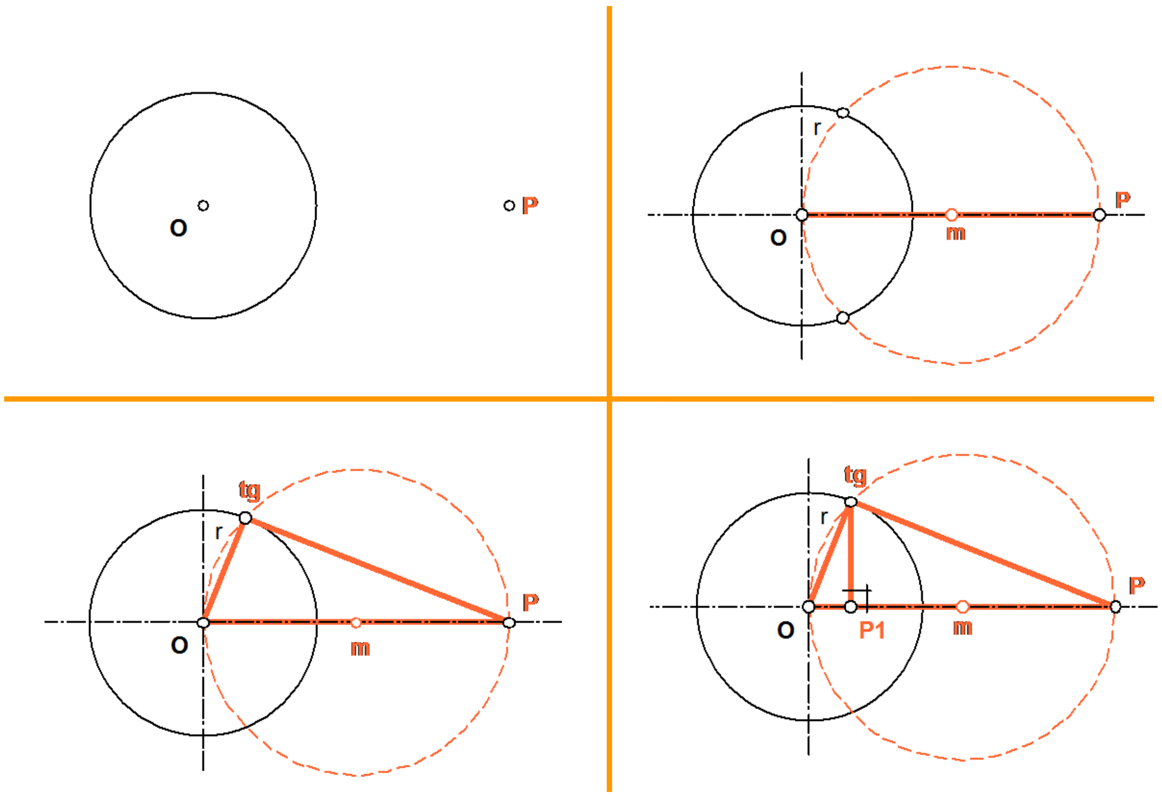


- La inversión es una transformación del plano involutivo sobre sí mismo que mapea:

- El exterior de la circunferencia se invierte en el interior de la misma y viceversa.

- Cada punto de la circunferencia de inversión se invierte sobre sí misma.

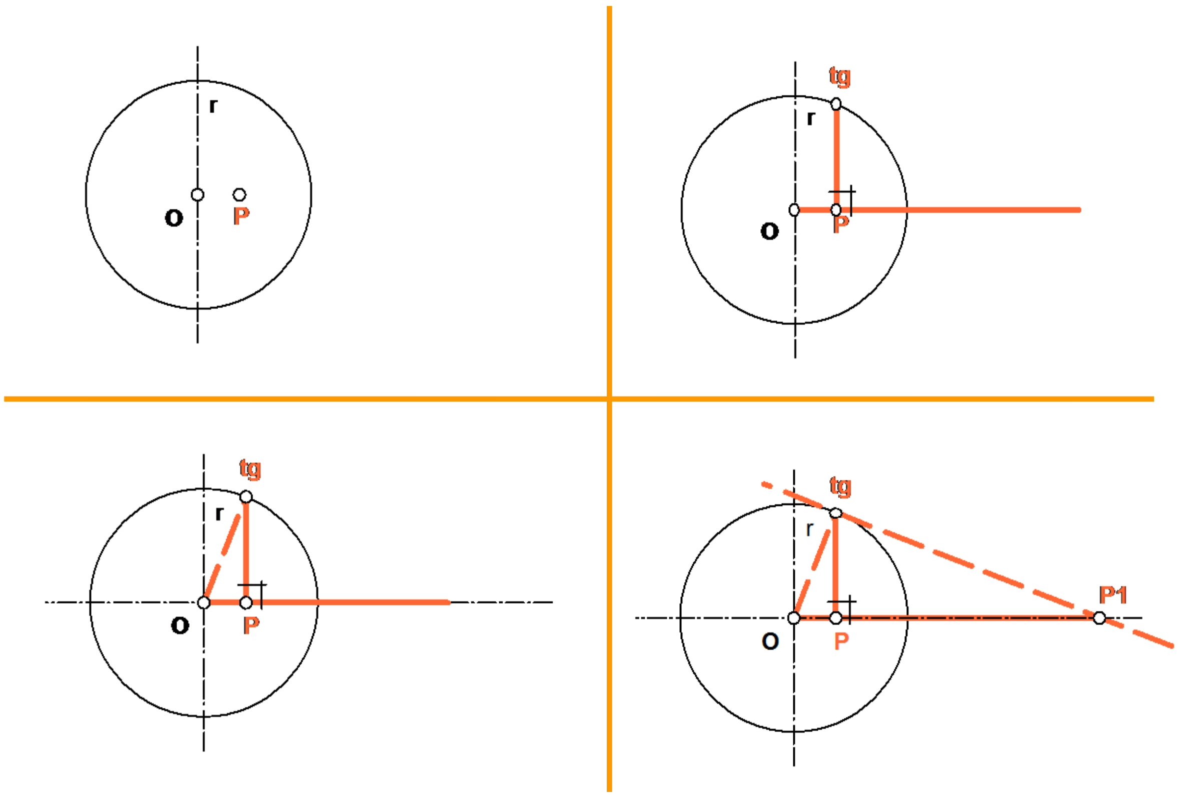
PUNTOS INVERSOS.



- 1.- **Punto que pertenece** a la Circunferencia de Inversión, se invierte en si mismo.

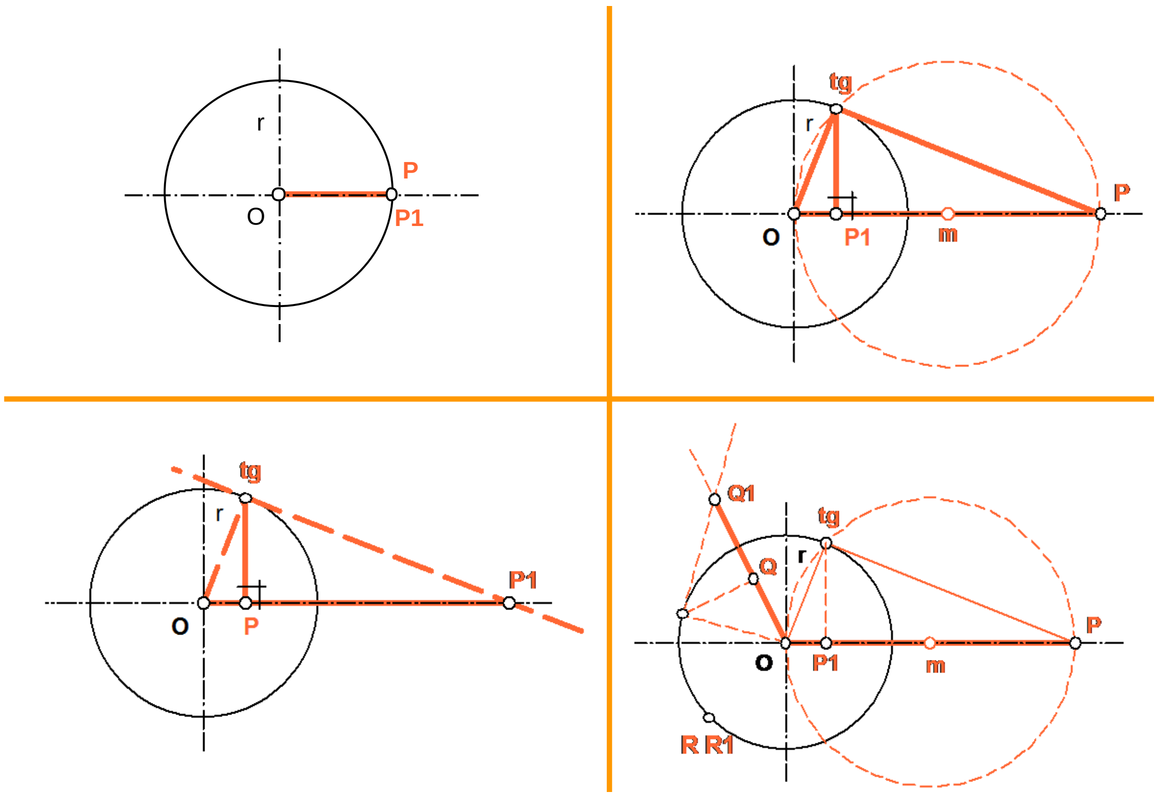
- 2.- **Punto Exterior** a la Circunferencia de Inversión.
- Procedimiento:
- Definir Datos. Circunferencia de inversión y punto P.
- Construir circunferencia auxiliar de diámetro OP.
- Definir punto de tangencia tg y unirlo con punto O y punto P.
- Trazar por punto tg, recta perpendicular a OP, donde corte al trazo OP estará punto P1, inverso de P.

