



Guía de Aprendizaje



Key Curriculum Press
Key College Publishing

The Geometer's Sketchpad®

Software de Geometría Dinámica® para Explorar Matemáticas
Versión 4.0

Diseño de Sketchpad: Nicholas Jackiw

Instrumentación del software: Nicholas Jackiw y Scott Steketee

Apoyo Técnico: Keith Dean, Jill Binker, Matt Litwin

Autor del Guía de aprendizaje: Steven Chanan

Versión en español: A. Homero Flores

Producción: Caroline Ayres, Jill Binker, Deborah Cogan, Jacqueline Gamble, Christin O'Leary, Diana Ray

El proyecto de The Geometer's Sketchpad empezó como una colaboración entre el Visual Geometry Project (Proyecto de Geometría Visual) de Swarthmore College y Key Curriculum Press. El Proyecto de Geometría Visual fue dirigido por los Drs. Eugene Klotz y Doris Schattschneider. Parte de este material está basada en un trabajo apoyado por la National Science Foundation en asignación a KCP Technologies, Inc. Cualesquiera opinión, hallazgos, conclusiones o recomendaciones expresadas en esta publicación son responsabilidad de los autores y no necesariamente reflejan los puntos de vista de la National Science Foundation.

© 2003 KCP Technologies, Inc. Derechos reservados. Ninguna parte de esta publicación puede ser reproducida o transmitida en cualquier forma o por cualquier medio sin permiso escrito del editor.

® The Geometer's Sketchpad, Dynamic Geometry y Key Curriculum Press son marcas registradas de Key Curriculum Press. Sketchpad y JavaSketchpad son marcas de Key Curriculum Press. Las demás marcas y nombres de productos son marcas registradas de sus respectivos poseedores.

Key Curriculum Press 1150 65th Street, Emeryville, CA 94608 USA

<http://www.keypress.com/sketchpad>

techsupport@keypress.com

10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 07 06 05 04 03
ISBN 1-55953-671-3

Contenido

Introducción	1
¿Qué es Sketchpad?.....	1
¿Qué se puede hacer con Sketchpad?.....	2
Acerca de este libro	6
Instalación de Sketchpad	8
Lo básico	10
Qué debe saber sobre su computadora	10
Qué debe saber sobre Sketchpad	11
Recorridos 1–4: Una introducción a Sketchpad	17
Recorrido 1: Construcción de un cuadrado	18
Juego libre	18
Tomándolo en serio.....	20
Construcción de rectas perpendiculares y paralelas	21
Terminación de la construcción y la "prueba del arrastre"	22
Recorrido 2: Un teorema sobre cuadriláteros	24
Construcción de un cuadrilátero cualquiera	25
Construcción del cuadrilátero inscrito	25
Arrastre y medición para confirmar su conjetura	26
Creación de un comentario y uso de la paleta de texto	27
Recorrido 3: Arte en cuerdas	28
Selección y rastreo	29
Construcción de un botón de acción de animación	31
Todos los colores del arco iris: Color paramétrico	33

Recorrido 4: Un bestiario de cuadriláteros	35
Navegación en un documento multipágina	36
Exploración de construcciones	36
Presentación de objetos ocultos y exploración de las propiedades de un objeto	37
Adición de una página al documento	39
Conversión de su cuadrado en una herramienta personalizada ..	40
Recorridos 5–6: Transformaciones	42
Recorrido 5: Reflexión + reflexión = ?	43
Introducción	44
Construcción de espejos y el interior de polígonos	45
Marcación de espejos y reflexión con respecto a ellos	45
Marcación, rotación y medición	46
Rotación por un cálculo marcado	48
Recorrido 6: Construcción de un calidoscopio	50
Definición y uso de una nueva herramienta personalizada	51
Experimentación con el ángulo especular	53
Dilatación	54
Animación y unión	55
Recorrido 7: Popurrí de álgebra	57
Una gráfica sencilla en el plano coordenado (x, y)	57
Gráfica de una familia de curvas con parámetros	59
Funciones en un círculo	60
Recorrido 8: Construcción de un copo de nieve:	
Iteración	63
Estudio de la curva de Koch	64
Definición de las bases	65
Iteración	66
Profundidad de iteración, color de fondo e iteración de "órbita completa"	68
El copo de nieve de Koch	69

Apéndice: Referencia rápida de comandos	71
Menú Archivo	71
Menú Editar	72
Menú Presentar	74
Menú Construir	75
Ménú Transformar	77
Menú Medir	78
Menú Graficar	80
Menú Ventana	81
Menú Ayuda	81



GSP 4.0

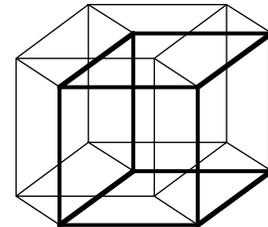
Si todavía no ha instalado el programa, tal vez sea conveniente que pase a la sección Instalación de Sketchpad (página 8) e instalar el programa ahora.

Introducción

¡Bienvenido a The Geometer's Sketchpad! Ya sea que sea usted un nuevo usuario o que ya tenga experiencia, esta Guía está diseñada para ayudarle a aprender esta dinámica herramienta matemática de una manera práctica y divertida.

¿Qué es Sketchpad?

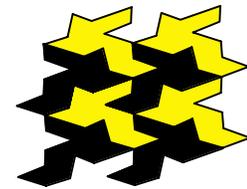
Durante milenios, *dibujar* y *visualizar* han sido parte importante de las matemáticas. Una de las principales habilidades enseñadas en las clases de geometría desde hace mucho ha sido la construcción geométrica con regla y compás; en álgebra, tenemos la graficación de funciones (recientemente, se ha agregado la graficación con calculadora gráfica). El trabajo en papel y lápiz siempre tendrá un lugar importante en las clases de matemáticas, pero tiene dos grandes inconvenientes: consume tiempo (o es muy laborioso) y el producto final es estático. Es fácil ver cómo un programa de cómputo como Sketchpad puede resolver el primer problema (tiempo): comandos como **Bisectriz** y **Reflejar**, de manera instantánea, realizan tareas que llevaría mucho más tiempo hacerlas con papel y lápiz, permitiendo al usuario construir y explorar muchas más figuras, y mucho más complejas en un tiempo dado.



"Hipercono" (cubo de 4 dimensiones) creado con Sketchpad

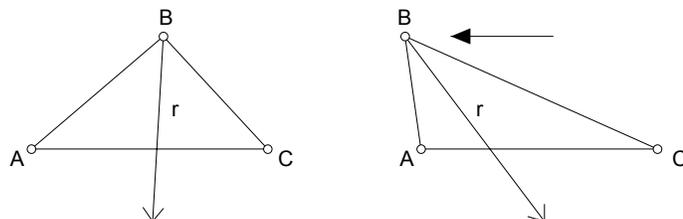
Matemáticas Dinámicas

Sin embargo, para realmente entender la potencia de Sketchpad, tiene que entender el Segundo "problema", el hecho de que las construcciones y las gráficas con papel y lápiz son *estáticas* (como lo son las figuras de los libros, los dibujos en el pizarrón y la mayoría de las gráficas de calculadora). Algunas cosas que parecerían ser ciertas con respecto a una construcción (que ciertos ángulos sean congruentes, quizá), de hecho son matemáticamente ciertas. Pero otras sólo pueden *parecer* ciertas debido a las opciones elegidas durante la construcción. Es muy difícil distinguir lo que es



Introducción

a veces cierto de lo que *siempre* es cierto, sin tener que regresarse y hacer más construcciones. Similarmente, es difícil llegar a conclusiones sobre una familia de curvas, como $y = mx + b$, sin tener que graficar muchas de estas curvas.



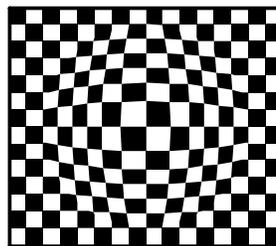
El rayo r es bisectriz del ángulo ABC. Algunas cosas que parecerían ser ciertas en la figura de la izquierda, como que la bisectriz tal vez esté bisecando al lado opuesto, fácilmente se puede ver que no son ciertas cuando uno arrastra el punto B.

La verdadera belleza de las construcciones hechas con Sketchpad es que son *dinámicas*. Las construcciones con Sketchpad siempre se pueden arrastrar, comprimir, aumentar o cambiar manteniendo intactas todas sus propiedades matemáticas. A medida que una figura es manipulada, las relaciones definidas por la construcción (que un segmento sea perpendicular a otro, por ejemplo) siguen siendo válidas, y las únicas propiedades que cambian son aquellas que no están estrictamente determinadas por la construcción. Así pues, al manipular una figura hecha con Sketchpad, usted puede explorar muchas de las formas posibles que la figura puede tomar dado cierto conjunto de restricciones. Esto facilita la distinción entre aquellas propiedades que a veces son ciertas y aquellas que siempre valen para una situación dada. Similarmente, al animar los parámetros m y b en la ecuación $y = mx + b$, por ejemplo, usted puede explorar esta familia entera de curvas usando sólo un dibujo.

Además de usarlo en sus clases y en sus tutorías, el autor de esta guía ha utilizado Sketchpad para diseñar patrones de acolchado para un amigo y para jordenar los muebles de su sala!

¿Qué se puede hacer con Sketchpad?

The Geometer's Sketchpad es una herramienta asombrosamente flexible, de modo que las posibilidades para su uso están limitadas sólo por su imaginación. He aquí sólo una muestra de cosas que puede hacer con Sketchpad.



Explore y enseñe teoremas de geometría

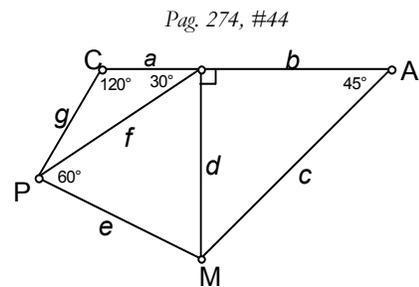
Los textos de geometría están llenos de teoremas, postulados, corolarios, lemas y definiciones. Muchos de estos son difíciles de entender, e incluso cuando se les entienden no siempre se les asimila con facilidad. Una buena forma de comprender estos difíciles teoremas, o de enseñarlos en clase, es modelarlos con Sketchpad (un ejemplo de esto se puede ver en el Recorrido 2: Un teorema sobre cuadriláteros).

Haga presentaciones en clase

Un *dibujo para presentación* es un documento de Sketchpad diseñado para presentarlo a un grupo de personas (o distribuirlo entre ellas), como sus estudiantes, sus compañeros de clase o sus maestros. Los dibujos para presentación por lo general tienen gráficas llamativas que, a menudo, contienen animación, botones de animación y varias páginas de contenido. Los maestros pueden usar Sketchpad como una eficaz herramienta de enseñanza, incluso si no tienen un acceso diario a un laboratorio de computación, si trabaja con dibujos de presentación en una computadora que esté conectada a un dispositivo de proyección. Los estudiantes pueden también usar dibujos para hacer presentaciones ante el grupo o para crear informes y carpetas.

Estudie las figuras de un libro de texto

Cuando adquiera habilidad en el uso de Sketchpad, encontrará que puede llevarle menos tiempo construir una figura en la computadora que copiarla exactamente a mano. Además, una vez que la figura esté construida con Sketchpad, usted tiene la ventaja de tener una figura dinámica para manipular y explorar. Así, considere la posibilidad de usar Sketchpad para construir y estudiar figuras de libros de texto para hacer su tarea (o para discusiones en el aula al día siguiente si usted es el maestro).

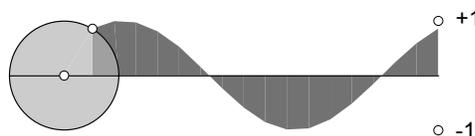


Key Curriculum Press tiene disponibles varios libros sobre el uso de Sketchpad en diferentes áreas de las matemáticas, y existen muchas otras fuentes en línea. El Centro de Recursos de Sketchpad que se encuentra en www.keypress.com puede llevarle a muchos de tales recursos.

Verifique el Recorrido 8: Construcción de un copo de nieve, para ver qué tan fácil es construir una asombrosa imagen fractal: el copo de nieve de Koch.

Use Sketchpad en todos sus cursos de matemáticas

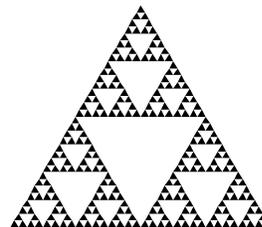
Encontrará que Sketchpad es una herramienta indispensable para todos sus cursos de matemáticas, sea usted maestro o estudiante. En álgebra, puede usar Sketchpad para investigar pendientes y ecuaciones de rectas, propiedades de parábolas y muchos otros temas importantes (véase Recorrido 7: Popurrí de álgebra). Estudiantes y maestros de álgebra avanzada y precálculo pueden investigar familias dinámicas de funciones usando características del menú Graficar. Use Sketchpad en cursos de trigonometría para investigar las conexiones entre los triángulos rectángulos y las funciones trigonométricas.



Estudiantes y maestros de cálculo pueden investigar derivadas usando el dibujo de la tangente de una función y el comando **Derivada**, o pueden explorar las integrales con dibujos de áreas bajo una curva. Los estudiantes universitarios encontrarán útil Sketchpad en su estudio de la geometría no euclidiana y de otros temas de matemáticas avanzadas.

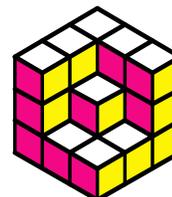
Construya fractales

Los fractales son formas geométricas asombrosas que se encuentran en la naturaleza y que sirven como la base de muchos programas gráficos de cómputo. Un fractal es una figura geométrica *semejante a sí misma*: tiene la misma apariencia sin importar su magnificación. La construcción de un fractal implica hacer una construcción sencilla, y luego aplicar esa construcción a partes cada vez más pequeñas de la figura. El comando **Iterar** de Sketchpad hace posible este tipo de construcciones, así como la creación de otros tipos de construcciones que implican procesos de repetición.



Cree dibujos en perspectiva y otros ejemplos de arte geométrico

¿Desea crear una tarjeta de felicitaciones o un extraño diseño de fondo para su página web? Con las herramientas de transformación de Sketchpad, combinadas con las características del menú Presentar y otras cosas, usted puede crear algunas sorprendentes imágenes artísticas.

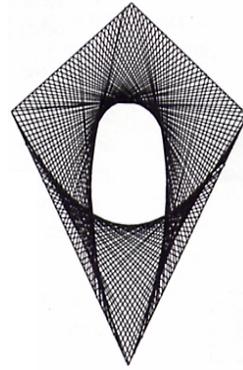


No existe nada que le impida hacer los ocho recorridos de una sola vez, o en unas cuantas sesiones, pero probablemente será útil pasar algún tiempo explorando por su propia cuenta entre recorridos.

Recorridos 1 a 4 correspondientes a un grupo llamado: Introducción a Sketchpad. Estos recorridos sirven como una introducción básica al programa, cada uno de ellos se enfoca, de alguna manera, en cuadriláteros.

Acerca de este libro

Los recorridos guiados de este libro proporcionan una introducción paso a paso a las principales características de Sketchpad; también cubren muchas de las aplicaciones avanzadas. Si usted es nuevo en el uso del programa, deberá empezar con el Recorrido 1 y trabajar por lo menos los primeros cuatro. Si usted es un usuario experto, debería ver los primeros recorridos para obtener algunas sugerencias. Cuando llegue al punto en el cual la mayoría de la información sea nueva, siga los recorridos completos desde ahí.

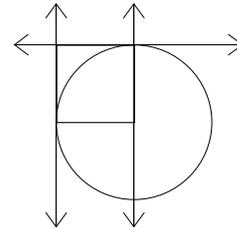


Recorridos guiados

A continuación presentamos una vista general de los ocho recorridos:

Recorrido 1: Construcción de un cuadrado

En éste usted construirá su primera figura con Sketchpad: un cuadrado. Aprenderá cómo usar las herramientas de **Segmento** y **Círculo**, y los comandos **Intersección**, **Recta Paralela** y **Recta Perpendicular**. Aprenderá también como probar sus construcciones con la “prueba del arrastre”.



Recorrido 2: Un teorema sobre cuadriláteros

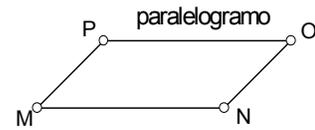
Construirá una figura sencilla (utilizando algunos comandos nuevos de los menús **Construir** y **Medir**) y la usará para investigar un teorema de geometría. Verá cómo la geometría dinámica le permite hacer generalizaciones con respecto a una clase completa de figuras a partir de una sola construcción. Aprenderá también cómo crear rótulos y comentarios para su dibujo usando la herramienta de **Texto**.

Recorrido 3: Arte con cuerdas

Al usar el comando **Rastro**, el comando **Animación** y un botón de acción de **Animación**, usted creará una hermosa obra de “arte con cuerdas” usando Sketchpad.