PUNTOS INVERSOS.



- 3.- **Punto Interior** a la Circunferencia de Inversión.
- Procedimiento:
- Definir Datos. Circunferencia de inversión y punto P.
- Construir recta OP y trazar por P perpendicular a OP, definiendo punto tg.
- Construir segmento O tg.
- Trazar por punto tg, recta tangente a la circunferencia de inversión, su intersección con prolongación de recta OP definirá punto P1, inverso de P.

INVERSIÓN ENTRE PUNTOS.



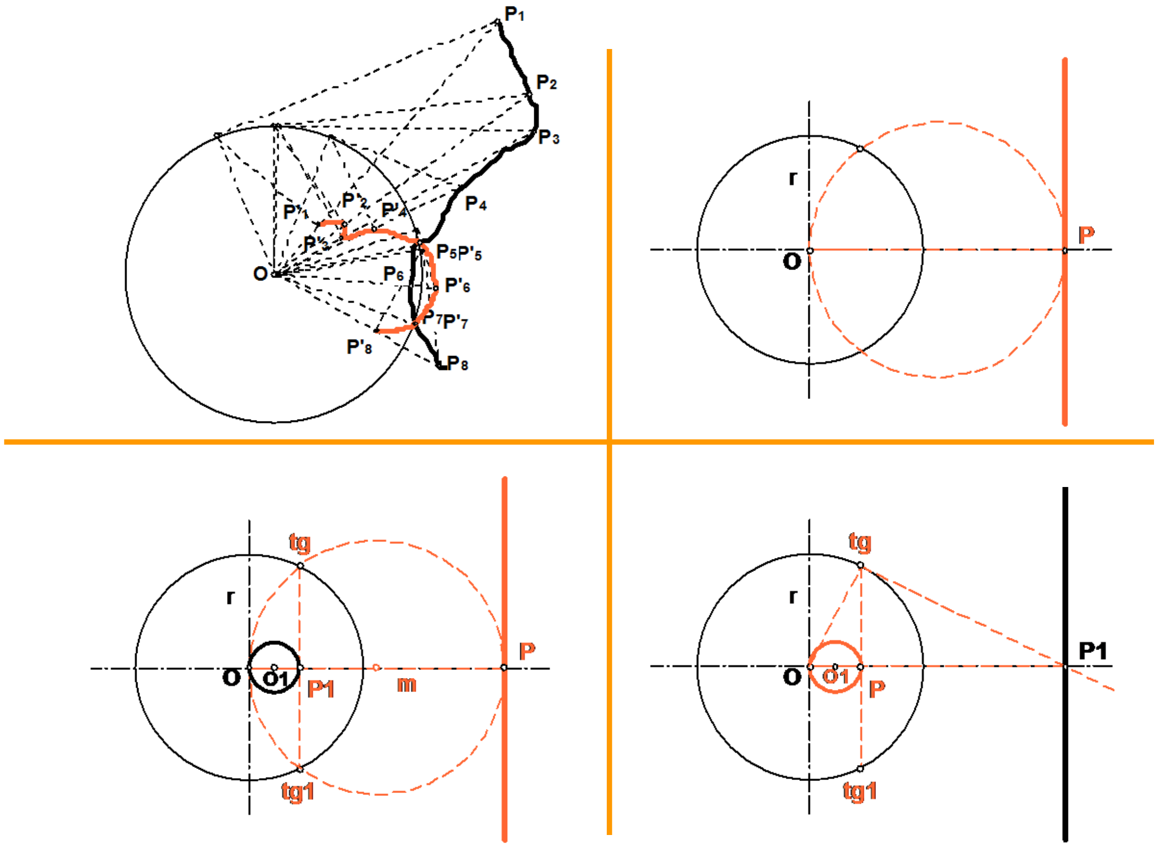
- De acuerdo a la simetría existente entre P y P1, se dice que los puntos P y P1, son puntos inversos con respecto a una circunferencia, cumpliéndose siempre lo siguiente:

- Cada punto del plano tiene un solo inverso.

- Un punto de la circunferencia de inversión es su propio inverso.

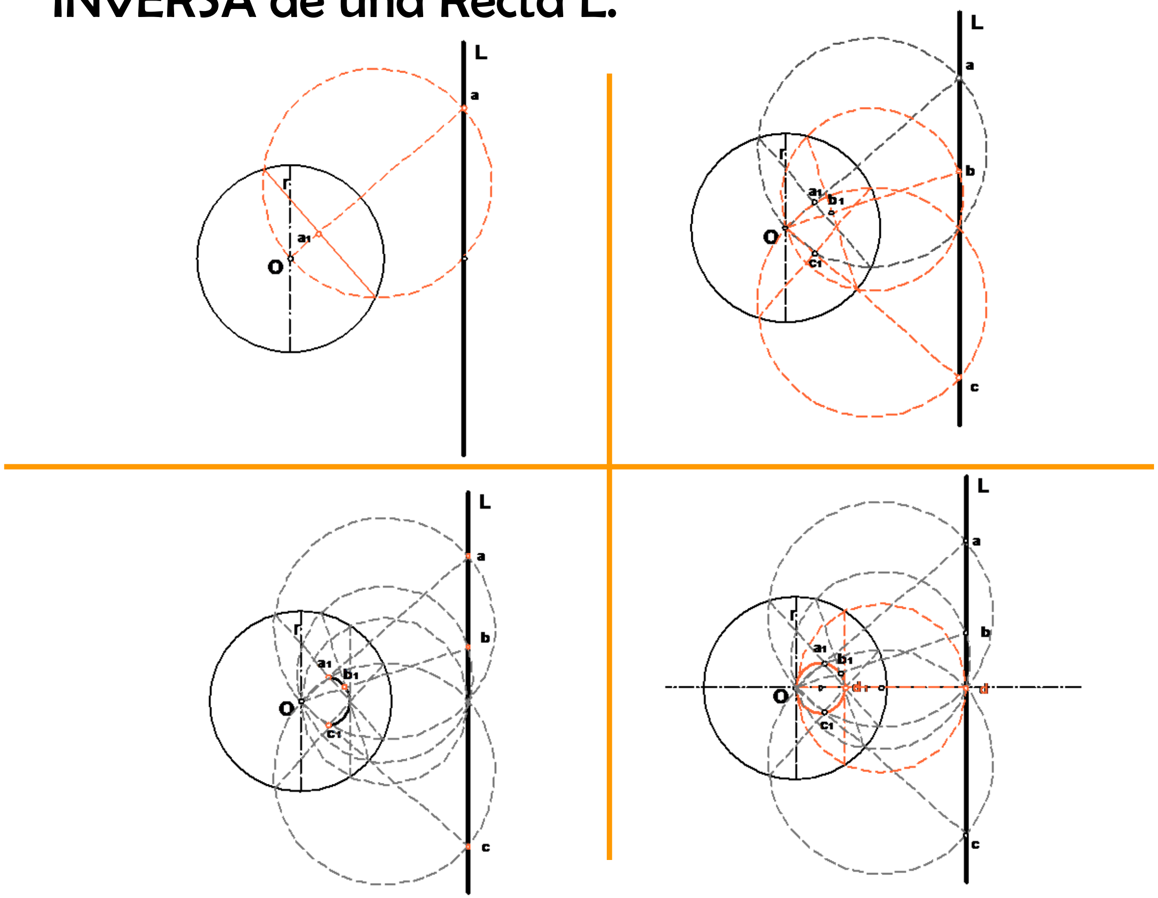
- Dos puntos inversos distintos, uno está dentro de la circunferencia de inversión y el otro fuera.

INVERSAS DE CURVAS.



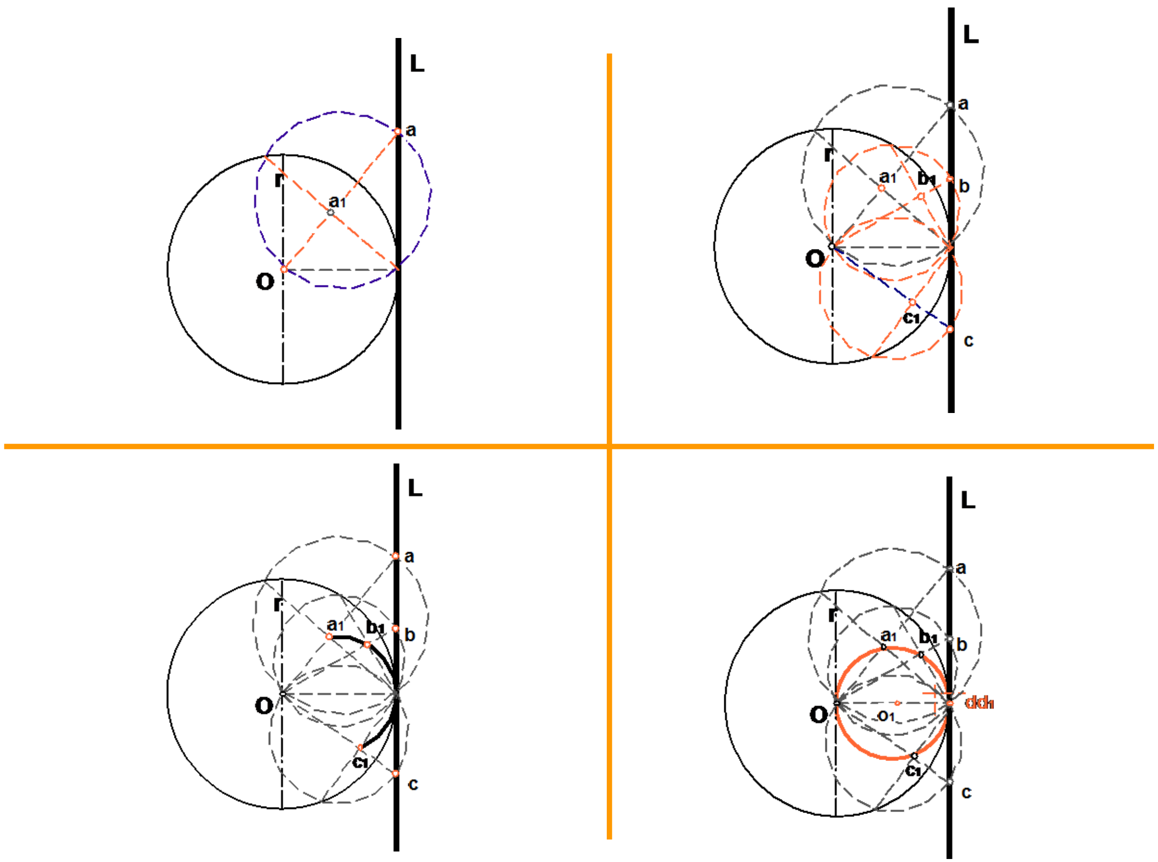
- Si P y P1 son puntos inversos respecto a una circunferencia de inversión de centro O, tenemos que si P se mueve de tal forma que traza una curva cualesquiera, entonces P1 también trazará una curva.
- Estas curvas por definición son una inversa de la otra.
- Si el punto P se desplaza formando una línea recta que no pasa por el centro de inversión su inversa será una circunferencia que pasa por el centro de inversión.
- Recíprocamente la inversa de una circunferencia que pasa por el centro de inversión será una recta que no pasa por el centro de inversión, perpendicular a la línea de los centros OO1.

INVERSA de una Recta L.



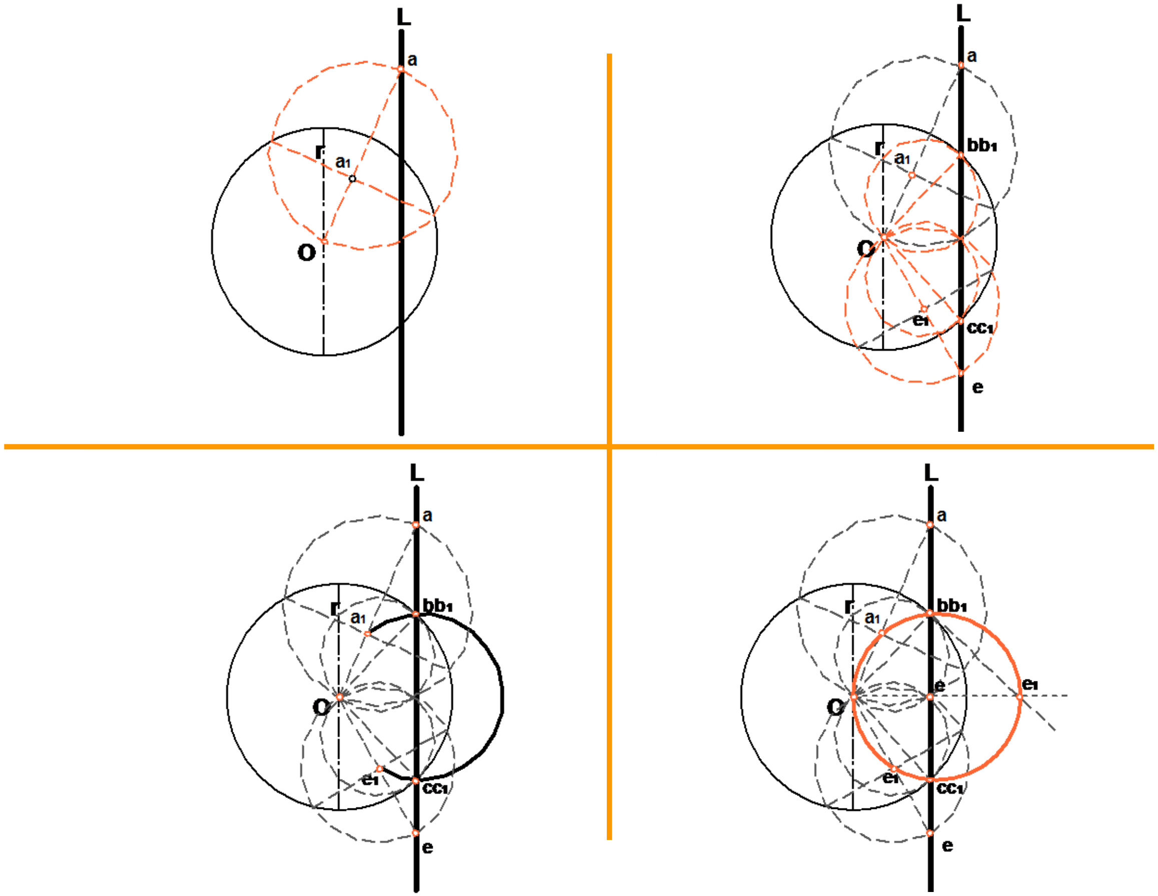
- **L recta Exterior a la circunferencia de Inversión.**
- Dada la circunferencia de inversión y la recta exterior L, se determina el inverso de a.
- Se determina el inverso de los puntos de la recta L b y c.
- Se construye un arco que pase por los puntos inversos de a, b y c.
- Se invierte el punto d de la recta L. Por el punto O se traza una perpendicular a L, su intersección con L determina el punto d.
- Od1 es el diámetro de la circunferencia interior, inversa de la recta L dada.

INVERSA de una Recta L.



- **L recta Tangente a la circunferencia de Inversión.**
- Dada la circunferencia de inversión y la recta tangente, se determina el inverso de a.
- Se determina el inverso de los puntos de la recta L b y c.
- Se construye un arco que pase por los puntos inversos de a, b y c.
- Se invierte el punto d de la recta L. Por el punto O se traza una perpendicular a L, su intersección con L determina el punto d.
- Od1 es el diámetro de la circunferencia tangente, inversa de la recta L dada.

INVERSA de una Recta L.



- **L recta Secante a la circunferencia de Inversión.**

- Dada la circunferencia de inversión y la recta secante L, se determina el inverso de a.

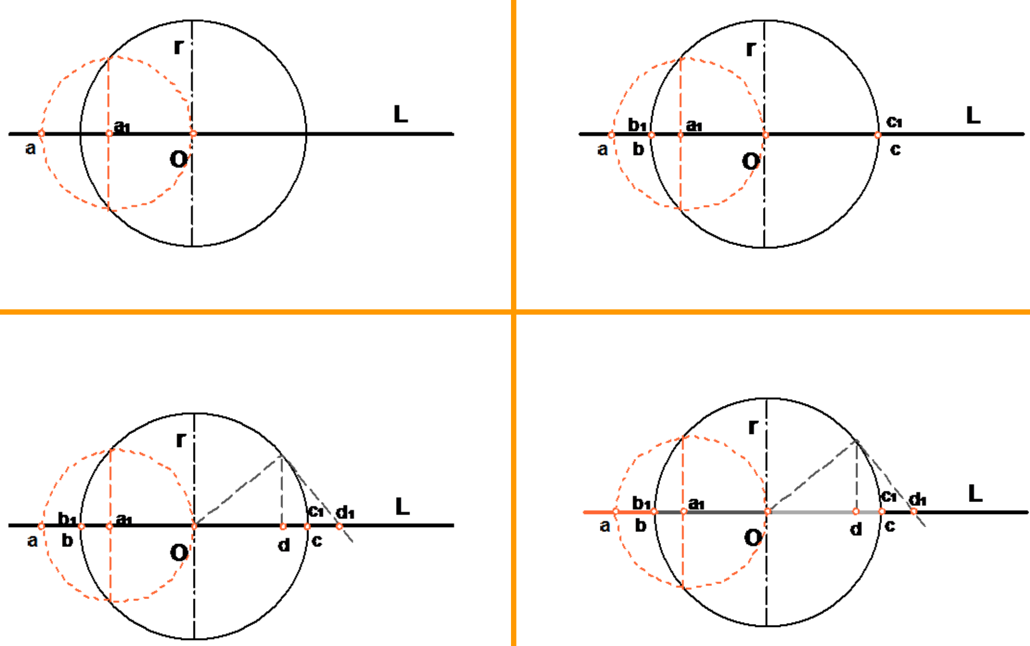
- Se determina el inverso de los puntos de la recta L b, c y e.

- Se construye un arco que pase por los puntos inversos de a, b y e.

- Se invierte el punto d de la recta L. Por el punto O se traza una perpendicular a L, su intersección con L determina el punto d.

- Od1 es el diámetro de la circunferencia secante inversa de la recta L dada.

INVERSA de una Recta L.