Recorrido 4: Un bestiario de cuadriláteros

Este recorrido es una introducción a los documentos multipáginas o de varias páginas con una colección de cuadriláteros hechos previamente. Aprenderá a navegar por las páginas de este documento, explorará una construcción usando su panel de Propiedades de Objeto y convertirá una construcción en una herramienta personalizada que podrá utilizar para repetir la construcción de manera automática.

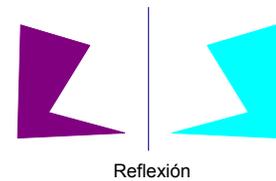


MN = 1.25 in.	$m\angle PMN = 43.2^\circ$
NO = 0.61 in.	$m\angle MNO = 136.8^\circ$
OP = 1.25 in.	$m\angle NOP = 43.2^\circ$
PM = 0.61 in.	$m\angle OPM = 136.8^\circ$

Recorridos 5 y 6 forman un grupo llamado Transformaciones.

Recorrido 5: Reflexión + Reflexión = ?

¿Qué transformación resulta de la composición de dos reflexiones? Cuando explore esta pregunta de geometría de transformaciones, verá cómo usar varios comandos del menú Transformar y la Calculadora de Sketchpad.



Recorrido 6: Construcción de un calidoscopio

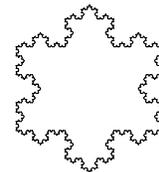
A partir de la figura del Recorrido 5, definirá su propia herramienta de transformación personalizada y después la usará para explorar con más detalle transformaciones y simetría con Sketchpad. Usará, entonces, la animación y el comando **Unir** para crear un hermoso, pero sencillo, calidoscopio.

Recorrido 7: Popurrí de álgebra

Difícilmente un recorrido es suficiente para cubrir las posibilidades de hacer álgebra con Sketchpad, de modo que este recorrido le dará una “probadita” de las diferentes aplicaciones, incluyendo graficación de funciones, graficación de una familia de curvas usando parámetros o deslizadores y la exploración de una función definida sobre los elementos de una circunferencia.

Recorrido 8: Construcción de un copo de nieve: Iteración

Aquí usará el comando **Iterar** para construir un fractal conocido como curva de Koch. Convertirá su construcción en una herramienta personalizada para hacer un copo de nieve de Koch.



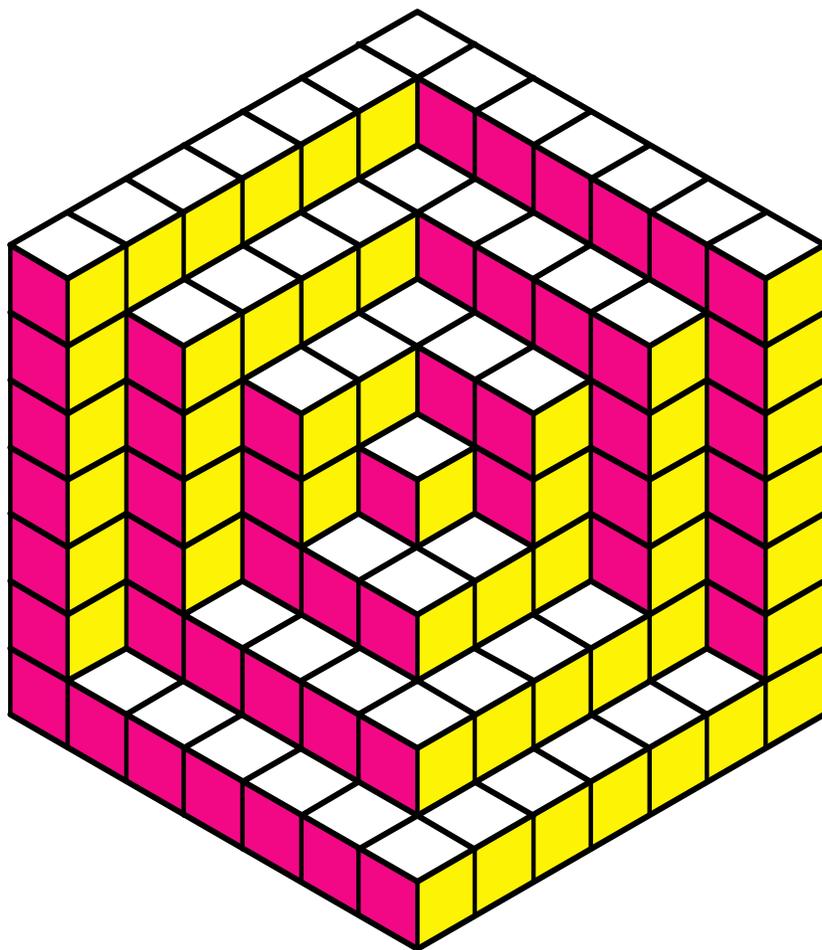
Instalación de Sketchpad

Las siguientes dos secciones describen cómo instalar Sketchpad para Windows®.

Instalación de Windows

Inserte el CD en su lector de CD-ROM y siga las instrucciones que aparecen en la pantalla. Si el programa de instalación no corre de manera automática, siga los siguientes pasos:

1. Haga doble clic en Mi PC.
2. Haga doble clic en el drive correspondiente al CD.
3. Haga doble clic en el icono “Instalar.exe.”
4. Siga las instrucciones que aparecen en su pantalla.



¿Un teselado de paralelogramos o una pila de cubos?

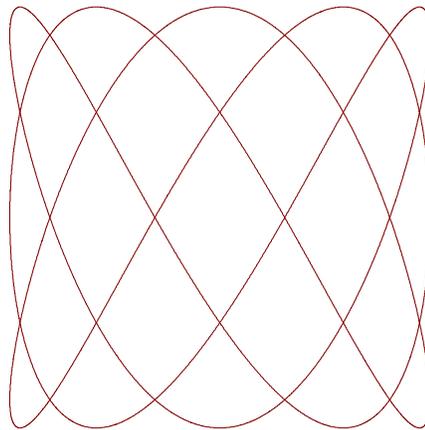
Lo básico

En esta sección se describen las habilidades de cómputo fundamentales que necesitará para usar Sketchpad y los fundamentos del programa mismo. Si usted es un usuario relativamente nuevo de Windows, lea el capítulo completo. Si no es el caso, recorra el capítulo y céntrese en las secciones Caja de herramientas y siguientes, o simplemente pase a los recorridos.

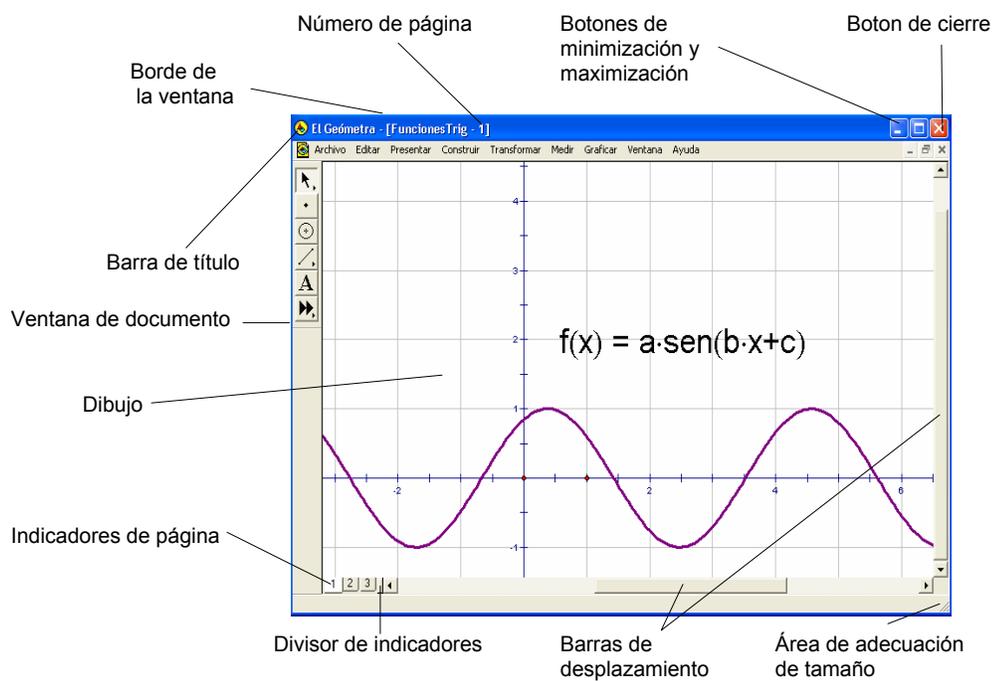
Qué debe saber sobre su computadora

Si no conoce Windows, empiece por leer los manuales que vienen con su computadora. Asegúrese de conocer los siguientes términos utilizados en este libro para las actividades con el ratón:

Apuntar	Mover el ratón hasta que la punta de la flecha se encuentre sobre el objeto deseado.
Hacer clic	Presionar y soltar rápidamente el botón del ratón (use sólo el botón izquierdo, a menos que se indique lo contrario).
Hacer doble clic	Presionar el botón del ratón dos veces en rápida sucesión (use el botón izquierdo del ratón).
Arrastrar	Apuntar al objeto que desee arrastrar, luego presionar y mantener presionado el botón izquierdo del ratón. Mover el ratón para arrastrar el objeto, luego soltar el botón del ratón.



Qué debe saber sobre Sketchpad



Ventana de documento

Lo básico

Las figuras de la página anterior muestran la ventana de documento como se vería en una computadora:

Barra de título: Arrastre para reponer la ventana en la pantalla.

Boton de cierre: Haga clic para cerrar la ventana.

Indicadores

de página: Haga clic para cambiar de página (sólo están presentes si el documento tiene más de una página).

Divisor

de indicadores: Arrastre para proporcionar más o menos espacio para los indicadores de página (sólo en documentos de más de una página).

Barras de

desplazamiento: Haga clic o arrastre para desplazar la ventana.

Área de adecuación

de tamaño: Arrastre para cambiar el tamaño de la ventana.

Borde

de Ventana: Arrastre el borde de la ventana para cambiar su tamaño.

Caja de

Maximización: Haga clic para expandir la ventana al tamaño más grande posible.

Caja de

Minimización: Haga clic para reducir la ventana a un icono.

Debido a que algunos objetos de dibujo, como rectas y rayos, se extienden más allá del área normal que se puede recorrer, siempre es posible presionar los botones de la barra de desplazamiento, incluso cuando la barra misma está en su límite.

Uso de menús

Selección de un comando de un menú

(Observación: Las ilustraciones correspondientes a estos pasos están en la siguiente página.)

1. Coloque el cursor en el nombre del menú que contiene el comando que desea utilizar.
2. Haga clic en el nombre del menú (tal vez en algunas computadoras sea necesario presionar el botón del ratón y mantenerlo presionado).

El menú se extiende para mostrar los comandos. Cada comando se va resaltando a medida que el cursor pasa por éste. Si un comando se ve opaco, quiere decir que no está disponible.

- Mueva el puntero por el menú hasta que lo que desee esté resaltado, luego haga clic en el botón del ratón (o suéltelo).



Selección de un comando del menú Presentar

¿Por qué algunos comandos de menú se ven opacos?

Cuando usted mira un menú (como el mostrado arriba), es posible observar que algunos comandos se ven opacos, texto en gris (**Mostrar todo lo oculto**, **Borrar rastros** y **Animar**, en la figura). Estos comandos no están disponibles por el momento debido a que requieren que se cumpla alguna condición especial. Por ejemplo, **Mostrar todo lo oculto** sólo está disponible si previamente usted ha ocultado por lo menos un objeto en el dibujo activo. En esta guía se explicará cuando y por qué los comandos están disponibles.

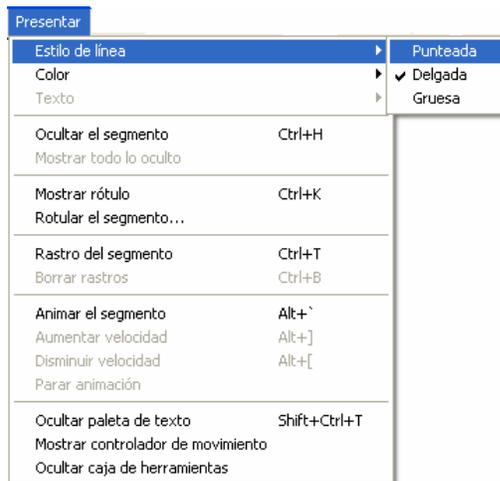
Selección de comandos de menú desde el teclado

En el menú mostrado arriba, el comando **Rastro** tiene un símbolo a su derecha: Ctrl+T. Esto indica una manera alternativa de acceder al comando, diferente a seleccionarlo del menú: un atajo con el teclado. Presione la tecla Ctrl y después presione T para acceder a este comando desde el teclado.

Selección de un comando de un submenú

Observe que en el menú Presentar (arriba) los primeros comandos tienen triángulos después de su nombre. Esto significa que cada uno de éstos contiene un submenú. Para elegir un comando de un submenú:

1. Presente el menú y mueva el cursor hasta el comando que desee.
El submenú aparece.
2. Mueva el cursor hasta el triángulo y sobre el submenú hasta el comando que desee.
3. Presione (o suelte) el botón del ratón.



Selección de un elemento de un submenú

Los comandos de menú que terminan con (...) presentarán una caja de diálogo en la que se pide información adicional.

Cajas de diálogo

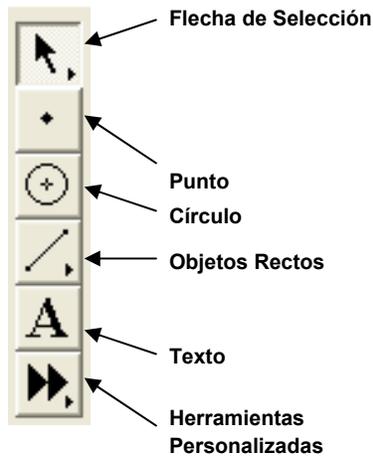
Las cajas de diálogo le permiten proporcionar información adicional requerida por algunos comandos. Por ejemplo, cuando selecciona el comando **Trasladar** del menú Transformar, aparece la caja de diálogo que mostramos a la derecha. Cuando haya elegido las opciones deseadas y proporcionado la información apropiada, haga clic en **Trasladar** para seguir adelante. Haga clic en **Cancelar** si decide que no desea que se ejecute el comando. Haga clic en el botón **Ayuda** para traer a la pantalla material de referencia en línea a la caja de diálogo abierta (también puede presionar la tecla F1).



Caja de diálogo Trasladar

La Caja de herramientas

La Caja de herramientas (en un principio localizada en el lado izquierdo de la ventana de dibujo) contiene herramientas para seleccionar, arrastrar, crear y rotular objetos, así como para acceder a herramientas personalizadas.



Selecciona y arrastra objetos. Existen tres herramientas de **Flecha de Selección** (véase, Elección de una herramienta de una paleta). Las herramientas trasladan, rotan y dilatan objetos, respectivamente.

Crea puntos.
Crea círculos.

Crea segmentos de rectas, rayos o semirrectas y rectas. Existen tres herramientas de **Objetos Rectos**, una para cada tipo de objeto recto.

Crea y manipula rótulos, y crea cajas de comentarios.

Contiene una lista de las herramientas personalizadas disponibles y de los comandos para crear y trabajar con herramientas personalizadas.

Elección de una herramienta de la Caja de herramientas

Haga clic en la herramienta que desee usar. La herramienta permanece activa hasta que usted escoja otra herramienta.

Elección de una herramienta de una paleta

Las herramientas de **Flecha de Selección** y de **Objetos Rectos** en realidad son paletas de herramientas.



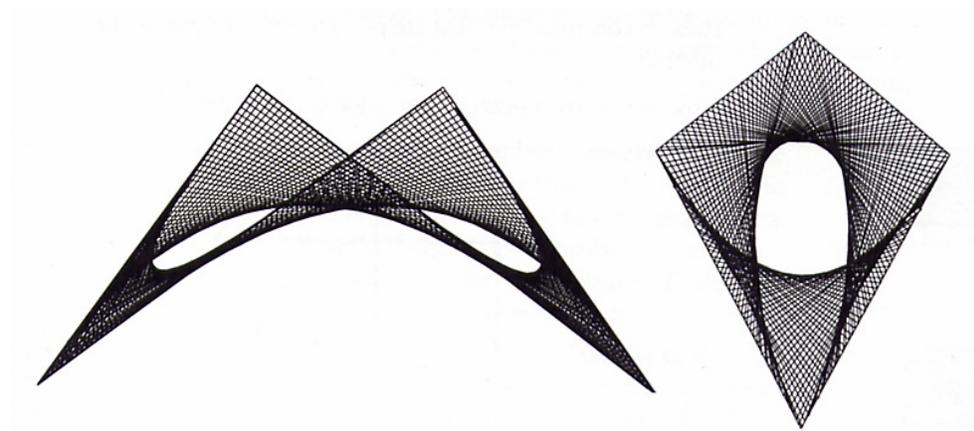
Lo básico

Para elegir una herramienta de cualquiera de estas paletas:

1. Coloque el cursor sobre la herramienta actual de **Flecha de Selección** o de **Objetos Rectos** de la Caja de Herramientas.
2. Mantenga presionado el botón del ratón para ver la paleta completa.
3. Arrastre el cursor hacia la derecha hasta que se resalte la herramienta que desee usar y suelte el botón del ratón.

Recorridos 1–4: Una introducción a Sketchpad

En esta serie de recorridos centrados en los cuadriláteros, aprenderá muchas de las características fundamentales de Sketchpad. Construirá, manipulará y examinará cuadriláteros, creará obras de arte basadas en estos polígonos y explorará un teorema geométrico concerniente a este tipo de figuras planas. Cuando haya terminado los cuatro recorridos (además, quizá, ¡de estar un poco cansado de los cuadriláteros!), será un experto usuario de Sketchpad con un buen entendimiento de las operaciones básicas del programa.



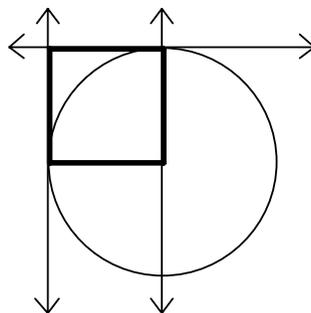
Durante los recorridos, siéntase en libertad de experimentar todo lo que desee. Al intentar hacer cosas por cuenta propia, aprenderá de la forma más adecuada para usted. Además, una de las mejores características de Sketchpad es su *capacidad ilimitada para deshacer*. Esto significa que si elige repetidamente **Deshacer** del menú Editar (o presiona Ctrl+Z), puede regresarse tantos pasos como quiera, ¡hasta el principio de su sesión actual! Así pues, experimente a placer. Juegue. Siempre es posible regresar al punto donde estaba y proseguir con el recorrido desde ahí.

Recorrido 1: Construcción de un cuadrado

En este recorrido, jugará con las herramientas básicas de Sketchpad y tendrá una primera impresión sobre la construcción de una figura geométrica: un cuadrado.

Qué aprenderá

- Cómo usar el comando **Deshacer** para regresarse a través de sus acciones.
- Cómo construir segmentos y círculos.
- Cómo seleccionar y arrastrar objetos.
- Cómo construir rectas perpendiculares o paralelas a otras rectas.
- Cómo construir puntos en la intersección de dos objetos.
- Cómo guardar documentos de Sketchpad.



Juego libre

Si ésta es su primera experiencia con Sketchpad, quizá encuentre difícil resistirse a jugar con las herramientas y los comandos de menú cuando abra su primer dibujo. Empezaremos este recorrido animándole a hacer exactamente eso, y dándole sólo un poco de orientación.

1. Inicie Sketchpad si aún no está corriendo o elija **Dibujo Nuevo** del menú Archivo.



Aparece una nueva ventana de dibujo en blanco

2. Intente hacer lo que se recomienda a continuación:

A lo largo de los recorridos, aprenderá más sobre cada una de estas herramientas.

- Las herramientas de **Punto**, **Círculo** y **Segmento** (mostradas a la derecha de arriba hacia abajo como aparecen en la Caja de herramientas) se conocen como herramientas de *manos libres*. Utilice estas herramientas para dibujar objetos en el plano del dibujo (la parte principal de la ventana). Haga clic en una de las herramientas para elegirla. Luego haga clic en la ventana de dibujo para construir objetos. Haga clic una vez con la herramienta de **Punto** para dibujar un punto. Haga clic dos veces (en ubicaciones diferentes) con las herramientas de **Círculo** y **Segmento** para dibujar círculos y segmentos de recta. Intente hacer clic en diferentes lugares, a veces en espacios en blanco y otras sobre objetos que ya haya construido (puntos, círculos y segmentos).
- 
- Ya que su dibujo esté “bien poblado”, elija la herramienta de **Flecha de Selección** de la Caja de Herramientas. Esta herramienta se utiliza para seleccionar y arrastrar objetos. Practique el arrastre, en particular, arrastre objetos que estén unidos a otros objetos. Para deseleccionar todos los objetos, haga clic en un espacio en blanco.
- 
- Haga clic en objetos con la herramienta de **Texto** para mostrar u ocultar rótulos. Haga doble clic en los objetos o en los mismos rótulos para cambiar un rótulo. Haga doble clic en un espacio en blanco para empezar a escribir un comentario.
- 
- Use de nuevo la herramienta de **Flecha** para seleccionar uno o varios objetos. Vea cuáles comandos están disponibles en los menús y pruebe algunos. Verá que algunos comandos están disponibles para la mayoría de selecciones, mientras que otros requieren selecciones muy específicas para que estén disponibles.

Tomándolo en serio

3. Cuando esté listo para seguir, haga lo siguiente: Elija **Deshacer** del menú Editar, o mejor presione Ctrl+Z, para ir hacia atrás en su trabajo.

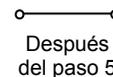
*Observación: Mantener presionada cualquiera de las combinaciones en el teclado hará que Sketchpad se regrese repetidamente. Presione la tecla Shift mientras elige **Deshacer**, para **Deshacer Todo** en un solo paso. Para rehacer los pasos que desbizo, elija **Rehacer** del menú Editar (Ctrl+R).*

Si la herramienta de **Objetos Rectos** se ve diferente de la mostrada, presione y mantenga presionado el botón del ratón sobre la herramienta de **Objetos Rectos** actual y elija la herramienta de **Segmento** de la paleta que aparezca.

Nota: Si se atora en cualquier punto de este recorrido, sólo abra **Recorrido1_Paso a Paso.gsp** de la carpeta **Recorridos** (que se encuentra en la carpeta **Muestras** junto al programa). Se trata de dibujos con instrucciones paso a paso para la mayoría de los recorridos.

Recuerde que la herramienta de **Flecha** se utiliza para seleccionar y arrastrar objetos.

4. Ahora debe estar trabajando en un dibujo en blanco: Elija la herramienta de **Segmento** de la Caja de herramientas.
5. Construya un segmento horizontal para que funcione como el lado inferior de su cuadrado. Mantenga presionada la tecla Shift mientras lo hace para que el segmento se construya de manera horizontal.
6. Elija la herramienta de **Círculo** de la Caja de Herramientas.



Después del paso 5

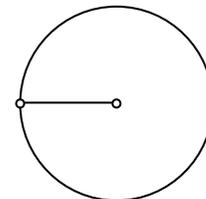


¿Por qué cree que se necesita una herramienta para dibujar círculos para construir un cuadrado?

7. Coloque la herramienta de **Círculo** sobre el extremo derecho del segmento.

El punto queda resaltado, lo cual indica que será el centro del círculo que está a punto de construir.

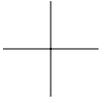
8. Con el extremo derecho resaltado, haga clic con el botón del ratón. Desplace la herramienta de **Círculo** hacia el otro extremo (mientras arrastra el ratón, verá el círculo que está construyendo). Haga clic una segunda vez cuando el extremo izquierdo quede resaltado.



Después del paso 8

Se construye un círculo centrado en el extremo derecho y que pasa por el extremo izquierdo.

9. Con la herramienta de **Flecha de Selección** activada, arrastre cada uno de los dos extremos para asegurarse de que el círculo está unido al segmento. Si no lo está, y en realidad hay más de dos puntos en el dibujo, elija **Deshacer** del menú Editar hasta que desaparezca el círculo. Repita los pasos 6 a 8, teniendo cuidado de



Construcción de un cuadrado

que la herramienta de **Círculo** esté colocada en primer lugar sobre el extremo derecho y sobre el izquierdo en segundo (cada extremo debe estar resaltado cuando haga clic).

10. Haga clic con la **Flecha** en un espacio en blanco para deseleccionar todos los objetos.

Es importante deseleccionar objetos (haciendo clic en un espacio en blanco) antes de hacer una nueva selección. En caso contrario, puede terminar seleccionando más objetos de los que usted deseaba

Construcción de rectas perpendiculares y paralelas

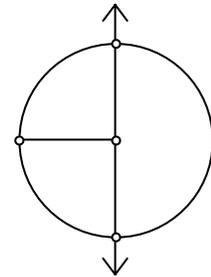
A continuación construirá una recta que pase por el centro del círculo y perpendicular al segmento. Observe que tuvimos que declarar estos dos hechos, “por el centro del círculo” y “perpendicular al segmento”, para aclarar de qué recta hablamos. Del mismo modo, Sketchpad necesita que se seleccionen dos elementos, un punto y un objeto recto, para construir una recta perpendicular (o paralela).

11. Seleccione el segmento y su extremo derecho, haciendo clic en ellos con la **Flecha**. Elija **Recta perpendicular** del menú Construir.

Se construye una recta perpendicular al segmento seleccionado que pasa por el punto.

12. Con la recta aún seleccionada, seleccione también el círculo. Luego elija **Intersecciones** del menú Construir.

Aparecen puntos en donde se intersecan la recta y el círculo.

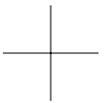


Después del paso 12

Para construir una recta paralela, Sketchpad necesita que le den un objeto recto de referencia y un punto por donde pasará la recta paralela (al igual que con las rectas perpendiculares).

13. Deseleccione todos los objetos haciendo clic en un espacio en blanco. Seleccione el punto superior que acaba de crear y el segmento original. Luego elija **Recta paralela** del menú Construir.

Se construye otra recta.

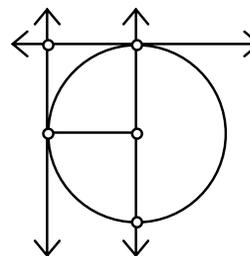


Recorrido guiado 1

- Use la **Recta perpendicular** o la **Recta paralela** para construir una recta vertical que pase a través del extremo izquierdo del segmento original.

Use la misma técnica que utilizó en los pasos 11 o 13.

- Deseleccione todos los objetos. Seleccione las dos rectas construidas en los dos últimos pasos y elija **Intersección** del menú Construir.



Después del paso 15

Terminación de la construcción y la “prueba del arrastre”

Existen muchas razones para arrastrar, algunas de ellas son explorar casos relacionados, comparar mediciones y crear patrones visuales. Pero cuando el propósito es probar si una construcción “se mantiene”, a esto lo llamamos la *prueba del arrastre*.

Todavía hay que “pulir” un poco, pero ahora tiene ya los cuatro puntos que definen su cuadrado. Tómese un momento para arrastrar varias partes del dibujo. Cuando se arrastra un objeto, Sketchpad mueve los objetos relacionados con el fin de preservar las relaciones matemáticas que usó para definir la figura. Por ejemplo, sin importar la forma en que se arrastren los objetos, la recta que pasa por el centro del círculo siempre es perpendicular al segmento original. ¿Por qué? ¡Porque ésta es la forma en que usted la definió en el paso 11!

- Seleccione todos los objetos *menos* los cuatro vértices del cuadrado y el segmento original. Sabrá que ha seleccionado el número correcto de objetos si en la *Línea de estado* se lee “Seleccionados: 5 objetos”.

La Línea de estado es el texto informativo que aparece en el lado inferior izquierdo de la ventana de dibujo.

- Elija **Ocultar objetos** del menú Presentar.

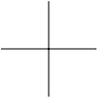
*Deberá ver sólo las cuatro esquinas y el lado inferior del cuadrado. Si ocultó objetos que no debía ocultar, solo escoja **Deshacer ocultar objetos** del menú Editar e inténtelo de nuevo.*



Después del paso 17

- Con la herramienta de **Segmento**, construya los restantes tres lados del cuadrado.

¡Voilà! ¡Ha creado su primera construcción con Sketchpad!



Construcción de un cuadrado

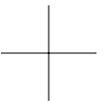
¿Su figura es un cuadrado sin importar cómo arrastre sus partes? Si no, no se trata de un cuadrado real de Sketchpad. Ésta es la esencia de la “prueba del arrastre”.

19. Utilice la herramienta de **Flecha de Selección** para arrastrar de nuevo diferentes partes de su cuadrado.
20. Elija **Guardar** del menú Archivo. Póngale a su dibujo un nombre descriptivo como Cuadrado y haga clic en Guardar.

Recuerde dónde guardó este dibujo porque lo necesitará en un recorrido posterior

Reto adicional

Antes de continuar, es conveniente que haga algunas construcciones por su cuenta. Usando las técnicas que ha aprendido hasta este punto, intente construir un paralelogramo, un rectángulo o un rombo. No se le olvide probar sus construcciones con la prueba del arrastre. No se preocupe si no puede determinar cómo hacer las construcciones, las técnicas que se verán en los siguientes capítulos abundarán en lo aprendido aquí.

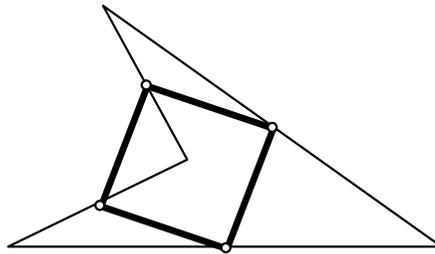


Recorrido 2: Un teorema sobre cuadriláteros

En ocasiones uno se enfrenta a un teorema que no tiene mucho sentido, no corresponde a su intuición o simplemente no produce la impresión suficiente para que se nos quede en la memoria. Una buena forma de tratar con este tipo de situaciones es explorar el teorema con Sketchpad. En este recorrido, presentaremos un teorema geométrico como si fuera un problema. A medida que lo vaya resolviendo, aprenderá muchas características nuevas de Sketchpad.

¿Qué aprenderá?

- Cómo construir un polígono con la herramienta de **Segmento**.
- Cómo mostrar el rótulo de un objeto.
- Cómo medir longitudes y ángulos.
- Cómo crear un comentario.
- Cómo aplicar opciones de formato a su texto.



Cuando se unen los puntos medios de los lados de un cuadrilátero, la figura que se obtiene es siempre un _____.

Este teorema de la geometría tiene una palabra clave que no pusimos. Nuestro objetivo es utilizar Sketchpad para descubrir la palabra que va en el espacio en blanco. No importa si el teorema le parece un poco avanzado o si es demasiado sencillo. La cuestión es aprender cómo usar Sketchpad para hacer y verificar conjeturas.

Construcción de un cuadrilátero cualquiera

Un “cuadrilátero cualquiera” es aquel que no tiene propiedades especiales, como lados congruentes o ángulos rectos.

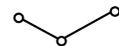
1. Inicie Sketchpad si aún no está corriendo. Si ya está activo, elija **Nuevo dibujo** del menú Archivo.

2. Use la herramienta de **Segmento** para dibujar un segmento.



3. Construya un segundo segmento que comparta un punto extremo con el primero.

El extremo compartido quedará resaltado antes de que haga clic si la herramienta está en el lugar adecuado.

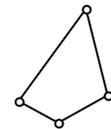


Después del paso 3

4. Construya dos segmentos más para completar el cuadrilátero.

5. Con la herramienta de **Flecha** arrastre algunos de los puntos y los segmentos para asegurarse de que la figura se mantiene unida.

Se trata de nuevo de la “prueba del arrastre”. Si su cuadrilátero no se queda unido, deshaga varios pasos y dibuje nuevos segmentos, teniendo cuidado de conectar los puntos extremos.



Después del paso 5

Construcción del cuadrilátero inscrito

Ahora que ya tiene un cuadrilátero, recuerde el teorema que está explorando. Comienza así: “Cuando se *unen* los *puntos medios* de los lados de un cuadrilátero...” Continuará ahora con la construcción de cuatro puntos medios y luego los unirá.

6. Deseleccione todos los objetos haciendo clic en un espacio en blanco. Seleccione los cuatro lados del cuadrilátero en orden consecutivo.

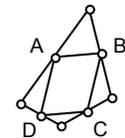
7. Elija **Puntos medios** del menú Construir.

8. Con los cuatro puntos medios aún seleccionados, escoja **Mostrar rótulos** del menú Presentar.

9. Con los cuatro puntos medios aún seleccionados, escoja **Segmentos** del menú Construir.

Se construye el cuadrilátero inscrito.

Puesto que se seleccionaron cuatro segmentos, los cuatro puntos medios se construirán en un solo paso.



Después del paso 9

Arrastre y medición para confirmar su conjetura

Hipótesis y conjetura son una manera elegante de referirse a una “suposición razonable”

Es posible que ya tenga una hipótesis sobre qué tipo de cuadrilátero es la figura interior. Sin embargo, tenga cuidado porque puede ser que tenga esa forma sólo para un tipo particular de cuadrilátero externo. Necesita convencerse a sí mismo de que su conjetura es válida, *sin importar que forma tenga el cuadrilátero externo*. Esto requiere de un arrastre. Para tener más confianza en su respuesta, puede también hacer mediciones.

10. Arrastre varias partes del cuadrilátero original, sin perder de vista la figura inscrita.

11. Ahora seleccione los cuatro segmentos internos y elija **Longitud** del menú Medir.

$$m\overline{AB} = 2.53 \text{ cm}$$

Aparecen cuatro mediciones de longitud

12. Deseleccione todos los objetos. Luego seleccione tres puntos medios consecutivos y elija **Ángulo** del menú Medir.

$$m\angle ABC = 84.61^\circ$$

Aparece la medición de un ángulo debajo de las mediciones de longitud.