- **L recta diámetro de la circunferencia de Inversión.**

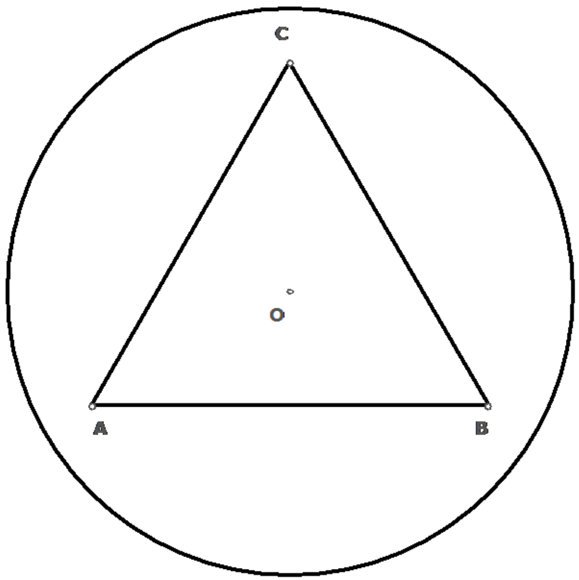
- Dada la circunferencia de inversión y la recta diámetro L, se determina el inverso de apunto exterior que se invierte en el interior.

- Los inversos de b y c son los mismos por pertenecer a la circunferencia de inversión.

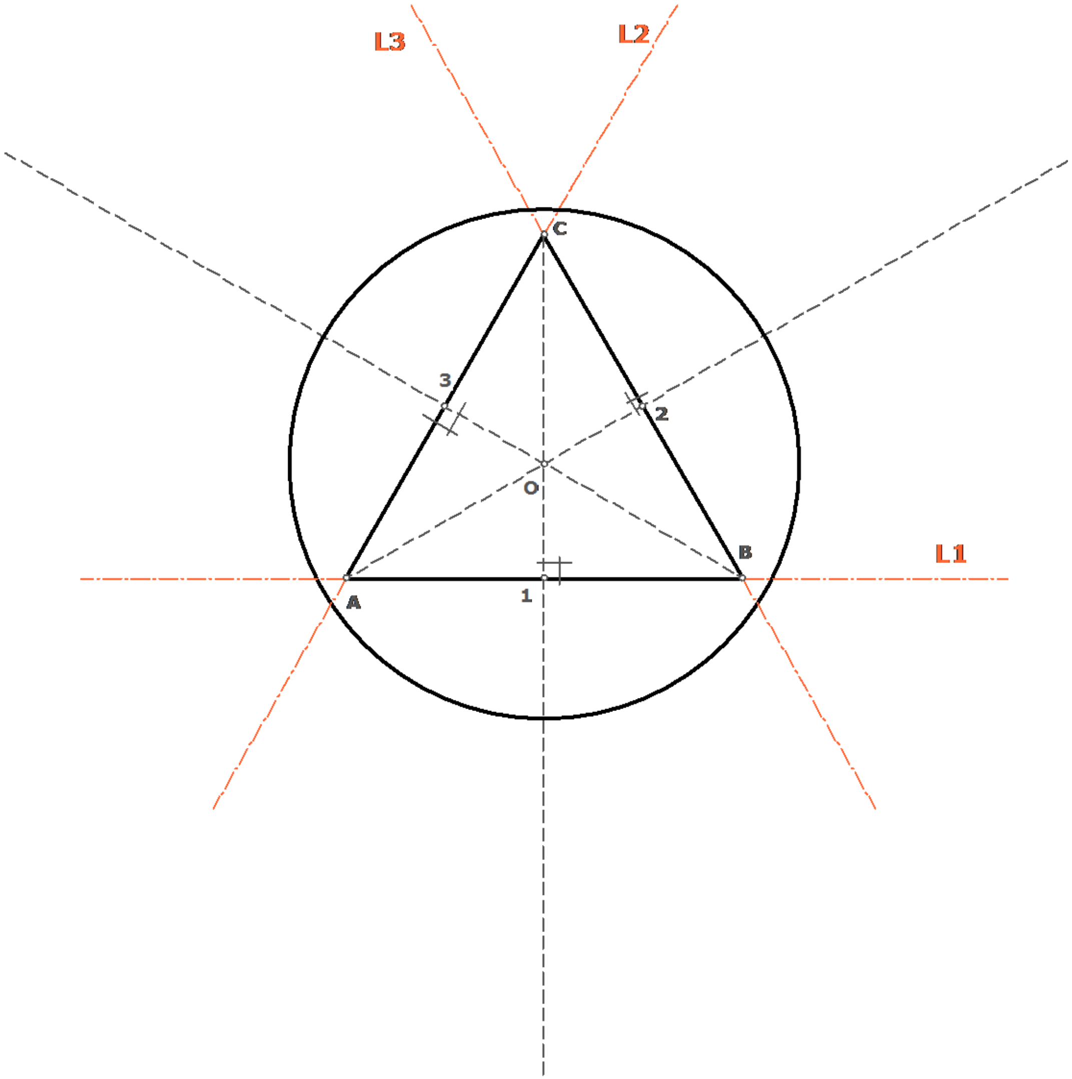
- El inverso del punto d interior a la circunferencia de inversión se encuentra en el exterior.

- La inversa de la recta L es la misma recta L, los puntos exteriores se invierten en puntos interiores y viceversa.

Aplicación de INVERSIÓN.



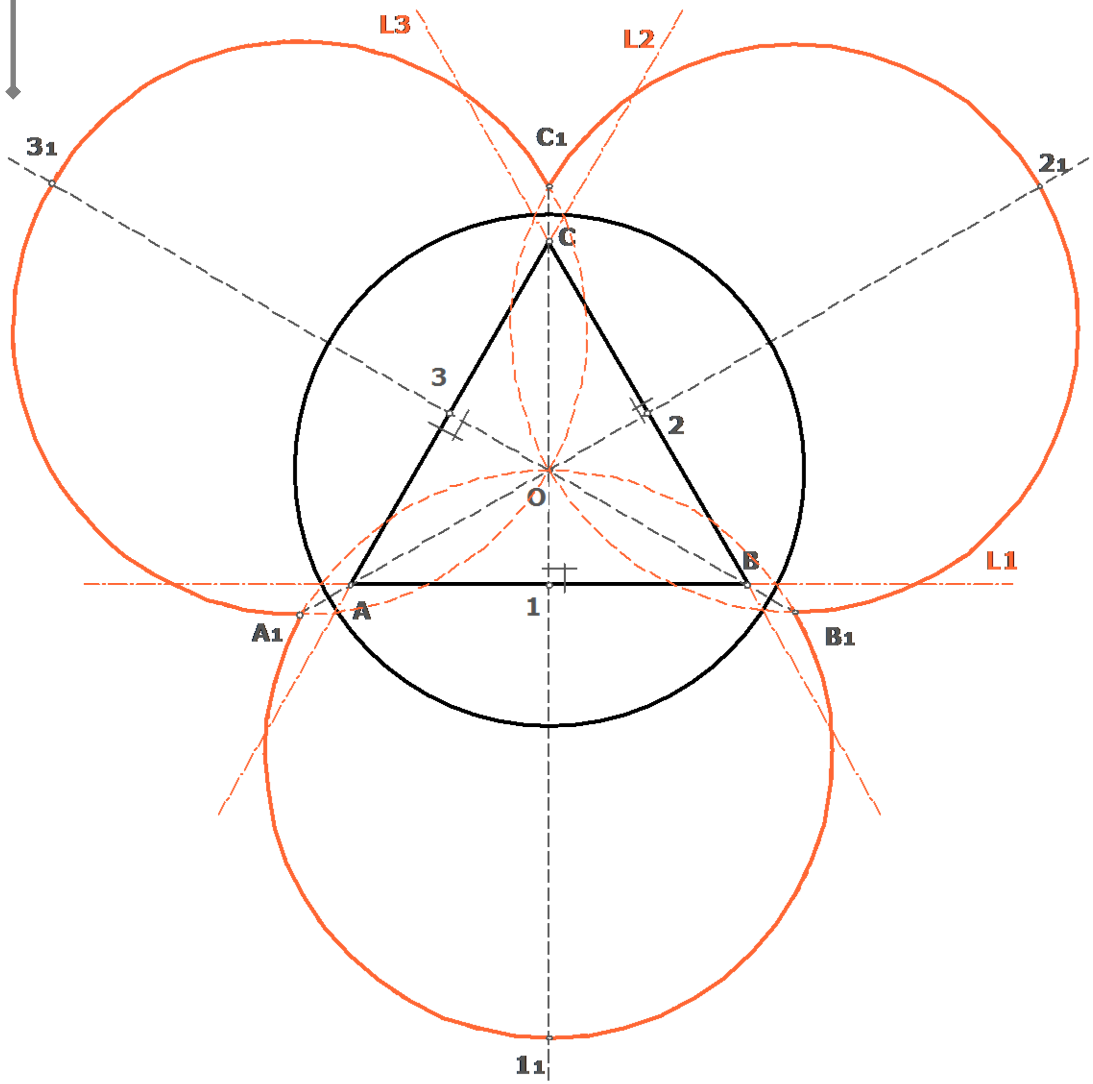
- Determine el perímetro y área inversa de un triángulo abc equilátero de lado 7 cm. con respecto a una circunferencia de inversión de centro O y radio 5 cm. ubicados en la posición que se indica.



- Procedimiento.

- 1.- Contener cada lado del triángulo en rectas secantes a la circunferencia de inversión, L1, L2 y L3.

- 2.- Por el punto O centro de la circunferencia de inversión trazar una perpendicular a cada lado del triángulo dado, definiendo los puntos 1, 2 y 3..

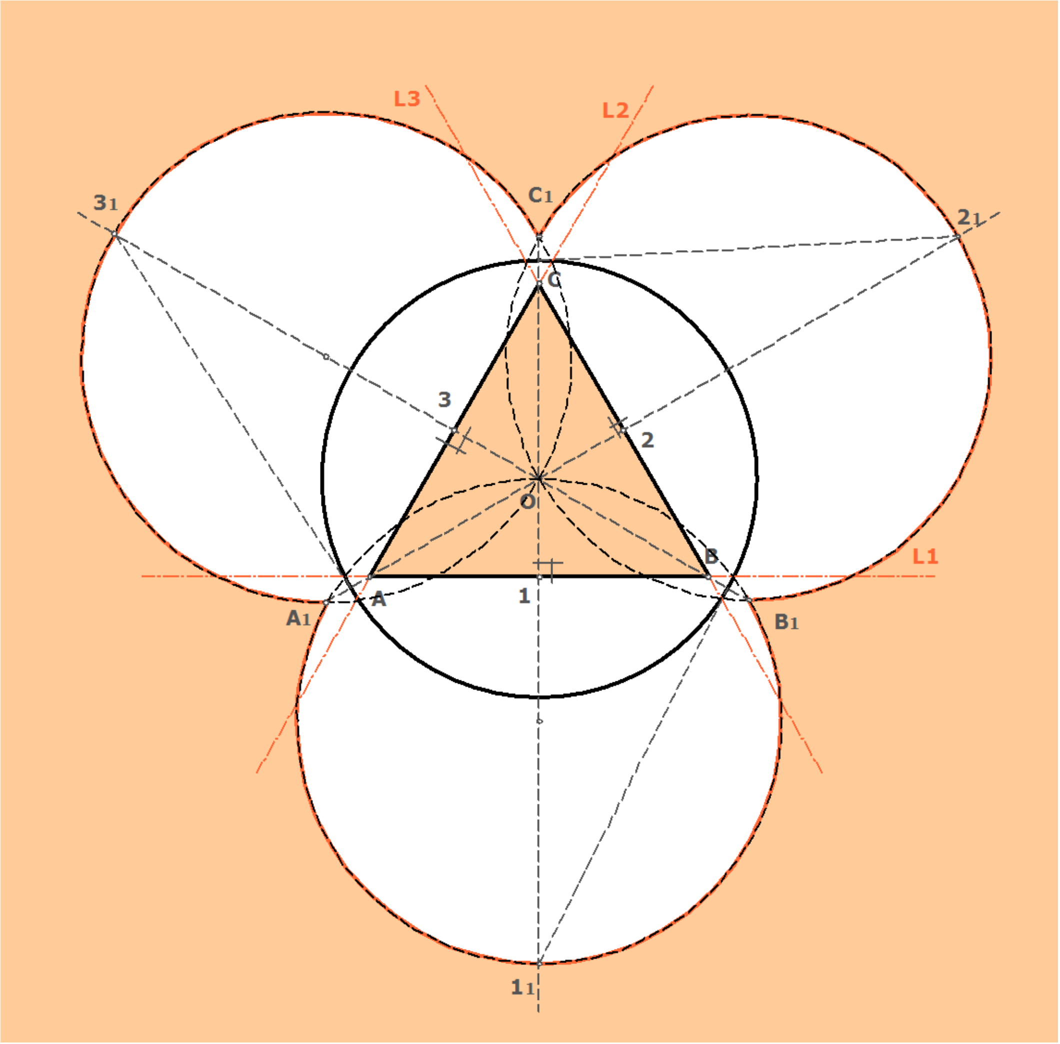


• Procedimiento.

• 3.- Invertir las rectas L1, L2 y L3 con respecto a la circunferencia de inversión dada.

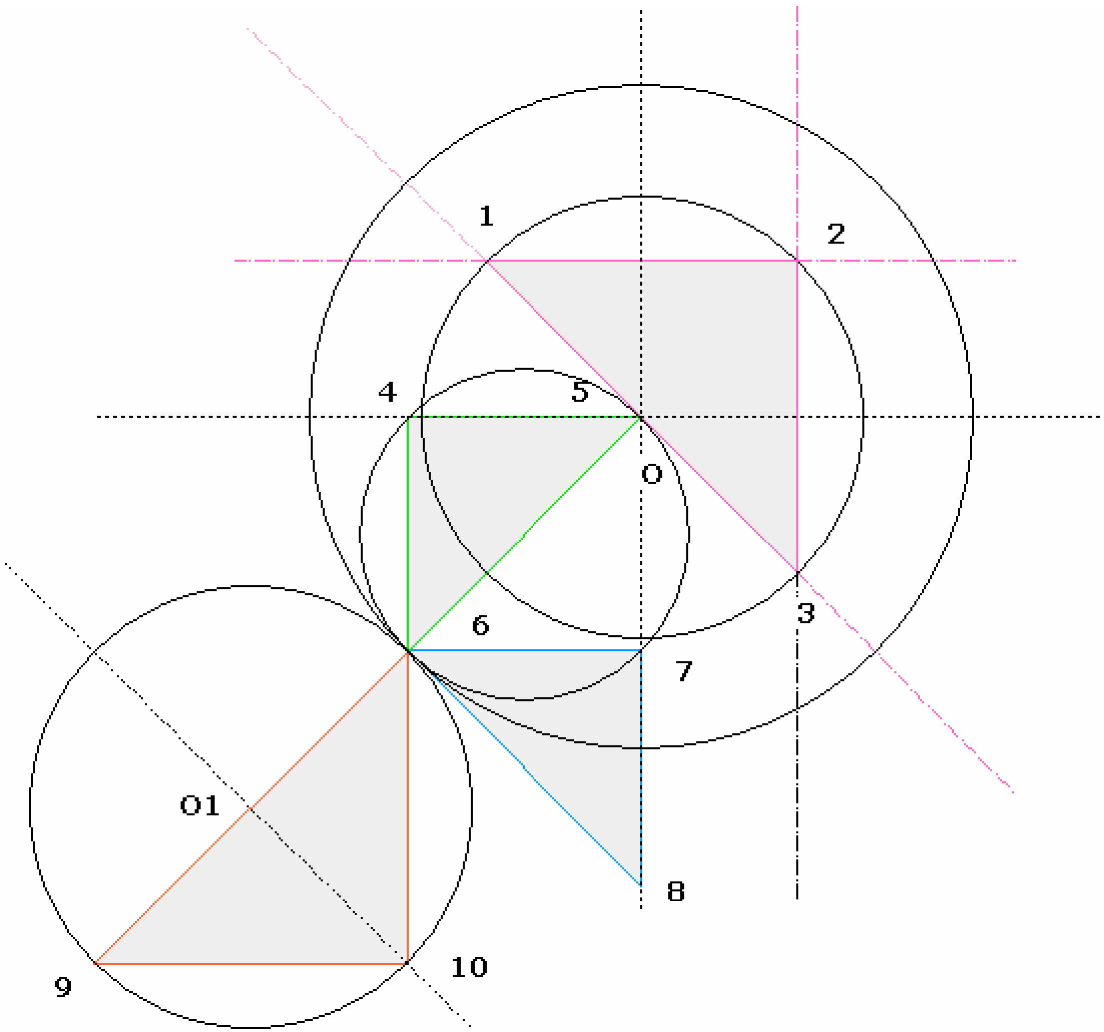
• 4.- Se sabe que la inversa de una recta secante a la circunferencia de inversión es una circunferencia secante que pasa por el centro de inversión y por los puntos de intersección de la recta respectiva con la circunferencia dada.

• 5.- Se define la porción de circunferencia inversa a los lados del triángulo, estableciendo el perímetro inverso solicitado.

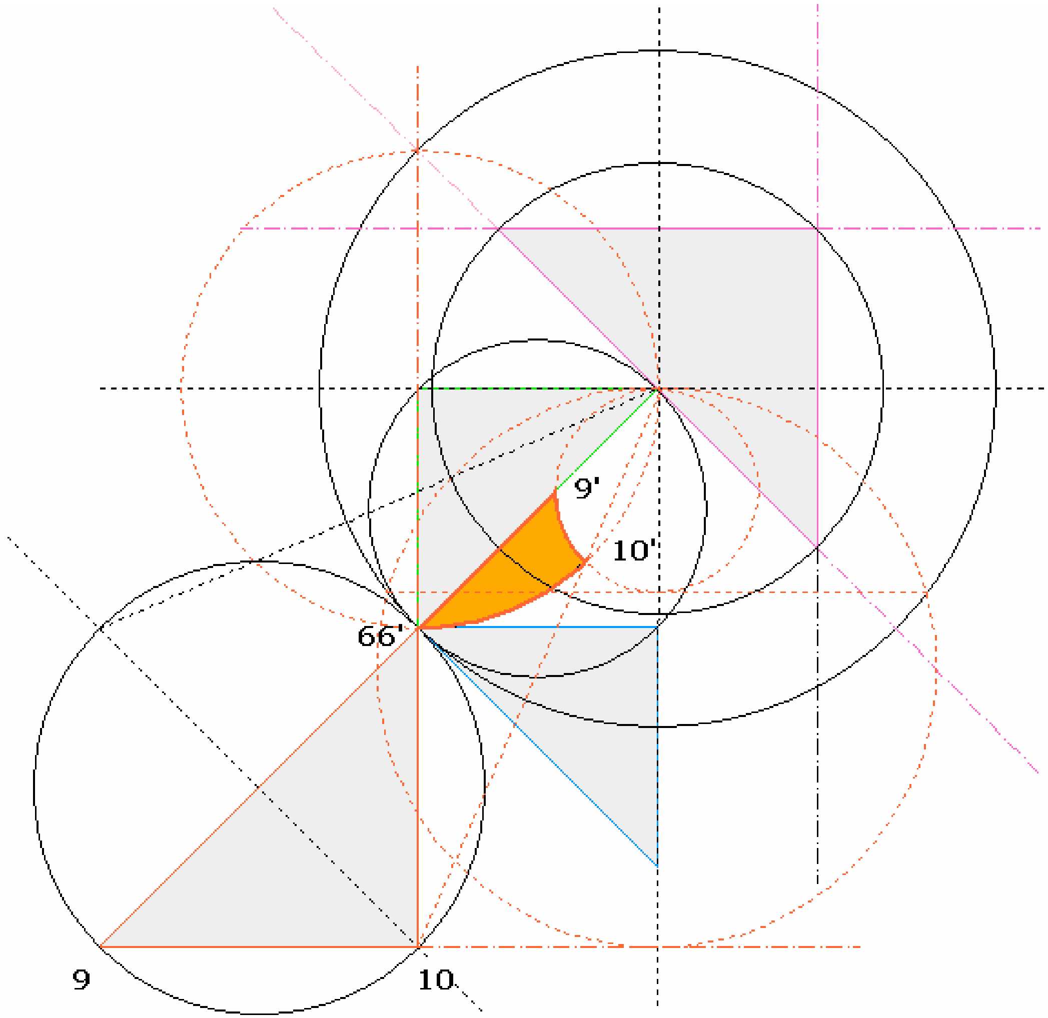


• Procedimiento.