Observe que el vértice del ángulo medido fue el segundo de los tres puntos seleccionados.

13. Seleccione de nuevo tres puntos medios consecutivos, el segundo punto (vértice) seleccionado diferente al de los primeros tres y elija **Ángulo**. Repita este paso dos veces más, asegurándose de seleccionar como segundo punto un punto diferente cada vez.

Deberá tener ahora cuatro mediciones de ángulo, una por cada ángulo del cuadrilátero inscrito.

14. Arrastre varias partes del cuadrilátero original, hágalo ancho, estrecho, cóncavo, etcétera. ¿Qué sucede con las mediciones? ¿Qué es lo que cambia y qué no? ¿Tiene más confianza ahora con respecto a su conjetura? (con toda la confianza que pueda tener, ¿cree que ha *probado* el teorema?)

La respuesta a nuestro reto, la palabra que va en el espacio en blanco, se encuentra en la ilustración que está al final de este recorrido.

Creación de un comentario y uso de la paleta de texto

Para terminar, creemos un comentario para este dibujo, de modo que quien lo vea sepa qué está pasando.



15. Escoja la herramienta de **Texto** de la Caja de herramientas.
16. Haga doble clic en una parte en blanco del dibujo para iniciar un nuevo comentario.
17. Use su teclado para escribir el comentario, quizá planteando su conjetura sobre el cuadrilátero interno. Haga clic fuera del comentario para cerrarlo. Arrastre la esquina inferior derecha del comentario para ajustar sus márgenes.

Para aprender más sobre las diferentes partes de la **paleta de texto**, véase el *Manual de referencia* o el sistema de ayuda de Sketchpad.

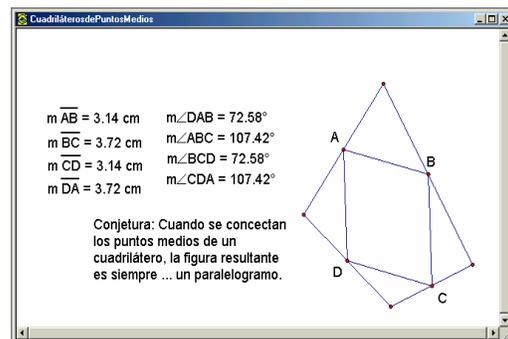
Tal vez haya observado un nuevo conjunto de herramientas con comentarios (u otros objetos de texto). A éste se le conoce como *paleta de texto*. Puede usar la paleta de texto para aplicar opciones de formato de texto, como estilo, tamaño y color del tipo de letra, y de formato matemático más avanzado (puede mostrar u ocultar manualmente la paleta utilizando el comando **Mostrar paleta de texto** u **Ocultar paleta de texto** del menú Presentar).



Paleta de texto

Mientras explora la Paleta de Texto, es conveniente que también experimente con la notación matemática. Haga clic en el botón del extremo derecho de la Paleta de Texto para mostrar las herramientas de notación matemática.

18. Use la Paleta de Texto para cambiar el tipo de letra, el color del texto y otras características disponibles del comentario. Los cambios afectarán al comentario completo porque se encuentra activado. Con la herramienta de **Texto**, haga clic y arrastre dentro del comentario para resaltar una parte del texto y aplicar los cambios solamente a esa parte.
19. Cuando esté listo, guarde su dibujo.

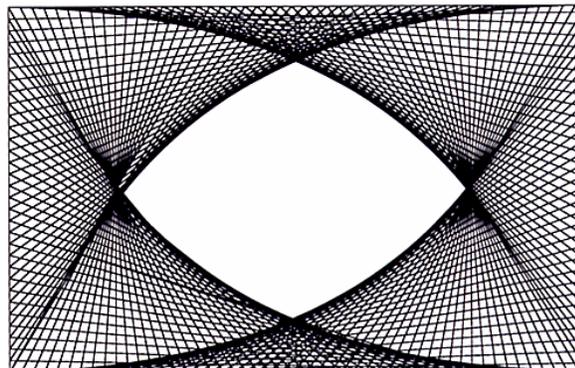


Recorrido 3: Arte en cuerdas

Los primeros dos recorridos trataron sobre temas de geometría tradicional. En recorridos posteriores, verá que Sketchpad es igual de útil en álgebra, en geometría de fractales y en otras áreas. Pero una de las mejores cosas que puede hacer con Sketchpad es usar las matemáticas en formas menos tradicionales. En el presente recorrido, aprenderá sobre las características de rastreo y animación mientras crea algunas estupendas versiones de “arte en cuerdas”.

Qué aprenderá

- Cómo iniciar una animación simple.
- Cómo usar el Controlador de Movimiento para controlar una animación.
- Cómo rastrear un objeto.
- Cómo usar el menú de Contexto para acceder a ciertos comandos.
- Cómo crear un botón de acción de Animación.



Selección y rastreo

Encontrará la carpeta **Recorridos** dentro de la carpeta **Muestras**, que está dentro de la misma carpeta que el programa Sketchpad.

1. Abra el dibujo **ArteEnCuerdas.gsp** de la carpeta **Recorridos**.

Verá dos puntos construidos sobre un rectángulo y unidos por un segmento amarillo. El segmento representa una pedazo de cuerda, pero en lugar de construir más segmentos amarillos para representar más trozos de cuerda, pondrá el segmento en movimiento y verá su "rastro".

2. Seleccione el segmento amarillo haciendo clic en él con la herramienta de **Flecha**.

3. Elija **Animar** del menú Presentar.

El segmento empieza a moverse por el rectángulo. También aparece el Controlador de movimiento.



4. Verifique los botones del Controlador de movimiento. En particular, presione los botones de aumento y disminución de velocidad y el botón de inversión de velocidad. Cuando haya terminado, ponga la velocidad en un nivel moderado, 3 o 4.
5. Si el segmento amarillo aún está seleccionado, continúe con el siguiente paso. Si no, selecciónelo de la manera siguiente: presione Pausa en el Controlador de movimiento, haga clic en un espacio en blanco en la ventana de dibujo para deseleccionar todos los objetos, seleccione el segmento amarillo, luego presione de nuevo Pausa para continuar con el movimiento.
6. Escoja **Rastro del Segmento** del menú Presentar.

Verá ahora el rastro del segmento a medida que se desplaza por el rectángulo.

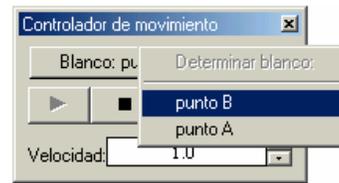
Recorrido guiado 3

7. Veamos cómo se ven las cosas con colores diferentes. Elija un color del submenú Color del menú Presentar (los colores brillantes se ven mejor sobre el fondo oscuro).

El color del segmento cambia y como consecuencia también cambia el color de su rastro. Intente diferentes colores hasta que encuentre el que le agrada más.

8. Experimente con la animación. Aquí le damos algunas sugerencias:

- Compare la animación cuando los dos extremos del segmento están juntos con la correspondiente cuando están más separados. Probablemente tendrá que presionar el botón Pausa, arrastrar uno de los extremos y luego presionar de nuevo Pausa para continuar con el movimiento.
- Haga que un punto se mueva con mayor rapidez que el otro. Para dirigir las acciones del Controlador de movimiento a un punto en particular, presione en la ventana de objetivo y mantenga presionado el botón del ratón a medida que lo lleva hasta el punto deseado, luego suéltelo, como se muestra en la ilustración. Ahora un cambio en la velocidad afectará sólo al punto objetivo.
- Arrastre los vértices del rectángulo para experimentar con diferentes formas.
- Haga que los extremos del segmento se mueven en direcciones opuestas (*Sugerencia:* Tome como objetivo sólo un punto e invierta su dirección con el botón de Inversión de dirección).



Verá que éste no es un verdadero rectángulo hecho con Sketchpad, ¡pues no pasa la prueba del arrastre! En este caso, sin embargo, esto fue intencional porque deseábamos tener mayor flexibilidad.

Tal vez haya observado que los rastros van desapareciendo gradualmente a medida que el segmento se desplaza por el rectángulo, permitiéndole ver el patrón variable sin que la pantalla se vea demasiado confusa. ¿Pero qué sucede si los rastros se desvanecen muy rápido o muy lento o no desaparecen en absoluto?

Las dos cajas de verificación que están en la parte inferior de la caja de diálogo controlan si los cambios se aplican sólo al dibujo actual o a todos los dibujos que se hagan de ahí en adelante (o ambos casos). Por omisión, se tiene activa la caja correspondiente a este dibujo

El atajo con el teclado para **Borrar Rastros** Ctrl+B.

- Escoja **Preferencias** del menú Editar. Vaya al panel de Color haciendo clic en su indicador que se encuentra cerca de la parte superior de la caja de diálogo.

La caja de verificación Desaparecer rastros con el tiempo hace que los rastros se desvanezcan o no. El deslizador que está a su derecha (disponible sólo cuando los rastros se desvanecen) controla la rapidez con que desaparecen.



Panel de Preferencias de Color

- Experimente haciendo que los rastros desaparezcan con mayor o menor rapidez o dejándolos en pantalla. Presentamos a continuación algunas sugerencias:
 - Utilice el menú de Contexto para regresar a Preferencias. Haga clic con el botón derecho del ratón en un espacio en blanco para obtener el menú de Contexto.
 - Con la opción de no desaparecer rastros, es posible que su rectángulo se llene rápidamente de color. Seleccione **Borrar Rastros** del menú Presentar para limpiar el rectángulo.

Construcción de un botón de acción de animación

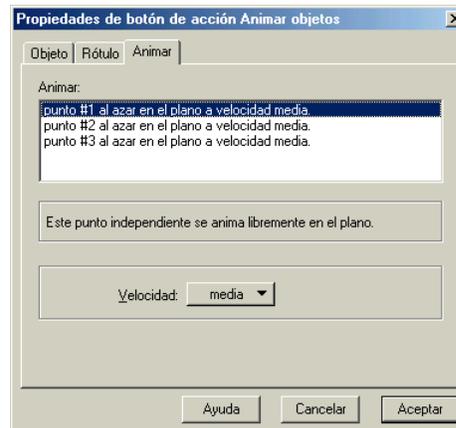
El uso del comando **Animar** o del botón Animar del Controlador de movimiento es la manera más fácil de iniciar animaciones. Pero si hay patrones específicos que desee animar, con velocidad y dirección especiales, los *botones de acción* de Animación le dan un mayor control.

- Presione el botón de Alto del Control de movimiento.
- Deseleccione todos los objetos, luego seleccione el segmento de “cuerda”. Elija **Animación** del submenú de Botones de Acción del menú Editar.

Aparece la caja de diálogo Propiedades de Animación.

Recorrido guiado 3

Hagamos un breve alto y preguntémonos, ¿qué sucede si usted no sabe qué hacer en una caja de diálogo como la que tenemos, o si desea saber más sobre un cierto tema? El sistema de ayuda de Sketchpad viene al rescate...



Caja de diálogo de Propiedades de Animación

13. Haga clic en el botón de Ayuda para acceder al tema de ayuda de este comando.

Su navegador de Internet, Netscape® o Explorer® probablemente, le llevará a una página apropiada del sistema de ayuda de Sketchpad, que contiene una versión electrónica del Manual de Referencia completo. Invierta unos momentos revisando los archivos de ayuda para que se dé una idea de lo que se tiene disponible. Observe que también puede acceder al sistema de ayuda a través de los comandos del menú de Ayuda.

Para obtener mayor información sobre las diferentes opciones de Velocidad y Dirección, consulte el *Manual de Referencia* o el sistema de ayuda de Sketchpad.

14. Regrese a Sketchpad (haga clic en Sketchpad del menú de Aplicaciones que está en la Barra de Tareas situada en la parte inferior de la pantalla). La caja de diálogo Propiedades de Animación estará abierta. Elija opciones de Velocidad y Dirección para los puntos *A* y *B*, los dos puntos que definen al segmento seleccionado. Cuando las opciones sean las que usted desee, haga clic en Aceptar.

Aparece un botón de animación. Presione el botón para iniciar la animación. Presiónelo de nuevo para parar la animación.

También puede obtener la caja de diálogo Propiedades de cualquier objeto si hace clic con el botón derecho.

15. Siga adelante y haga más botones de Animación con otras opciones. O para hacer cambios al botón existente, selecciónelo (haciendo clic en la banda negra que está en el extremo izquierdo) y escoja **Propiedades** del menú Editar.

Todos los colores del arco iris: Color paramétrico

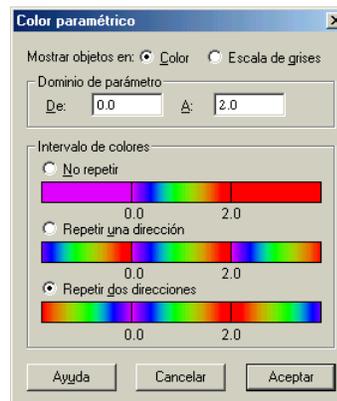
Observación: En esta sección final, le enseñaremos cómo utilizar una de las características avanzadas de Sketchpad para agregar un arco iris de colores a su animación. Si prefiere mantenerse con lo básico, siéntase en libertad de pasar al siguiente recorrido, ¡le prometemos que no se perderá nada esencial!

Si ha visto arte en cuerdas real, sabrá que una de las cosas que en verdad contribuye al efecto es el uso de diferentes colores. Aquí usted utilizará *color paramétrico* para colorear su segmento de acuerdo con su longitud. Es como colorear por números, a medida que el número (la longitud) cambia, el color cambia también.

Necesita darle a la medición un color brillante de modo que no desaparezca contra el fondo oscuro.

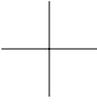
16. Si el segmento se encuentra en movimiento, presione el botón de Pausa del Controlador de movimiento.
17. Deseleccione todos los objetos, luego seleccione el segmento “cuerda”. Elija **Longitud** del menú Medir. Con la medición aún seleccionada, elija un color brillante del submenú Color del menú Presentar.
18. Seleccione la medición de longitud y el segmento del cual es la medida. Escoja **Paramétrico** del submenú Color.

Aparece la caja de diálogo de Color Paramétrico .



Caja de diálogo de Color paramétrico

19. Establezca el Dominio de Parámetros de 0 a 2 y haga clic en Aceptar.



Recorrido guiado 3

Las animaciones en las cuales los dos puntos se desplazan con velocidad diferente funcionan mejor con esta colorización en particular.

20. Arrastre uno de los puntos extremos de modo que el segmento se alargue y se acorte. ¡Su color cambia! Observe que de una longitud de 0 a 2 unidades el segmento toma todos los colores del arcoiris.
21. Desactive la pausa en la animación, presione uno de sus botones de animación o inicie una nueva.
22. Guarde su dibujo. Tómese un descanso o simplemente siga con el Recorrido 4: Una bestiario de cuadriláteros.

Recorrido 4: Un bestiario de cuadriláteros

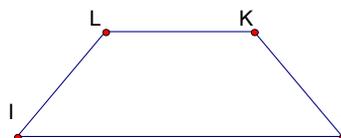
Un *bestiario* es “una colección” de descripciones de animales reales o imaginarios” Obviamente, ¡hemos usado el término un poco a la ligera!

Cuando trabaje con Sketchpad, en ocasiones creará sus propios dibujos desde el inicio, como lo hizo en los dos primeros recorridos. En otras ocasiones trabajará con dibujos (conocidos como dibujos *prehechos*) que otra persona ha construido, como en el Recorrido 3. En el presente, combinará estas dos clases de experiencias, explorará un dibujo prehecho, que es, en realidad, un *documento multipágina*, y luego agregará a éste su propia construcción. Además, aprenderá cómo convertir sus construcciones en herramientas fáciles de usar.

Qué aprenderá

- Cómo navegar en un documento multipágina.
- Cómo mostrar objetos ocultos (y volverlos a ocultar).
- Cómo explorar una construcción usando la caja de diálogo Propiedades del objeto.
- Cómo agregar páginas a un documento multipágina.
- Cómo convertir una construcción en una herramienta personalizada y cómo utilizar dicha herramienta.

trapezio isósceles



$$LK = 3.25 \text{ cm}$$

$$KJ = 3.03 \text{ cm}$$

$$JI = 7.12 \text{ cm}$$

$$IL = 3.03 \text{ cm}$$

$$m\angle ILK = 129.70^\circ$$

$$m\angle LKJ = 129.70^\circ$$

$$m\angle KJI = 50.30^\circ$$

$$m\angle JIL = 50.30^\circ$$

Navegación en un documento multipágina

1. Inicie Sketchpad (si aún no está corriendo) y elija **Abrir** del menú Archivo.
2. Encuentre la carpeta de **Recorridos** y abra el dibujo **Cuadriláteros.gsp**.

Este documento se conoce como *documento multipágina* porque contiene varias “páginas”, al igual que muchos sitios de Internet contienen muchas páginas relacionadas. Piense en él como un *cuaderno de dibujo* donde puede tener varios dibujos relacionados.