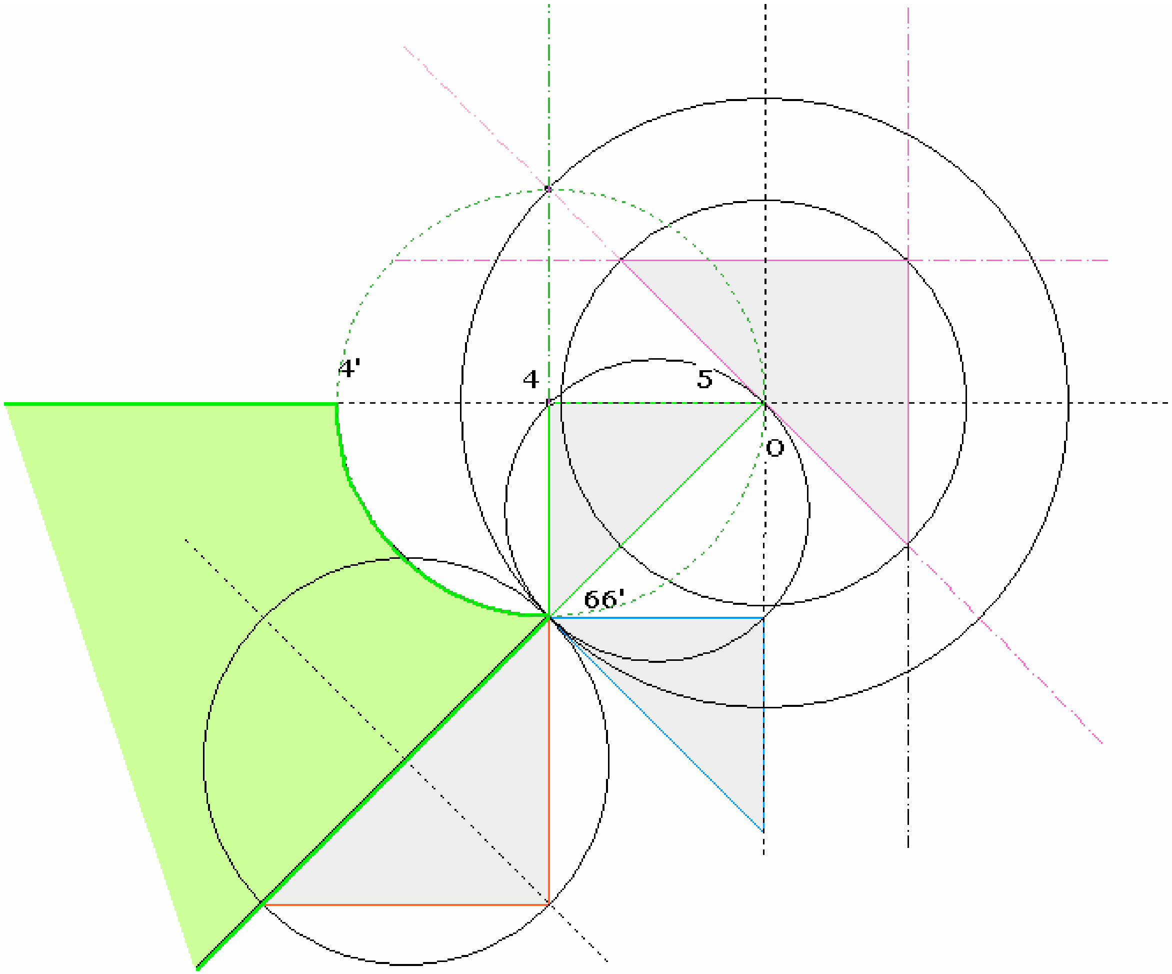
• 6.- Invertir el área interior del triángulo abc dado.



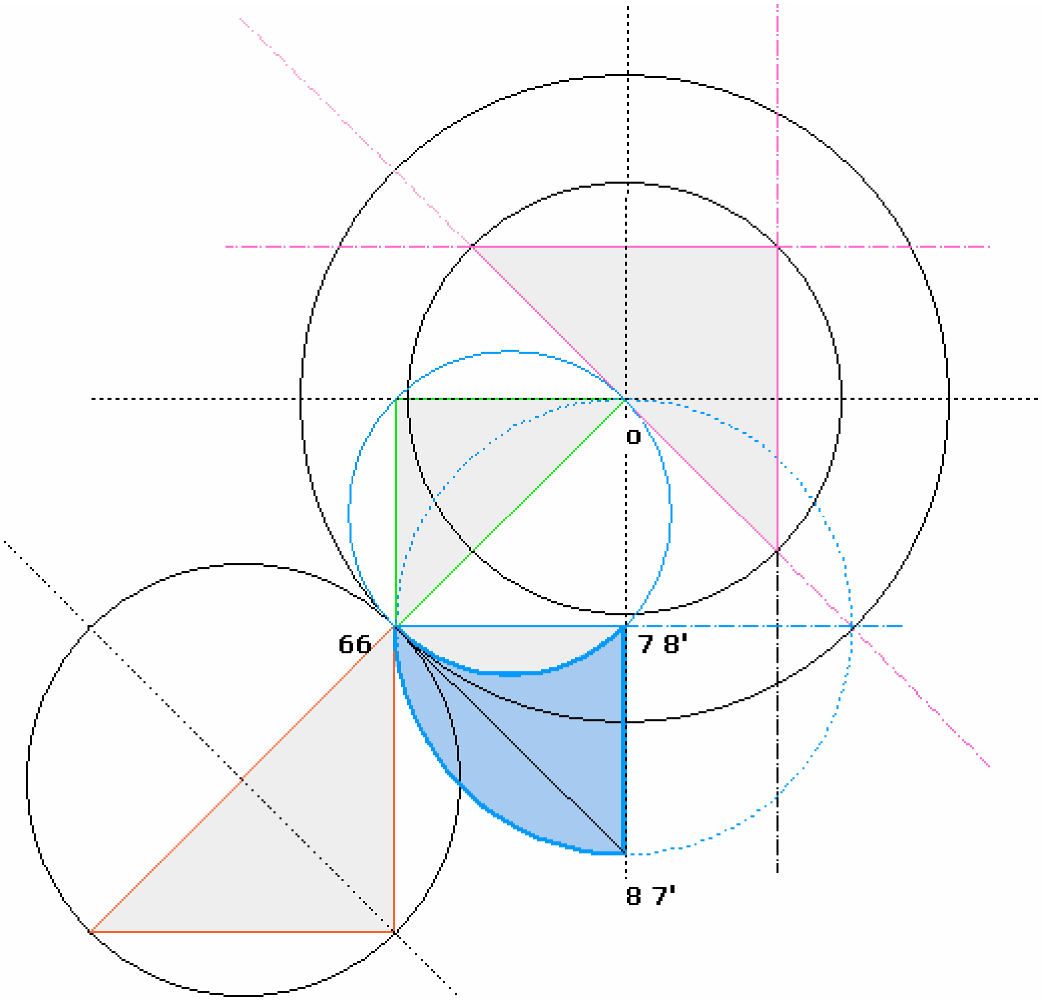
- Determine la inversión circular del perímetro y área de los triángulos 123, 456, 678 y 6910 de acuerdo a la circunferencia de inversión de centro O y radio 6 cm.