Si está conectado a Internet, sería conveniente que presionara el botón de TdC (Tabla de Contenidos) rotulado “pasa a la página principal de Sketchpad: ¡El botón lo lleva a la página principal de Sketchpad en Internet!

3. Practique la navegación por el cuaderno de dibujo usando tanto los botones de vínculo, como los que mostramos a la derecha, así como los indicadores de página que se encuentran en la parte inferior de la ventana

Regreso a TdC

Página anterior

Página siguiente

*Para presionar un botón, haga clic en él con la herramienta de **Flecha**.*

Exploración de las construcciones

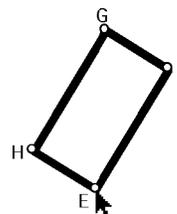
Intente lo siguiente:

4. Vaya a la página correspondiente a Trapecio isósceles y arrastre el punto *L*.

*¿Cuál es la relación entre los puntos *L* y *K*? ¿Qué es lo que hace a este trapecio isósceles? ¿Qué mediciones muestran que éste es isósceles?*

5. En la página Rectángulo, arrastre los puntos *E*, *H* y *G* del rectángulo (uno a la vez).

¿Cómo se comporta el rectángulo cuando arrastra cada uno de estos puntos?



6. En la página Paralelogramo, arrastre los segmentos *MN* y *NO* (uno a la vez), sin perder de vista las mediciones que hay abajo.

¿Qué observa sobre los ángulos y las longitudes de un paralelogramo?

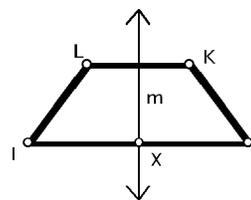
- Experimente arrastrando otros puntos y segmentos. Si alguna página se vuelve muy “confusa” sólo active repetidamente el comando **Deshacer**.

Así pues, ¿por qué se comportan los cuadriláteros de nuestro bestiario del modo en que lo hacen? ¿Qué mantiene a un rectángulo unido? ¿Por qué los puntos L y M son reflejo uno del otro? Las técnicas de exploración que usará para buscar las respuestas se pueden utilizar para investigar otros dibujos o para recorrer sus propias construcciones a medida que se vuelvan más complicadas.

Presentación de objetos ocultos y exploración de las propiedades de un objeto

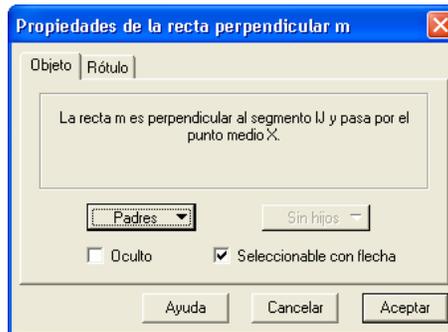
- Vaya a la página del Trapecio Isósceles. Elija **Mostrar todo lo oculto** del menú Presentar.

Verá ahora una pareja de objetos, actualmente seleccionados, que no estaban visibles.



- Haga clic en un espacio en blanco del dibujo para deseleccionar todos los objetos.
- Arrastre las diferentes partes del dibujo.
¿Cómo se relacionan los objetos del este dibujo con la recta m ? ¿Dónde se encuentra situado el punto X a lo largo del segmento IJ ?
- Deselectione todos los objetos, luego seleccione la recta m haciendo clic en ella. Escoja **Propiedades** del menú Editar.
Si ve algo diferente de lo que le mostramos a continuación, pruebe haciendo clic en el indicador de Objeto en la parte superior de la caja de diálogo.

Recorrido guiado 4



Panel de Propiedades del objeto

Tómese un momento para leer la descripción de la recta m . Evidentemente, esta recta fue construida utilizando el comando de **Recta perpendicular** teniendo seleccionados el segmento IJ y el punto X . Observe también que la caja de verificación **Oculto** no está activa, lo cual indica que la recta m se está mostrando. Podría ocultarla activando la caja. De igual modo, la recta m se puede seleccionar con la flecha, esto significa que si hace clic en ella con la herramienta de **Flecha**, la recta quedará seleccionada.

12. Mueva la caja de diálogo de Propiedades (arrástrela por su barra de título) hasta que pueda ver todos los objetos del dibujo.
13. Presione en el menú **Padres** y active una de las opciones y luego la otra (sin soltar el botón del ratón).

*Los objetos listados se activan en el dibujo cuando se les activa en este menú. Observe que los dos objetos listados en el menú **Padres** son los mismos dos de la descripción del objeto.*

14. Libere el botón del ratón sobre alguno de los padres de la recta m .

El panel de Objeto describe el punto elegido.

Los padres de un objeto son los elementos que lo definen, los objetos en los cuales la construcción está basada. Sus hijos son aquellos elementos definidos por el objeto.

También puede cambiar el rótulo de un objeto, y si éste se muestra o no, en el panel de Rótulo. Sólo haga clic en el indicador de Rótulo que se encuentra en la parte superior de la caja de diálogo. Pueden aparecer otros paneles en Propiedades, correspondientes a otro tipo de objetos.

15. Continúe “navegando por el árbol genealógico”. Vea si puede obtener el panel de Objeto de todos los objetos, incluyendo el de las mediciones. Ponga atención en la descripción de cada objeto y piense por qué tiene los padres y los hijos que tiene, y por qué funciona la construcción.

Necesita utilizar también el menú pop-up Hijos.

16. Cuando esté listo para continuar, haga clic en Aceptar.

Adición de una página al documento

Las siguientes dos secciones tratan sobre la pereza...este...es decir, sobre el *ingenio*. Ya ha construido un cuadrado, y puede ser que tenga interés en practicar haciendo más cuadrados, pero ahora aprenderá cómo sacar el mejor provecho de este esfuerzo.

Observe primero que nuestro *cuaderno* de dibujo se llama “Un bestiario de cuadriláteros” y, sin embargo, todavía no contiene al más perfecto de todos los cuadriláteros: ¡el cuadrado! Arreglaremos ahora esta falla.

17. Si el dibujo que hizo en el Recorrido 1 (que tal vez se llame **Cuadrado.gsp**) todavía está abierto, continúe con el paso siguiente. De otro modo, escoja **Abrir** del menú Archivo, revise las carpetas y los archivos hasta que éste quede activado y haga clic en Abrir.
18. Haga clic en cualquier parte de **Cuadriláteros.gsp** para que quede de nuevo como el documento activo.
19. Elija **Opciones de documento** del menú Archivo.

Aparece la caja de diálogo Opciones de documento.



Caja de diálogo de Opciones de documento

Puede cambiar el orden de las páginas en el documento si las arrastra en la lista de Páginas de documento. También puede cambiar el nombre de las páginas en el campo Nombre de página o eliminar páginas usando el botón Eliminar página.

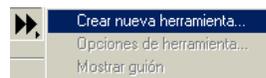
20. Agregue **Cuadrado.gsp** al *cuaderno* de dibujos eligiendo el archivo en el menú pop-up Agregar página, como se muestra en la figura de arriba. Luego haga clic en Aceptar.

Abra la nueva página haciendo clic en su indicador, que se encuentra en la parte inferior de la ventana de dibujo. Si no ve este indicador, presione las flechas que están a la derecha o a la izquierda de los indicadores para desplazarse por todos los indicadores de página.

Conversión de su cuadrado en una herramienta personalizada

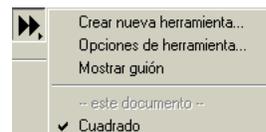
Si usted necesita construir varios cuadrados más, podría volverse algo tedioso hacer los mismos pasos una y otra vez. ¿No sería mejor que hubiera una herramienta especial para construir cuadrados? De hecho, usted puede convertir casi cualquiera de sus construcciones en una herramienta personalizada (disponible directamente de la Caja de Herramientas) que recrea la construcción con unos cuantos clics. Le presentamos cómo hacerlo.

21. Asegúrese de que esté activa la herramienta de **Flecha** en la página de Cuadrado. Ahora active **Seleccionar todo** del menú Editar.



Paso 22

22. Escoja **Crear Nueva Herramienta** del menú de Herramientas Personalizadas de la Caja de Herramientas. Escriba el nombre Cuadrado y haga clic en Aceptar.



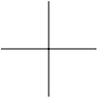
Después del paso 22

La nueva herramienta estará, ahora, listada en la parte inferior del menú de Herramientas Personalizadas, como se muestra en la ilustración.

23. Haga clic en el icono Herramientas Personalizadas de la Caja de Herramientas para escoger la herramienta más reciente, en este caso **Cuadrado**.

El cursor se convierte en una flecha blanca con un punto en su extremo.

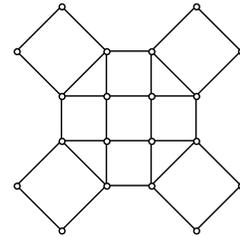
24. Haga clic en el botón del ratón en cualquier lugar del plano del dibujo para construir uno de los vértices del cuadrado. Ahora mueva la herramienta a donde usted desee que esté el segundo vértice y haga clic de nuevo.



Un bestiario de cuadriláteros

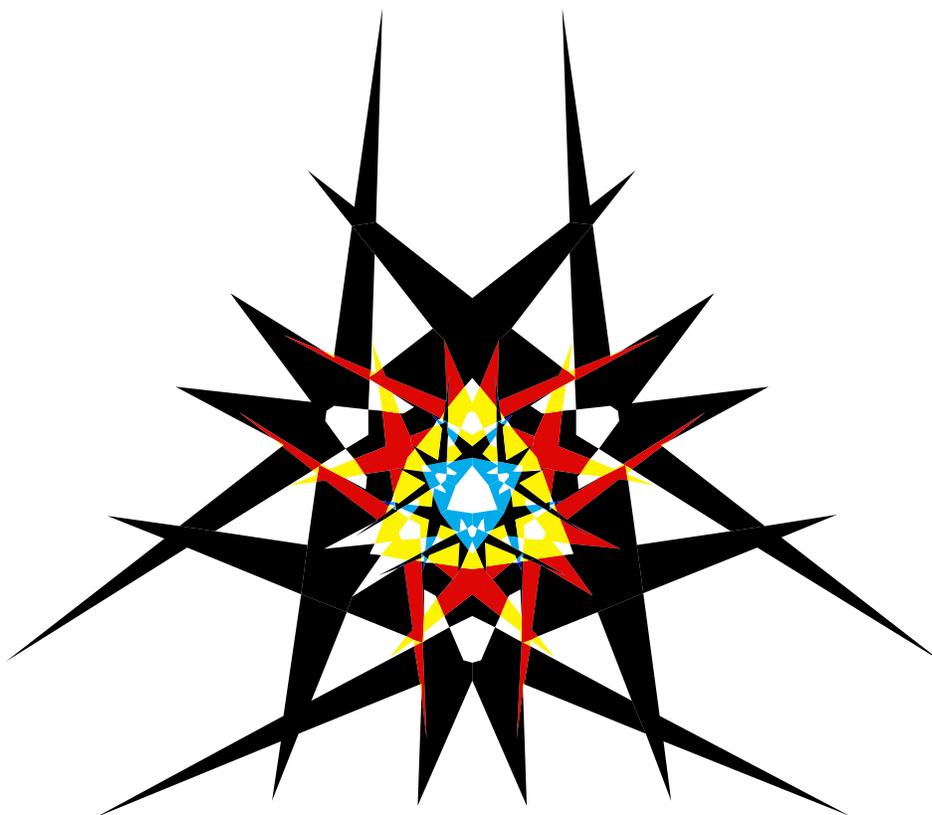
*Su herramienta construye un cuadrado definido por los dos puntos construidos en los lugares donde usted hizo clic. La herramienta **Cuadrado** está todavía activa, lista para seguir construyendo cuadrados hasta que usted escoja una herramienta diferente.*

25. Practique con la herramienta construyendo cuadrados. Observe que la dirección en la cual se construye el cuadrado depende de la ubicación relativa de los dos puntos. Pruebe lo siguiente:
- Construya un cuadrado haciendo clic de izquierda a derecha.
 - Construya un cuadrado haciendo clic de derecha a izquierda.
 - Mantenga presionada la tecla Shift mientras utiliza la herramienta. Esto limita las pendientes de los segmentos a incrementos de 15° , facilitando la construcción de segmentos perfectamente horizontales o verticales.
 - Experimente con el comando **Deshacer** (observe que deshace el guión de la construcción completa).
 - Al hacer clic en puntos existentes o en otros objetos, puede construir cuadrados “unidos” a tales objetos. Pruebe su herramienta de **Cuadrado** (y no otra) para construir la figura siguiente. ¡Vea qué otros patrones puede crear!



Recorrido 5 y 6: Transformaciones

La geometría de transformaciones explora cómo las figuras pueden girarse, voltearse, deslizarse, alargarse o encogerse. En este par de recorridos, explorará algunas de tales transformaciones usando el menú Transformar de Sketchpad. Empezará investigando un problema fundamental que tiene que ver con reflexiones y rotaciones. Después podrá crear un calidoscopio sencillo. Al mismo tiempo, aprenderá un poco más sobre el menú Medir y las herramientas personalizadas.

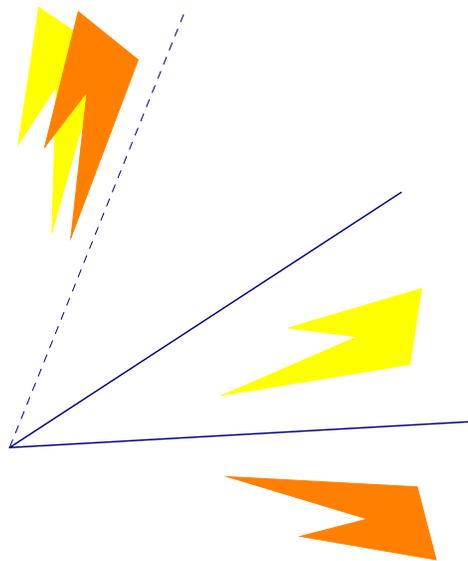


Recorrido 5: Reflexión + Reflexión = ?

En este recorrido, investigará un tema de la geometría de transformaciones y verá cómo Sketchpad realmente puede darle vida.

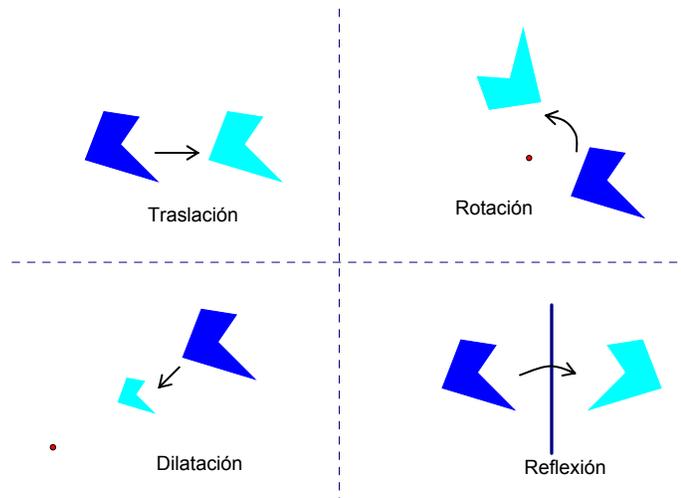
¿Qué aprenderá?

- Cómo construir rápidamente el interior de un polígono cualquiera.
- Cómo reflejar objetos con respecto a “ejes de reflexión”.
- Cómo usar la Calculadora de Sketchpad.
- Cómo girar un objeto con respecto a un punto y a un ángulo o un cálculo marcados.



Introducción

El menú Transformar de Sketchpad tiene comandos correspondientes a las cuatro transformaciones básicas:



En realidad, en algunos casos especiales, las dilataciones y las rotaciones son equivalentes. Por ejemplo, una dilatación por un factor de escala de -1 es equivalente a una rotación de 180° .

¿Cualquiera de estas cuatro transformaciones es más básica que las otras? En otras palabras, ¿puede lograrse cualquiera de ellas al combinar las otras? Por ejemplo, ¿pueden varias traslaciones tener el mismo efecto que una rotación? La respuesta es no, porque una rotación *gira* al objeto, mientras que las traslaciones no implican giros. ¿Varias rotaciones pueden tener el mismo efecto que una dilatación? De nuevo, la respuesta es no, porque una dilatación implica un cambio de *tamaño*, mientras que las rotaciones conservan el tamaño. Pero, ¿varias reflexiones, con respecto a diferentes rectas, tienen el mismo efecto que una rotación? Esto sí parece posible, y en el presente recorrido usted explorará esa posibilidad.



Construcción de espejos y el interior de polígonos

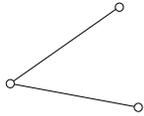
Recuerde:: Si se atora en cualquier punto de este recorrido, sólo abra el archivo **Recorrido5_Paso a Paso.gsp** de la carpeta **Recorridos** (que se encuentra en la carpeta **Muestras** junto a la aplicación misma). Hay dibujos Paso a Paso para la mayoría de los recorridos.

Al mantener presionada la tecla Shift, le está diciendo a Sketchpad que mantenga seleccionados los objetos construidos previamente.

Observe que cuando construye el interior de un polígono usted no selecciona los lados del polígono, sólo sus vértices.

Empezará construyendo los dos segmentos que servirán como “espejos” y el interior de polígono que será reflejado en ellos.

1. En un nuevo dibujo, utilice la herramienta de **Segmento** para dibujar un segmento.
2. Dibuje un segundo segmento que comparta uno de los puntos extremos del primero.

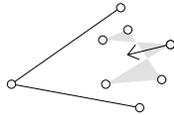


Después del paso 2

Nos referiremos a esta figura como la “V”

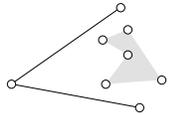
Un “polígono general” es un polígono que no posee propiedades especiales, como lados congruentes o ángulos rectos. Verá lo fácil que es construir uno en los siguientes dos pasos.

3. Elija la herramienta de **Punto** y haga clic dentro de la V para dibujar un punto. Con la tecla Shift presionada dibuje cuatro puntos más cercanos entre sí.



Deberá tener ahora cinco puntos, todos seleccionados, dentro de la V.

4. Elija **Interior de Pentágono** del menú Construir.



Si su polígono se dobla sobre sí mismo, arrastre los vértices hasta que aparezca como se muestra en la ilustración.

Paso 4: Arrastre el punto como se indica para obtener un polígono bien definido.

Marcación de espejos y reflexión con respecto a ellos

Ahora, para explorar la pregunta con la que iniciamos, refleje el interior del polígono con respecto a uno de los segmentos de la V, luego refleje la imagen obtenida con respecto al otro segmento.

5. Seleccione el segmento inferior y elija **Marcar espejo** del menú Transformar.

Una breve animación indica que el segmento ha sido marcado como espejo (o eje de reflexión) para reflexiones posteriores.



Recorrido Guiado 5

Las cosas se verán mejor en este recorrido y en el siguiente si utiliza colores claros.

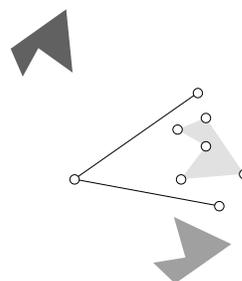
6. Seleccione el interior del polígono (haciendo clic en la figura misma) y escoja **Reflejar** del menú Transformar.

La imagen del interior aparece reflejada del otro lado del espejo.

7. Con la imagen todavía seleccionada, escoja un color diferente del submenú Color del menú Presentar. Luego haga doble clic en el segmento superior para marcarlo como nuevo espejo.

Ésta es una manera diferente de marcar un espejo.

8. Escoja de nuevo **Reflejar** para reflejar el pentágono seleccionado con respecto al nuevo espejo. Dé a esta segunda imagen un color diferente.
9. Arrastre un punto del polígono original y observe el efecto sobre las imágenes. Arrastre también otros objetos del dibujo.



Después del paso 8

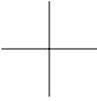
Tómese un momento para examinar su dibujo. ¿Cómo parece relacionarse el tercer polígono con el polígono original?

Tal vez haya observado que el tercer polígono parece ser una *rotación* del original. Para verificar esta conjetura, ahora rotará el polígono original hasta que quede encima del tercero. Después investigará más usando mediciones.

Marcación, rotación y medición

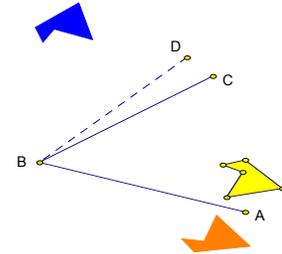
10. Active la herramienta de **Segmento**. Construya un tercer segmento fuera de la V, que comparta el mismo vértice, como se muestra en la ilustración.
11. Con el segmento seleccionado, escoja **Punteado** del submenú Estilo de Línea del menú Presentar.

La recta punteada diferencia al nuevo segmento de los dos originales.



Reflexión + Reflexión = ?

- Con la herramienta de **Texto**, haga clic en los cuatro puntos extremos siguiendo el orden que se muestra en la ilustración.



Después del paso 12

El objetivo de los siguientes pasos es girar el polígono original el ángulo más grande que recientemente ha creado. Empezará por marcar este ángulo, del mismo modo en que marcó el espejo.

Observe que cuando se marcan ángulos, al igual que cuando se miden, usted selecciona el vértice en *segundo* lugar. El ángulo marcado queda dirigido del primer punto, pasando por el vértice, hacia el tercero.

- Deselectione todos los objetos. Luego seleccione los tres puntos que definen un ángulo más grande en el siguiente orden: punto *A*, punto *B* y punto *C*.
- Con estos tres puntos seleccionados, escoja **Marcar ángulo** del menú Transformar.

Una breve animación indica que el ángulo ha sido marcado para rotaciones subsecuentes.

- Seleccione el extremo común de los segmentos (el vértice) y escoja **Marcar Centro** del menú Transformar.

Una breve animación indica que el punto ha sido marcado como centro para subsecuentes transformaciones.

- Seleccione el polígono original y escoja **Rotar** del menú Transformar. Asegúrese de que esté activa la opción Rotar según: ángulo marcado, luego haga clic en Rotar.

Aparece una imagen rotada un ángulo igual al que marcó en el paso anterior.



Caja de diálogo de rotación

- Arrastre el punto *D* hasta que el nuevo polígono y la segunda imagen coincidan.

El nuevo polígono se mueve a medida que usted arrastra el punto *D*. ¿Por qué? Porque al hacerlo está cambiando el ángulo que define a la rotación.

¿Cómo se compara el ángulo formado por las dos rectas especulares (la *V* original) con el ángulo de rotación del último polígono (la *V* más grande)? Haga una conjetura antes de proseguir.

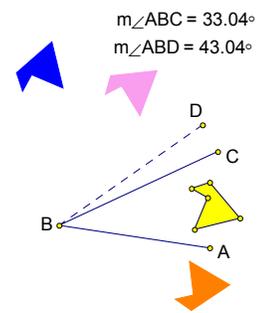


18. Mida el ángulo V ($\angle ABC$). Para hacer esto, seleccione los tres puntos que definen al ángulo y elija **Ángulo** del menú Medir. Asegúrese de seleccionar el vértice (punto B) en segundo lugar.

Aparece la medida del ángulo.

19. Use la misma técnica para medir el ángulo más grande, $\angle ABD$.

¿Su conjetura parece correcta? Arrastre algunos puntos para explorar otros casos relacionados.



Después del paso 19

Rotación por un cálculo marcado

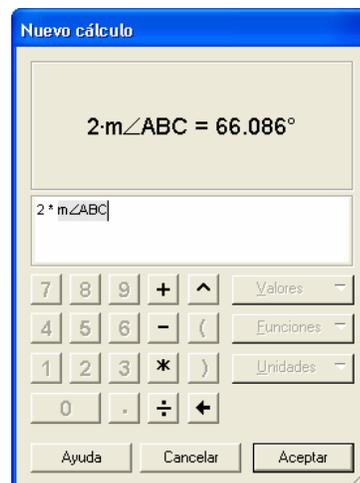
Probablemente haya encontrado que el ángulo más grande mide el doble que el pequeño cuando los dos polígonos coinciden. Podría, en este momento, empaclar sus cosas y retirarse. Pero para tener más certeza en la conclusión, y tener una introducción a la Calculadora de Sketchpad, giraremos el polígono original una cantidad calculada de *exactamente* el doble del ángulo V .

20. Seleccione el punto D y presione la tecla de Retroceso.

El punto desaparece y también sus hijos (los objetos definidos por él): el segmento punteado, el último polígono creado y la segunda medida del ángulo.

21. Calcule el doble de la medida del ángulo de V . Para hacer esto, elija **Calcular** del menú Medir. Luego escriba un 2, haga clic en la medida del ángulo del dibujo y haga clic en Aceptar.

Tal vez necesite arrastrar la caja de diálogo de Nuevo cálculo para que permita hacer clic en la medida.



Calculadora



Reflexión + Reflexión = ?

Antes, en este mismo recorrido, usted utilizó **Marcar ángulo** con tres puntos seleccionados. También puede marcar el cálculo o la medida de un ángulo, como se hace en este paso.

22. Con el nuevo cálculo todavía seleccionado, elija **Marcar ángulo**.

Una breve animación indica que el cálculo del ángulo ha sido marcado para rotaciones subsecuentes.

23. Rote el polígono original por el ángulo calculado marcado.

Consulte el Paso 16 si necesita recordar cómo hacerlo.

El polígono recién rotado cae justo encima del polígono reflejado dos veces. Esto muestra que una rotación puede considerarse como la composición de dos reflexiones con respecto a rectas que se intersecan. Tal rotación está centrada en la intersección de las dos rectas especulares y el ángulo de rotación es el doble del ángulo entre las rectas.

Finalmente, preparará su dibujo para el siguiente recorrido.

24. Seleccione el cálculo ($2 \cdot m\angle ABC = \dots$) y presione la tecla de Retroceso.
25. Si está planeando descansar antes de continuar con el siguiente recorrido, asegúrese de guardar el dibujo actual en un lugar conveniente, pues lo necesitará para construir un calidoscopio en el Recorrido 6.

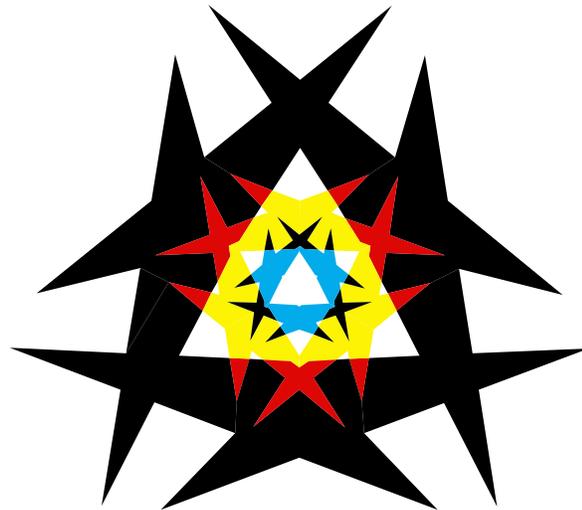


Recorrido 6: Construcción de un calidoscopio

En el recorrido anterior, se reflejó el interior de un polígono con respecto a dos segmentos. ¿Qué sucede si usted hace lo mismo a la imagen final, reflejarla con respecto a los mismos dos segmentos, y luego hace lo mismo una y otra vez a cada nuevo resultado? ¿Qué patrones emergerán? ¿Cómo se relacionan con el ángulo entre los segmentos? Iniciará este recorrido construyendo una herramienta personalizada para explorar esta pregunta. Luego viene la parte divertida: construir un calidoscopio. Aprenderá sobre la dilatación y la unión de puntos a trayectorias a medida que convierte su figura en un calidoscopio animado como el que mostramos más abajo.

¿Qué aprenderá?

- Cómo crear una herramienta personalizada que defina una transformación de varios pasos.
- Cómo dilatar objetos con respecto a un centro marcado.
- Cómo unir puntos independientes a trayectorias.



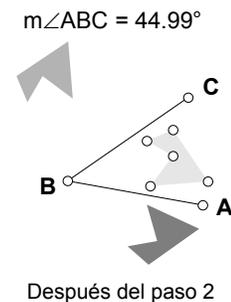
Definición y uso de una nueva herramienta personalizada

En el Recorrido 4, convirtió la construcción de un cuadrado en una herramienta para construir cuadrados de manera rápida. En esta ocasión creará una herramienta más sofisticada, una que refleje cualquier objeto dado con respecto a dos objetos rectos y tenga como resultado dos imágenes reflejadas.

Para obtener una descripción más completa de las herramientas personalizadas, consulte el Manual de Referencia o el sistema de ayuda de Sketchpad.

Una herramienta personalizada, como ya lo ha visto, proporciona una forma de aplicar una construcción ya existente a objetos nuevos. Para definir una herramienta personalizada, usted empieza con la construcción misma. Luego selecciona lo *dado* de la construcción (los objetos en la cual se basa) y los *resultados* (los objetos que desee que su construcción produzca). En este caso, lo dado son el polígono original y las dos rectas especulares. Los resultados de su herramienta son los dos polígonos que resultan de reflejar el polígono dado con respecto a las dos rectas especulares.

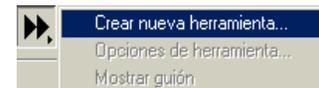
1. Si aún no lo ha hecho, abra el dibujo del recorrido anterior.
2. Arrastre uno de los puntos extremos de la V hasta que el ángulo mida cerca de 45° .
3. Seleccione lo que usted considerará como lo dado (primero el interior del polígono, luego el segmento AB y por último el segmento BC) y después los resultados deseados (los dos polígonos reflejados).



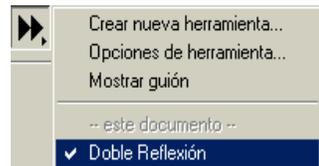
Debe tener seleccionados cinco objetos.

4. Escoja **Crear Nueva Herramienta** del menú Herramientas Personalizadas de la Caja de Herramientas. Escriba el nombre **Doble Reflexión** y haga clic en **Aceptar**.

La nueva herramienta personalizada estará lista ahora en la parte inferior del menú de Herramientas Personalizadas, como se muestra a la derecha.



Paso 4



El orden en que se selecciona lo dado cuando se define una herramienta determina el orden en que deberá seleccionar los objetos cuando use la herramienta (como lo hará en el Paso 5). El orden en que seleccione los resultados no es relevante.

Recorrido Guiado 6

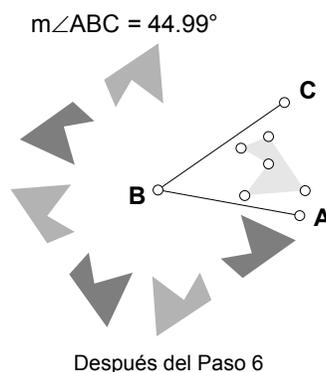
Sabrás que ha señalado el polígono adecuado porque su perímetro se resalta.

- Haga clic en el icono de Herramientas personalizadas de la Caja de herramientas para elegir la herramienta recién creada: en este caso **Doble Reflexión**. Haga clic en el polígono superior izquierdo, luego en el segmento inferior y por último en el superior.

Aparecen dos nuevos interiores. Observe que lo que se hizo al polígono original, ser reflejado con respecto a dos segmentos, ahora se le hizo al polígono señalado.

- La herramienta personalizada todavía está activa. Haga clic, esta vez, en el último polígono construido por la herramienta (aquel cuyo color es el mismo que el del polígono superior izquierdo del paso anterior) y de nuevo en los dos segmentos.

Ahora debe tener polígonos parecidos a los que se muestran en la ilustración de la derecha.



- Haga clic dos veces en **Deshacer** del menú Editar. Observe que en cada ocasión se deshace una **doble reflexión** completa. Ahora escoja **Rehacer** dos veces para regresar al estado anterior.
- Arrastre uno de los vértices del polígono original para ver el efecto sobre los otros seis polígonos.
- Localice el polígono que se encuentra directamente enfrente del que llamamos polígono superior izquierdo. No lo pierda de vista a medida que arrastra el punto C para hacer que el ángulo se aleje de 45° (puede ser 48° u 83° , por ejemplo). Utilice la herramienta **Doble Reflexión** hasta que tenga de 25 a 30 polígonos. Empiece por el polígono que está observando, luego el segmento AB y finalmente el segmento BC. En cada caso, después de cada ciclo, continúe con el polígono de más reciente creación (estará resaltado).

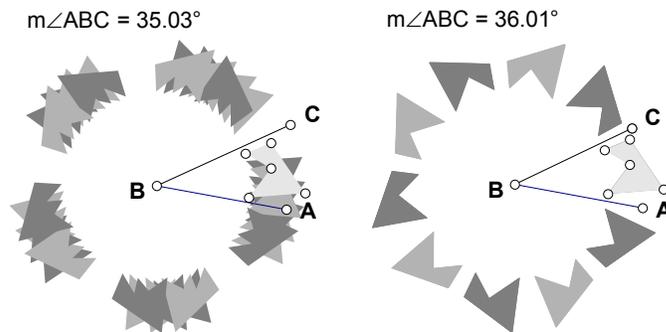
*Se trata de un paso muy complicado. Si se atora, recuerde que puede ir a la página “después del recorrido 9” del **Recorrido6_Paso a Paso** (localizado en la carpeta **Sketchpad/Muestras/Recorridos**) y prosiga desde ahí.*

Experimentación con el ángulo especular

Para controlar el ángulo especular de una manera precisa, arrastre el extremo del ángulo lejos del vértice, después utilice las teclas de desplazamiento de su teclado para avanzar un pixel por vez.

10. Juegue con el ángulo especular formado por las dos rectas especulares. Observe que, para ciertos ángulos, muchos de los polígonos coinciden (“desaparecen” uno encima del otro). Pruebe con 60° , 36° , 30° y 90° para ver algunos ejemplos.