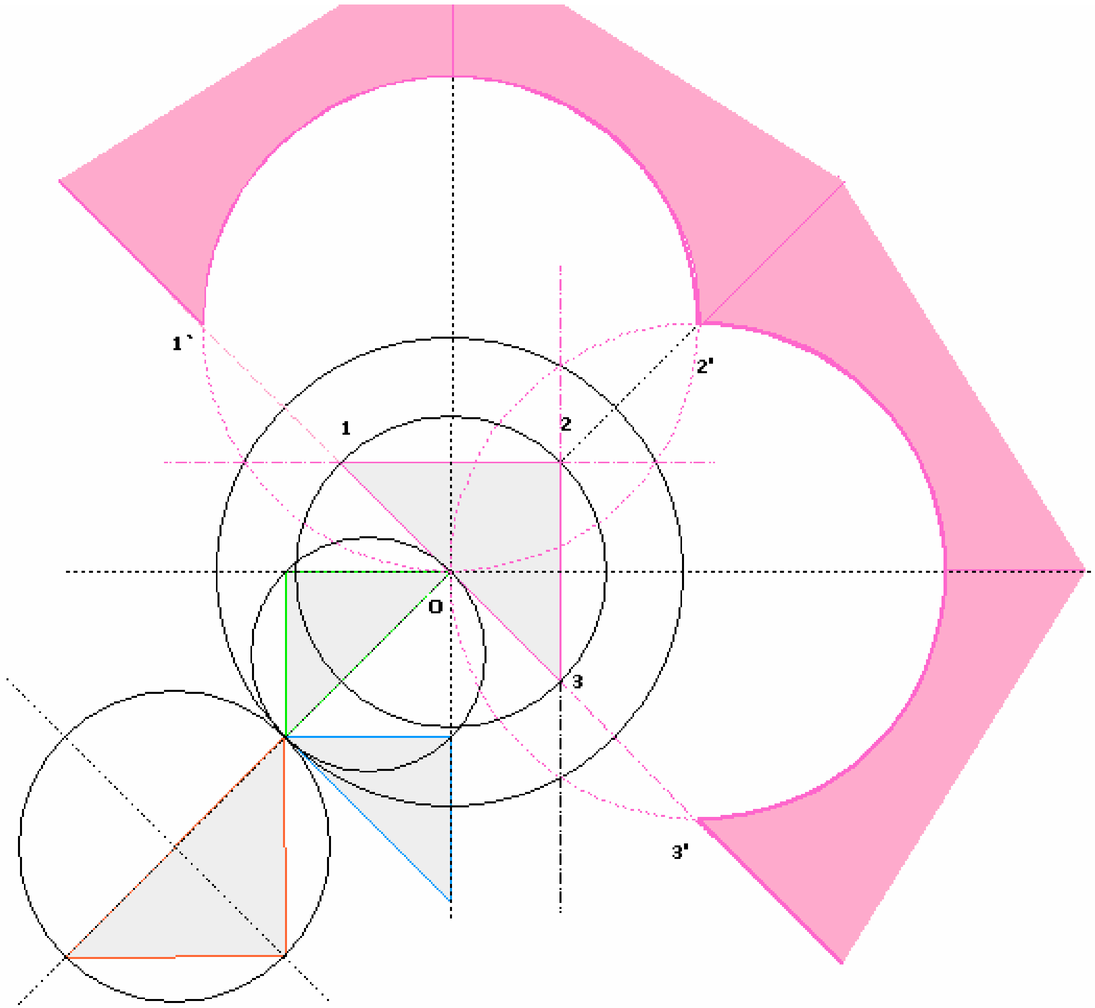
- Determine la inversión circular del perímetro y área de los triángulos 123, 456, 678 y 6910 de acuerdo a la circunferencia de inversión de centro O y radio 6 cm.



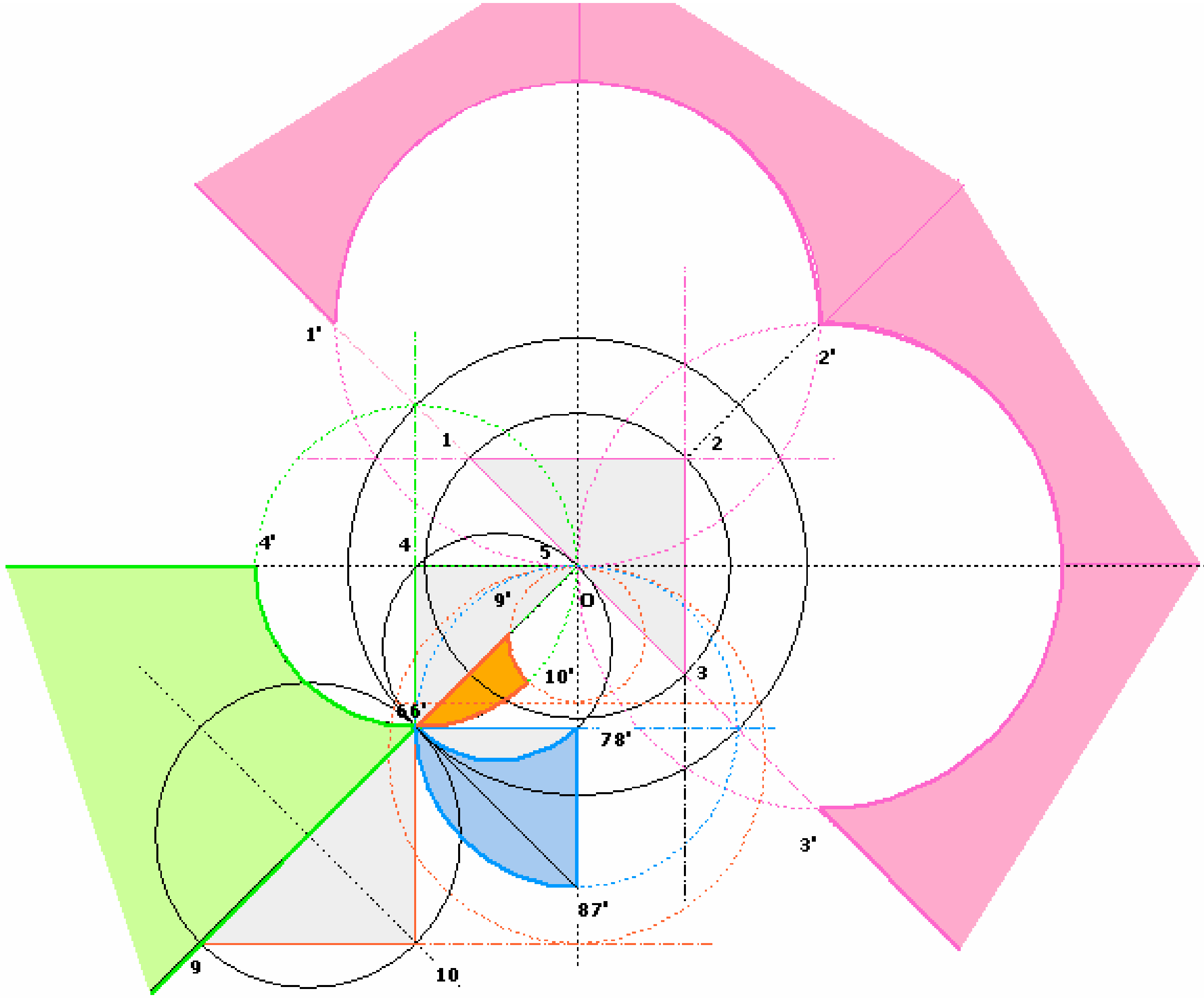
- Determine la inversión circular del perímetro y área de los triángulos 123, 456, 678 y 6910 de acuerdo a la circunferencia de inversión de centro O y radio 6 cm.



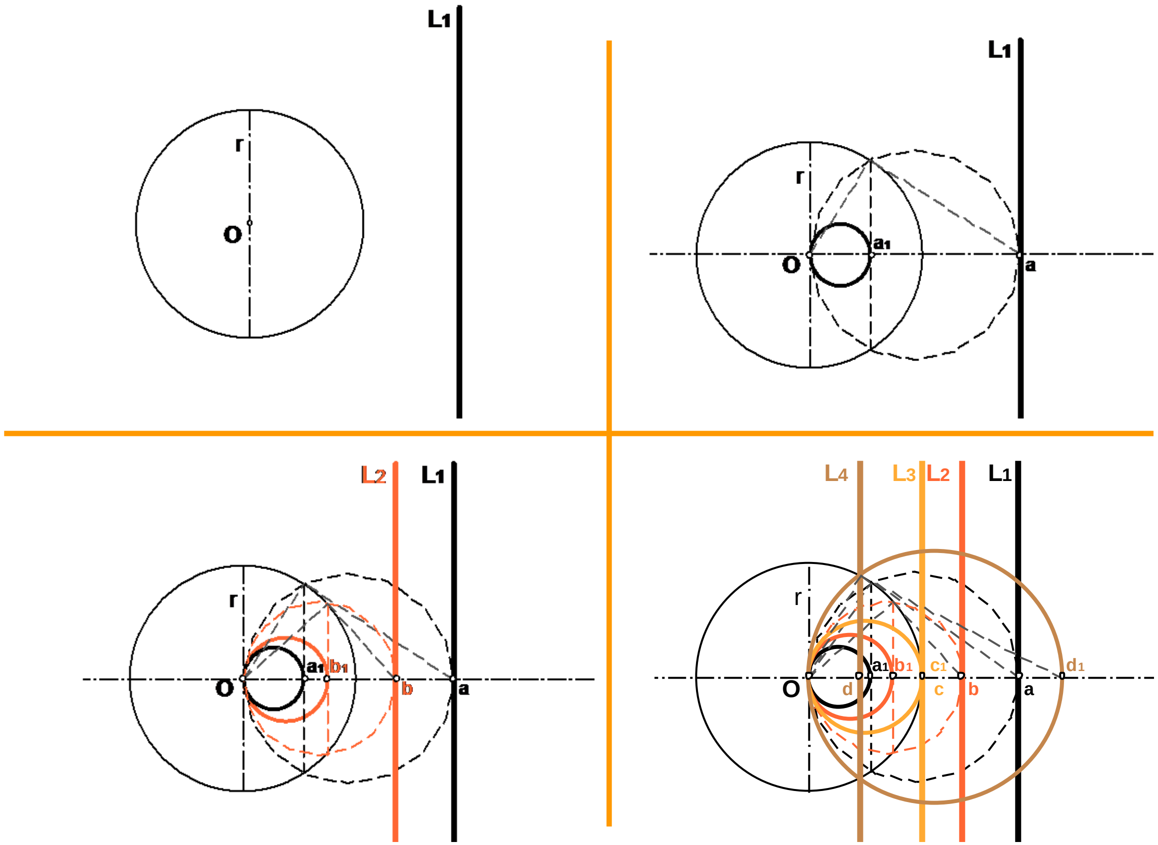
- Determine la inversión circular del perímetro y área de los triángulos 123, 456, 678 y 6910 de acuerdo a la circunferencia de inversión de centro O y radio 6 cm.