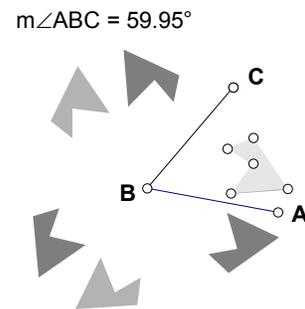
¿Puede establecer una conjetura sobre por qué ciertos ángulos tienen esta propiedad especial? ¿Puede predecir dónde aparecerán algunos polígonos para alguno de estos ángulos especiales? (las respuestas están al final del recorrido.)



Paso 10 para dos ángulos diferentes

Cuando haya terminado de explorar la pregunta anterior, continúe con su calidoscopio.

11. Use el atajo con el teclado para **Deshacer** (Ctrl+Z) para deshacer lo que haya hecho hasta el punto en el cual solo tenía siete polígonos.
12. Cambie la medida del ángulo V a un valor lo más cercano posible a 60° .
13. Use el comando **Ocultar** del menú Presentar para ocultar el polígono original. La forma más fácil de seleccionar este polígono (puesto que en este momento está “debajo” de otro) es seleccionar uno de sus vértices y escoger **Seleccionar hijos** del menú Editar.

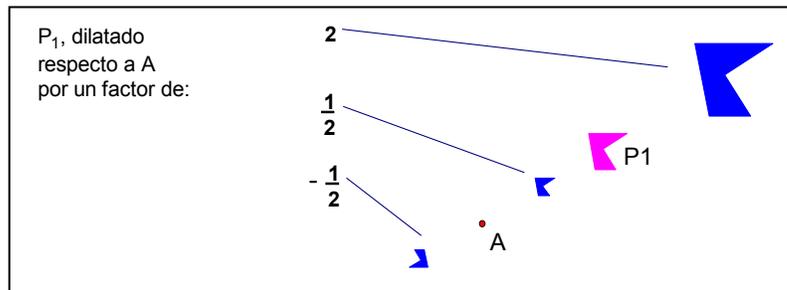


Después del paso 13

Dilatación

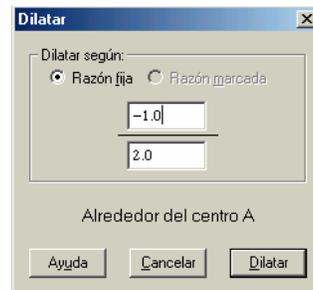
Los calidoscopios reales no implican el uso de dilataciones, pero usted usará dilataciones en este caso para darle al calidoscopio características extras.

El comando **Dilatar** encoge objetos acercándolos a un centro marcado o los alarga alejándolos de él según un factor de escala específico. Un factor de escala negativo hará que el objeto quede justo del otro lado del centro.



14. Haga doble clic en el punto A para marcarlo como centro para transformaciones subsecuentes.
15. Seleccione tres polígonos con el mismo color y elija **Dilatar** del menú Transformar.

Aparece la caja de diálogo Dilatar.



Caja de diálogo para Dilatar

16. Ponga el factor de escala en $-1/2$, como se muestra en la ilustración de la derecha, y haga clic en Dilatar.

Aparecen tres imágenes dilatadas, cada una de la mitad del tamaño de la figura original. También, debido al factor de escala negativo, se tiene que cada imagen está del lado opuesto a su figura original, del otro lado del centro.

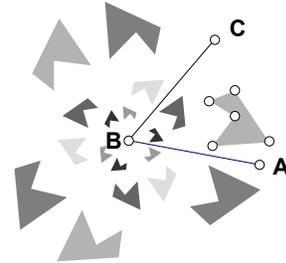
17. Con los tres nuevos polígonos seleccionados, escoja un color diferente del submenú Color del menú Presentar.
18. Con los tres polígonos aún seleccionados, escoja de nuevo **Dilatar**. Use el mismo factor de escala. Dé a los tres nuevos polígonos un color diferente.

Construcción de un calidoscopio

19. Seleccione los tres polígonos que no fueron seleccionados en el paso 15 y déles el mismo tratamiento que a los tres seleccionados previamente (es decir, repita los pasos 15 a 18)

Cuando haya terminado, debería tener 18 polígonos, tres de cada color, como se muestra en la ilustración de la derecha.

$$m\angle ABC = 59.95^\circ$$



Después del paso 19

20. Arrastre uno o más de los vértices del polígono original para ver cómo cambian los demás elementos del dibujo.

Animación y unión

21. Seleccione cualquiera de los polígonos del dibujo y elija **Animar** del menú Presentar.

Existen muchos más usos del comando **Unir** que el que se da aquí. Por ejemplo, puede unir mediciones y comentarios.

También, en ciertas situaciones **Unir** se convierte en

Separar. Entre otras cosas, puede utilizar el comando

Separar para separar puntos de sus trayectorias y hacerlos independientes.

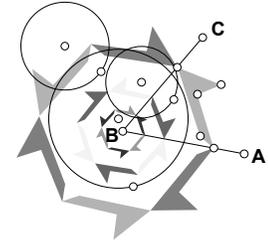
Los puntos que definen el polígono que seleccionó, los cinco vértices del polígono original, son puntos *independientes* (esto significa que fueron construidos en espacios en blanco en lugar de hacerlo sobre un objeto o definidos de alguna otra manera). Los puntos independientes, y los objetos que descienden de ellos, se animan *aleatoriamente* en el plano, como podrá ver. Puede tener un mayor control sobre la animación de los puntos si primero los *une* a alguna trayectoria, ya sea nueva o ya existente.

22. Haga clic en el botón Parar del Controlador de Movimiento (o escoja **Parar animación** del menú Presentar)
23. Seleccione uno de los vértices y uno de los segmentos y escoja **Unir el punto con el segmento** del menú Editar.

El punto se une al segmento. Intente arrastrarlo y verá que ahora sólo se puede mover a lo largo de su nueva trayectoria recta.

Recorrido Guiado 6

24. Use el mismo procedimiento para unir un segundo vértice al otro segmento.
25. Utilice la herramienta de **Círculo** par crear tres círculos de cualquier tamaño en cualquier parte del dibujo (asegúrese de que el centro y el punto de control de los círculos estén en espacios en blanco, no una los círculos a alguno de los objetos existentes).



Después del paso 25

26. Ahora una, uno a la vez, los vértices restantes a los tres círculos.
Cada vértice ahora debe estar unido a un segmento o a un círculo distinto.
27. Seleccione cualquier polígono y escoja **Animar**.
Cada vértice comienza a moverse a lo largo de su trayectoria.
28. Use el Controlador de Movimiento para afinar el movimiento de su calidoscopio. Recuerde que puede dirigirse a puntos específicos si presiona la ventana de Objetivo que está en la parte superior del Controlador. Pruebe cambiando la velocidad y la dirección de varios de los puntos. También puede arrastrar puntos para cambiar el tamaño y la ubicación de las trayectorias.
29. Cuando se sienta satisfecho con su calidoscopio, oculte todo menos los polígonos. He aquí una manera rápida de hacerlo:
 - Deseleccione todos los objetos.
 - Escoja la herramienta de **Punto**, luego elija **Seleccionar Todos los Puntos** del menú Editar.
 - Escoja **Ocultar Puntos** del menú Presentar.
 - Repita los dos últimos pasos, primero con la herramienta de **Círculo** y después con la herramienta de **Segmento**.

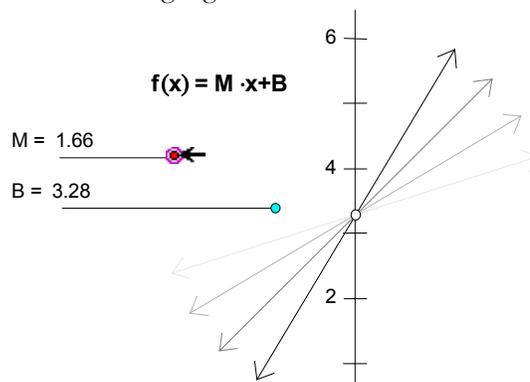
Respuestas a las preguntas del paso 10: Los polígonos se “alinean” para ángulos especulares que son submúltiplos de 360° . El número de interiores será de 360° divididos entre la medida del ángulo especular (o un múltiplo de éste). Por ejemplo, para un ángulo de 36° , parece haber $10(360^\circ \div 36^\circ)$ polígonos.

Recorrido 7: Popurrí de álgebra

No deje que el nombre del programa, The geometer's Sketchpad, le engañe. Sketchpad contiene una serie de herramientas para explorar álgebra, trigonometría y cálculo, tanto de manera simbólica (con ecuaciones) como gráfica. En el presente recorrido, verá una muestra de varias de las características algebraicas de Sketchpad.

¿Qué aprenderá?

- Cómo crear un sistema coordenado x - y y medir las coordenadas de un punto.
- Cómo definir y graficar funciones.
- Cómo hacer que haya herramientas personalizadas útiles disponibles en todos los dibujos.
- Cómo graficar dos mediciones como las coordenadas (x, y) de un punto en el plano.
- Cómo construir un lugar geométrico.



Una gráfica sencilla en el plano coordenado (x, y)

En el corazón del álgebra “visual” se encuentra el plano x - y , también conocido como plano *cartesiano* o plano *coordenado*. En esta sección, definirá un plano coordenado, medirá en él las coordenadas de un punto y graficará una función sencilla.

Recorrido guiado 7

1. Abra un nuevo dibujo y elija **Definir Sistema Coordinado** del menú **Graficar**.

Se crea un sistema coordinado: una cuadrícula x-y con su origen en el centro de la ventana de dibujo.

2. Utilice la herramienta de **Punto** para crear un punto fuera de los ejes.
3. Con el punto todavía seleccionado, escoja **Coordenadas** del menú **Medir**.

El punto tiene como rótulo la letra A y se muestran sus coordenadas. Arrastre el punto para cambiar sus coordenadas.

Puede graficar una función sin necesidad de crear primero un sistema coordinado. Sketchpad crea sistemas coordinados de manera automática, siempre que sea necesario.

Ahora que ya tenemos un sistema coordinado, grafiquemos una ecuación sencilla en éste: $y = x$.

4. Escoja **Graficar Nueva Función** del menú **Graficar**.

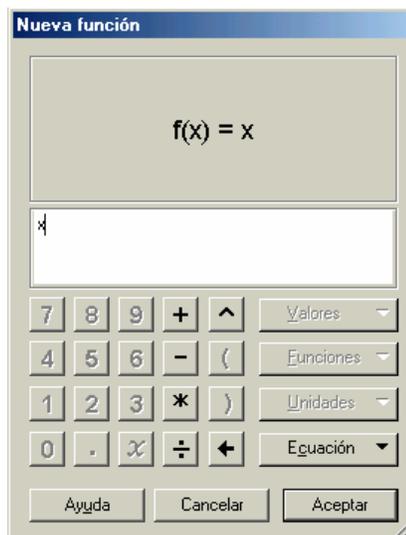
Aparece la caja de diálogo Nueva Función.

5. Elija **x** del menú de Valores (o escriba x desde su teclado). Haga clic en **Aceptar**.

Aparece la ecuación de la función $f(x) = x$, junto con su gráfica, $y = x$.

6. Seleccione la gráfica que acaba de crear y el punto independiente (cuyas coordenadas acaba de medir). Luego escoja **Unir Punto a Gráfica de Función**.

El punto se une a la gráfica de la función. Arrastre el punto a lo largo de la gráfica y observe sus coordenadas: las coordenadas x e y siempre son iguales entre sí (¡lo cual no debe sorprendernos pues se trata de la gráfica de “y igual a x”!).



Caja de diálogo de Nueva Función

7. Arrastre el punto unitario, el punto ubicado en $(1, 0)$, y observe cómo cambia la escala del sistema coordinado.

Cuando cambia la escala en el paso 7, puede observar que el dominio de la gráfica está restringido. Si desea cambiar el dominio, arrastre las flechas de los extremos de la gráfica o seleccione la gráfica y escoja **Propiedades** del panel **Gráfica**.

Los valores de los ejes y la cuadrícula misma se actualizan de manera automática.

- Mueva el punto unitario a la ubicación original, de modo que el eje x vaya de -10 a 10 .

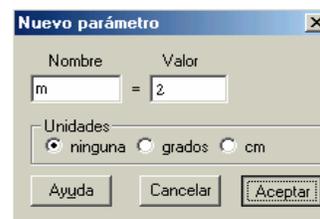
Gráfica de una familia de curvas con parámetros

Graficar una ecuación en particular, $y = x$, está muy bien. Pero el poder real de Sketchpad se pone en marcha cuando grafica *familias* de ecuaciones, como la familia de rectas de la forma $y = mx + b$. Empezará por definir los parámetros m y b y por editar la ecuación existente de modo que incluya los nuevos parámetros. Después *animará* los parámetros para ver una representación dinámica de esta familia de rectas.

Como puede ver, un parámetro es un tipo de variable que toma un valor fijo.

Editar Función aparece como **Editar Cálculo**, **Editar Parámetro** o **Editar Punto Graficado** dependiendo del tipo de objeto seleccionado. Si hace doble clic en la ecuación de una función, un cálculo o un parámetro, hará aparecer la misma caja de diálogo, del mismo modo que si utiliza el atajo con el teclado **Ctrl+E**.

- Escoja **Nuevo parámetro** del menú **Graficar**. Escriba m en Nombre y 2 en Valor, haga clic en **Aceptar**.
- Use el mismo procedimiento para crear un parámetro b con el valor -1 .
- Seleccione la ecuación de la función $f(x) = x$ (seleccione la ecuación misma, no su gráfica) y elija **Editar Función** del menú **Editar**.



Caja de diálogo de Nuevo Parámetro

Aparece la caja de diálogo Editar Función.

- Edite la función para que tenga la forma $f(x) = m \cdot x + b$. (Haga clic en los parámetros m y b del dibujo para introducirlos; use $*$ para la multiplicación. Escoja x del menú **Valores** o escríbalo directamente desde el teclado, como antes). Haga clic en **Aceptar**.

La ecuación de la función y su gráfica se actualizan. La gráfica que ve corresponde a $y = 2x - 1$, que es $y = mx + b$, con $m = 2$ y $b = -1$.

- Cambie m y b (haciendo doble clic en ellos) para explorar varias gráficas diferentes de la forma $y = mx + b$, como $y = 5x + 2$, $y = -1x - 7$ y $y = 0.5x$.

Sugerencia: Para graficar $y = 0.5x$, haga b igual a cero.

Puede aprender bastante si cambia los parámetros manualmente, como lo hizo en el paso anterior. Pero puede ser especialmente revelador

observar la gráfica a medida que sus parámetros cambian suavemente o en pasos.

14. Deseleccione todos los objetos. Luego seleccione la ecuación paramétrica para m y elija **Animar parámetro** del menú Presentar.

El valor de m empieza a aumentar (se “anima”) y la recta graficada cambia correspondientemente. También aparece el Controlador de Movimiento. Use el Control de Movimiento para cambiar la velocidad y la “dirección” que m cambia (véase la página 28 para revisar los botones del Controlador de Movimiento).

15. Presione el botón Parar para detener la animación.
16. Seleccione m y elija **Propiedades** del menú Editar. Vaya al panel de Parámetro y cambie lo establecido de modo que se parezca a los valores mostrados en la ilustración de la derecha. Haga clic en Aceptar.



Caja de diálogo Propiedades del parámetro

17. De nuevo, escoja **Animar Parámetro**

¿Cómo es esta animación de parámetro comparada con la anterior?

18. Continúe experimentando con la animación de parámetros. Entre otras cosas, debería probar con la animación simultánea de ambos parámetros o rastrear la recta a medida que se desplaza en el plano.

Funciones en un círculo



Para escoger la herramienta de **Rayo**, presione la herramienta de Objetos rectos de la Caja de herramientas y selecciónela de la paleta que aparece.

¿De qué manera el radio de un círculo se relaciona con su circunferencia? ¿Con su área? Estos son ejemplos de relaciones geométricas que también se pueden considerar como funciones y ser estudiadas desde un punto de vista algebraico.

Empezará por construir un círculo cuyo radio se ajusta continuamente a lo largo de una trayectoria recta.

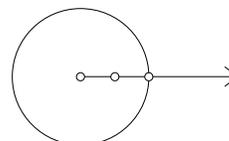
19. En un nuevo dibujo, use la herramienta de **Rayo** para construir un rayo horizontal.

Si mantiene presionada la tecla Shift mientras construye el rayo, éste se construirá de manera horizontal.

20. Con el rayo aún seleccionado, escoja **Punto en el rayo** del menú Construir.

*Se construye un punto sobre el rayo, del mismo modo en que se construiría si hubiera hecho clic en el rayo con la herramienta de **Punto**.*

21. Con la herramienta de **Flechas**, haga clic en un espacio en blanco para deseleccionar todos los objetos. Luego seleccione, en orden, el extremo del rayo y el punto construido en el paso 20. Escoja **Círculo por centro+punto** del menú Construir.