- Determine la inversión circular del perímetro y área de los triángulos 123, 456, 678 y 6910 de acuerdo a la circunferencia de inversión de centro O y radio 6 cm.

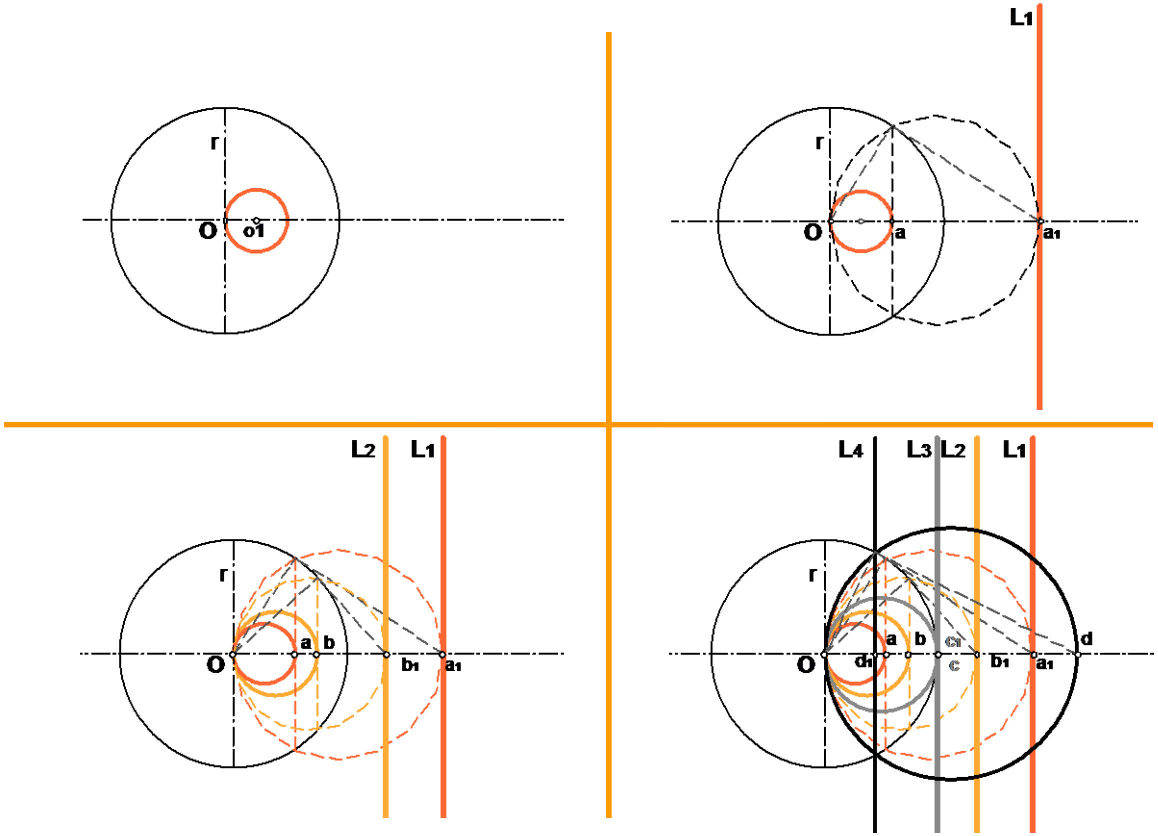

1'
2'
1
2
4'
4
5
9'
O
10'
3
6 6'
7 8'
3'
8 7'
9
10

INVERSAS de Rectas Paralelas.



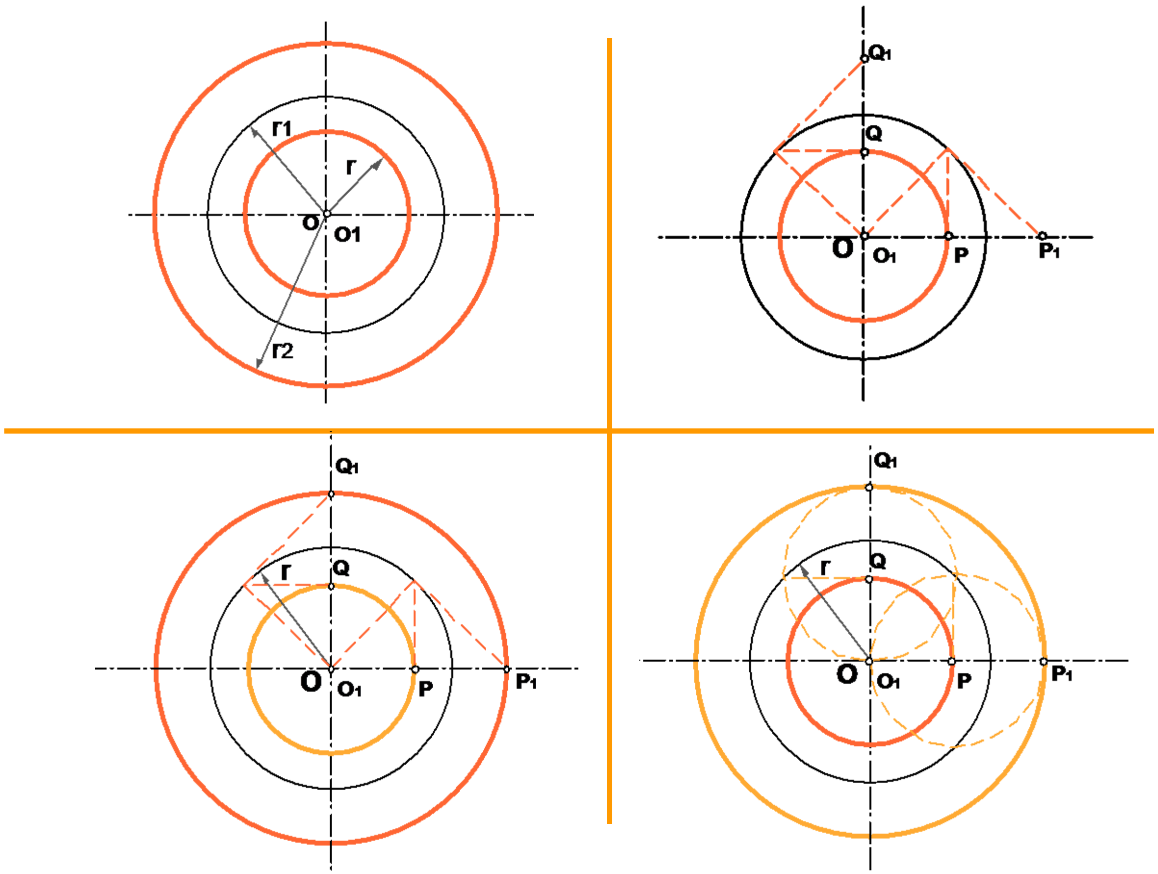
- Si ninguna de las rectas para por el centro de inversión, sus inversas serán circunferencias tangentes.
- El punto de tangencia es el centro de inversión.
- Mientras más cerca esté la recta del centro de inversión, más grande será su circunferencia inversa.

INVERSAS de Circunferencias Tangentes en el punto centro de inversión.



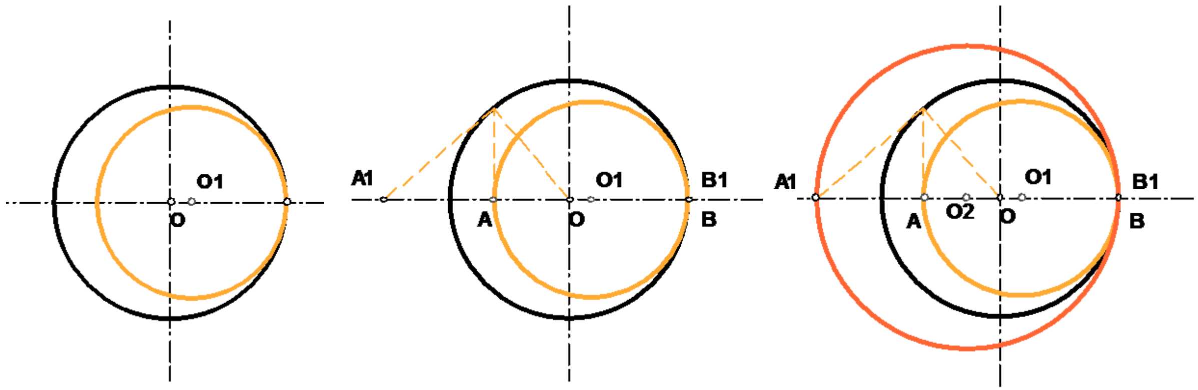
- Sus inversas serán rectas paralelas cuya dirección es perpendicular a la línea que une los centros de las circunferencias tangentes

INVERSAS de Circunferencias Concéntricas.



- Circunferencias concéntricas a la circunferencia de inversión se invertirán también en circunferencias concéntricas.
- Circunferencia de radio menor a la circunferencia de inversión se invertirá en una circunferencia de radio mayor y viceversa.
- Circunferencia de igual radio a la circunferencia de inversión se invertirá en si misma.

INVERSAS de Circunferencias de radio finito no concéntrica y que no pasa por el centro de inversión.



- Su inversa será una circunferencia de radio finito no concéntrica y que no pasa por el centro de inversión.

- Se unen los centros, se determinan los puntos diámetros, se sacan sus puntos inversos, cuya unión es el diámetro de la circunferencia inversa.

- **Circunferencia ortogonal** a la circunferencia de inversión se invertirá en si misma.