Paso 21

*Aparece un círculo, centrado en el primer punto seleccionado y que pasa por el segundo (observe que el paso 21 se pudo haber llevado a cabo usando la herramienta de **Círculo**).*

En cada caso, utilice la herramienta de **Flechas** para seleccionar el círculo (y no otra cosa más), luego escoja el comando apropiado del menú Medir.

22. Mida el radio del círculo, su circunferencia y su área.
23. Arrastre el punto extremo del radio sobre el círculo y observe cómo cambian las mediciones.

¿Puede describir cómo cambian las mediciones de la circunferencia y el área? ¿Cuál es la diferencia en la forma en que cambian? Explorará ahora estas preguntas haciendo una gráfica.

24. Seleccione, en orden, las mediciones del radio y de la circunferencia. Elija **Graficar como (x, y)** del menú Graficar.

Se crea un sistema coordenado y se grafica un punto. Si no puede ver el punto todavía, lo más probable es que esté graficado fuera de la pantalla.

En una *cuadrícula rectangular*, los ejes x e y pueden tener escalas diferentes.

25. Escoja **Cuadrícula Rectangular** del submenú Forma Gráfica | Cuadrícula. Arrastre el nuevo punto unitario hasta que pueda ver el punto graficado en el paso 24.

Observe que la coordenada x del punto es la medida del radio del círculo y su coordenada y es la medida de la circunferencia. Esto es así debido a la forma en que se construyó el punto en el paso 24.

Escoja **Borrar rastros** del menú Presentar para borrar el rastro en cualquier momento.

26. Seleccione el punto graficado y elija **Rastrear Punto Graficado** del menú Presentar. Arrastre el punto extremo del radio y observe el rastro.

Recorrido guiado 7

En situaciones como la presente (en donde usted rastrea algo a medida que un punto se mueve a lo largo de una trayectoria), a menudo puede obtener una figura más refinada si crea un lugar geométrico.

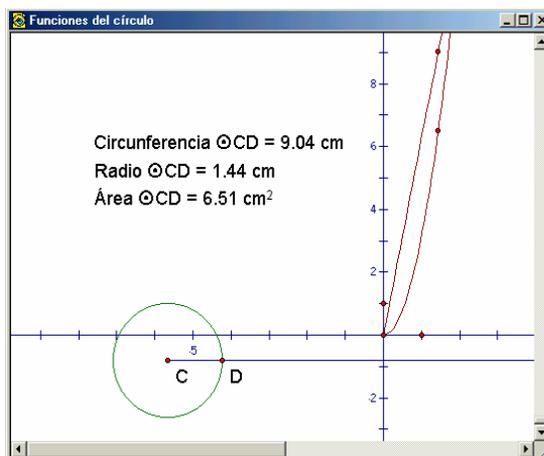
27. Seleccione el punto graficado y el extremo del radio, luego escoja **Lugar geométrico** del menú Construir.

Más precisamente, un lugar geométrico con Sketchpad es una muestra de las ubicaciones posibles del objeto seleccionado. Para cambiar el número de muestras graficadas, seleccione el lugar geométrico y elija **Propiedades** del menú Editar, y vaya al panel Gráfica.

Se grafica un lugar geométrico, el conjunto de todas las ubicaciones posibles del punto graficado a medida que el extremo del radio se desplaza a lo largo de su trayectoria.

28. Repita los pasos 24 y 27, pero, en esta ocasión, explore la relación entre las mediciones del radio y del área.

Ahora debería tener dos lugares geométricos, uno para la relación radio-circunferencia y otro para la relación radio-área. ¿Cómo se comparan entre sí estas dos curvas? ¿Para qué radio la circunferencia de un círculo es igual a su área?



Ésta es sólo una pequeña muestra de las capacidades algebraicas de Sketchpad. Para aprender más, revise el *Manual de Referencia* (en particular el capítulo dedicado al menú Graficar) o consulte el sistema de ayuda de Sketchpad.

Recorrido 8: Construcción de un copo de nieve: Iteración

Observación:

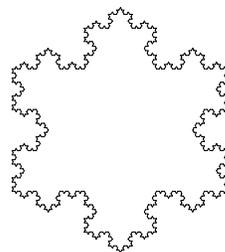
Iteración es un valioso tema matemático, por tanto no se preocupe si no entiende todos los detalles la primera vez que haga el recorrido. Esperamos que cuando termine el recorrido, se sienta motivado a experimentar, leer más y se sienta cada vez más cómodo con esta característica.

La iteración le permite aplicar construcciones, transformaciones u otras operaciones una y otra vez. No sólo se le puede utilizar para ahorrar tiempo en las construcciones que implican pasos repetidos, sino para crear figuras como complicados *fractales* (un fractal, aproximadamente, es una figura que tiene la misma apariencia cuando se le ve con magnificaciones diferentes; en otras palabras, las partes son copias a escala del total).

En el presente recorrido, empezará con una construcción que implica dilatación y rotación. Aprenderá, entonces, a usar el comando *Iterar* para aplicar la misma construcción a partes más pequeñas de la figura. El resultado de este proceso es un fractal conocido como *curva de Koch*. Ya que haya construido la curva de Koch, hará una segunda iteración para construir el interior de la curva. Después convertirá la figura completa en una herramienta personalizada que aplicará a los tres vértices de un triángulo equilátero, y creará una hermosa forma conocida como copo de nieve de Koch.

¿Qué aprenderá?

- Cómo usar el comando **Iterar** de Sketchpad.
- Cómo cambiar la apariencia de imágenes iteradas.
- Cómo cambiar el número de iteraciones de una imagen iterada.
- Cómo cambiar el color de fondo de un dibujo.

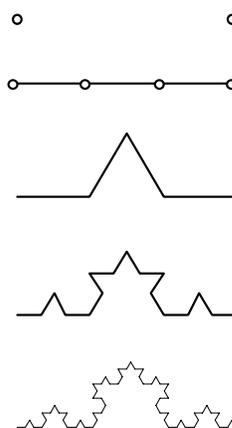


Estudio de la curva de Koch

Antes de comenzar, vale la pena entender qué es la curva de Koch y cómo se forma. Fue descrita por primera vez por Helge von Koch en 1904, mucho antes de que naciera la rama de las matemáticas conocida como “geometría fractal”. Koch estudió la curva que ahora lleva su nombre para mostrar que *una curva que se ajusta a una región finita del espacio puede ser infinitamente larga*. He aquí cómo funciona.

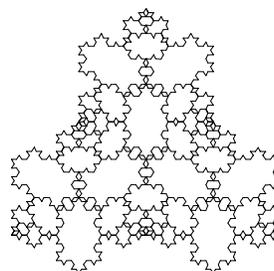
El término matemático para la expresión “repita el proceso” es *iterar*. La cuarta figura de la derecha es la primera *iteración* de la operación anterior.

- Inicie con dos puntos.
- Conecte estos puntos con un segmento y divida el segmento en tres partes iguales.
- Elimine la parte media y construya la parte superior de un triángulo equilátero sobre la parte que falta.
- Repita el proceso con cada uno de los cuatro segmentos que se forman.
- Siga haciendo la construcción sobre los segmentos cada vez más pequeños que se forman en cada paso (en teoría, hasta el infinito).



Así pues, ¿cómo el resultado de este proceso muestra que una curva que se limita a una región finita puede tener una longitud infinita? Bueno, en cada etapa de la construcción, la curva es más larga que en la etapa anterior (¿puede determinar en cuánto?). Si el proceso se llevara a cabo un número infinito de veces, ¿terminaría con una curva de longitud infinita que se ajusta a un área finita!

Desde luego, Sketchpad no puede llevar a cabo una iteración un número infinito de veces, pero puede iterar un número suficiente de veces para revelar la estructura de la curva de Koch y de otros fractales. En el presente recorrido, experimentará con diferentes niveles de iteración y verá que no se requieren mucho para obtener una aproximación finamente detallada de la curva de Koch.



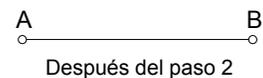
Definición de las bases

El primer paso en cualquier iteración en realidad consiste en hacer las operaciones que desea repetir mediante iteración. En este caso, se trata de “dividir” un segmento en tres y construir un triángulo equilátero sobre el tercio de en medio, como lo describimos en la sección anterior.

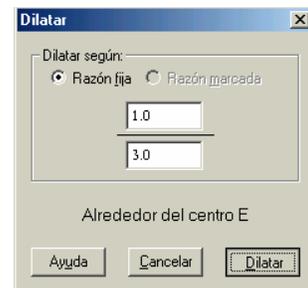
1. En un nuevo dibujo, escoja **Preferencias** del menú Editar. En la página de Texto, escoja *en todos los puntos nuevos* y haga clic en Aceptar.

Ahora los puntos aparecerán con su rótulo a medida que los va creando.

2. Use la herramienta de **Segmento** para construir un segmento horizontal de izquierda a derecha en la ventana de dibujo. Mantenga presionada la tecla Shift mientras construye el segmento para mantenerlo horizontal.



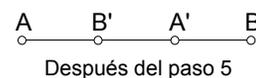
3. Seleccione el punto B y elija **Marcar centro** del menú Transformar.
4. Seleccione el punto A y escoja **Dilatar** del menú Transformar. Deje el numerador del factor de escala en 1 y ponga 3 en el denominador, como se muestra a la derecha. Haga clic en Aceptar.



Caja de diálogo Dilatar

Se construye un punto a 1/3 del segmento desde el punto B al punto A.

5. Repita los pasos 3 y 4, solo que en esta ocasión dilate el punto B 1/3 de su distancia del punto A.
6. Haga doble clic en el punto B' para marcarlo como centro.



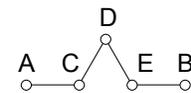
7. Seleccione el punto A' y elija **Rotar** del menú Transformar. Ponga el ángulo en 60, como se muestra a la derecha y haga clic en Rotar.

Aparece un punto sobre los otros.

8. Oculte el segmento original que conecta a los puntos A y B .
9. Use la herramienta de **Segmento** para conectar los cinco puntos con segmentos, como se muestra en la figura de la derecha.
10. Cambie el rótulo a los tres puntos de en medio como se muestra en la figura. Para cambiar un rótulo, haga doble clic en el mismo rótulo con la herramienta de **Flecha** o la de **Texto**.



Caja de diálogo Rotar

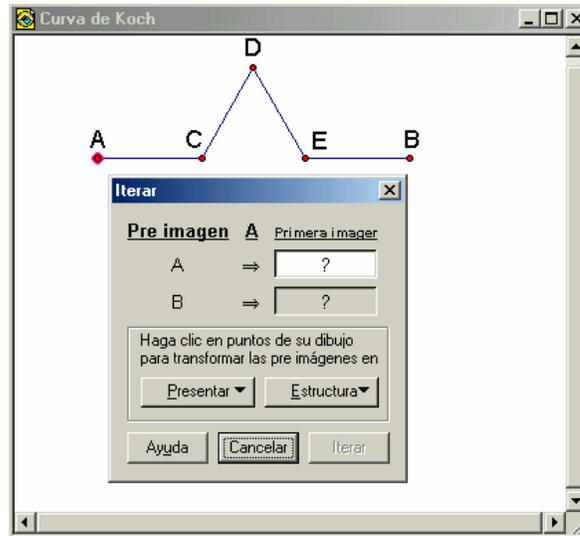


Después del paso 10

Iteración

Por un momento piense en lo que ha hecho a los puntos A y B . Inicialmente había un segmento entre ellos, pero luego hizo algunas transformaciones y ocultó el segmento original. Ahora imagine que hace lo mismo a los puntos A y C , es decir, hace las mismas transformaciones en ellos y luego oculta el segmento que los une. Imagine también que hace lo mismo a los puntos, C y D , D y E , y E y B . Esto es precisamente lo que hará en los siguientes pasos. Pensar en el proceso de esta manera le ayudará para entender qué es lo que sucede.

11. Seleccione los puntos A y B y escoja **Iterar** del menú Transformar.
Aparece la caja de diálogo de Iteración, que le pide que defina A y B .



Paso 12. Haga clic en el punto A para transformarlo en sí mismo

12. Desea hacerle a los puntos A y C lo mismo que le hizo a los puntos A y B . Así que haga clic en el punto A del dibujo para transformarlo en sí mismo, como se muestra en la ilustración. Luego haga clic en el punto C para transformar el punto B en el punto C .

Deberá ver A y C en el lugar correspondiente a Primera imagen en la caja de diálogo de Iteración.

13. Escoja **Agregar Nueva Transformación** del menú Estructura de la caja de diálogo de Iteración.

Aparece una segunda transformación, que le pide una vez más que transforme A y B en nuevos puntos.

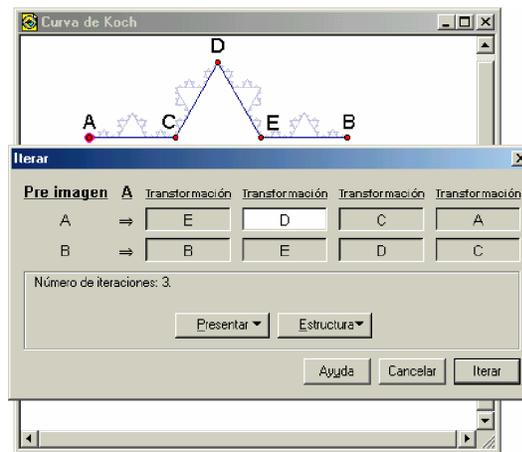
14. En esta ocasión, haga clic en los puntos C y D para hacer a los puntos C y D lo que le hizo a los puntos A y B .

15. Repita los pasos 13 y 14 para los puntos D y E y de nuevo para los puntos E y B .

Ya casi está listo para hacer clic en Iterar, pero observe en la vista preliminar del dibujo que los segmentos más grandes no fueron ocultados de un nivel de iteración al otro. En el siguiente paso arreglaremos esto (si no está seguro de qué estamos hablando, sólo siga el siguiente paso y observe los efectos que tiene en el dibujo).

El atajo con el teclado para **Agregar Nueva Transformación** es $\text{Ctrl}+\text{A}$.

16. Escoja **sólo iteración final** del submenú Presentar de la caja de diálogo de Iteración.
17. La caja de diálogo de Iteración debe verse como la que presentamos abajo. Si esto es cierto, haga clic en Iterar. Si no, active las cajas que sean diferentes y haga clic en los puntos adecuados.



18. Oculte los cuatro segmentos originales.
- ¡Felicidades! Ha construido un fractal: la curva de Koch (o más precisamente, una *aproximación iterada* de la curva). Arrastre los puntos *A* y *B* para tener una mejor idea de cómo está construida.

Profundidad de iteración, color de fondo e iteración de “órbita completa”

Automáticamente, Sketchpad hizo la iteración tres veces. Usted puede cambiar el número o la “profundidad” de la iteración para cambiar la curva. He aquí cómo:

Puede utilizar las teclas + o – de su teclado normal o las de la parte numérica (si la tiene).

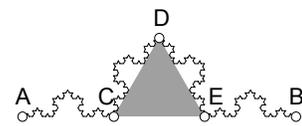
19. Seleccione cualquier parte de la imagen iterada y presione las teclas + y – de su teclado.
Esto aumenta o disminuye el número de iteraciones.
20. Regrese a una profundidad de iteración de 3. La forma más fácil de hacerlo es presionando la tecla – una y otra vez hasta que ya no haya cambios, ésta es la profundidad 1. Ahora presione la tecla + dos veces para llegar a la profundidad 3.

Le prometimos que crearía un copo de nieve, de modo que tiene sentido trabajar con un fondo azul.

21. Abra la caja de diálogo de Preferencias y vaya al panel de Color. Haga clic en la ventana de Fondo. Use los controles para obtener un tono adecuado de azul de la muestra de colores. Haga clic en Aceptar.

Ahora creará una segunda imagen iterada de polígonos blancos que formarán el copo de nieve.

22. Seleccione los puntos *C*, *D* y *E*, y elija **Interior del triángulo** del menú Construir.



23. Con el interior seleccionado, escoja **Presentar|Color|Otro**. Use los controles para obtener el color blanco y haga clic en Aceptar.
24. Repita los pasos 11–15 (no elija **sólo iteración final**, como en el paso 16, es conveniente ver la “órbita completa”). Haga clic en Iterar.
25. Aumente y disminuya simultáneamente la profundidad de iteración de *ambas* iteraciones (la curva y los triángulos). Para hacerlo seleccione cualquier parte de la construcción y use las teclas + y – como en el paso 19.
26. Oculte los puntos *C*, *D* y *E*.

El copo de nieve de Koch

A partir de aquí no es muy difícil construir una hermosa figura conocida como el copo de nieve de Koch. Primero creará una nueva herramienta personalizada para repetir lo hecho hasta ahora. Luego construirá un triángulo equilátero y aplicará la nueva herramienta personalizada a dos de sus lados.

27. Seleccione todos los elementos del dibujo escogiendo **Seleccionar todo** del menú Editar.
28. Elija **Crear Nueva Herramienta** del menú de Herramientas Personalizadas. Introduzca el nombre BordeCopoDeNieve y haga clic en Aceptar.

Recorrido guiado 8

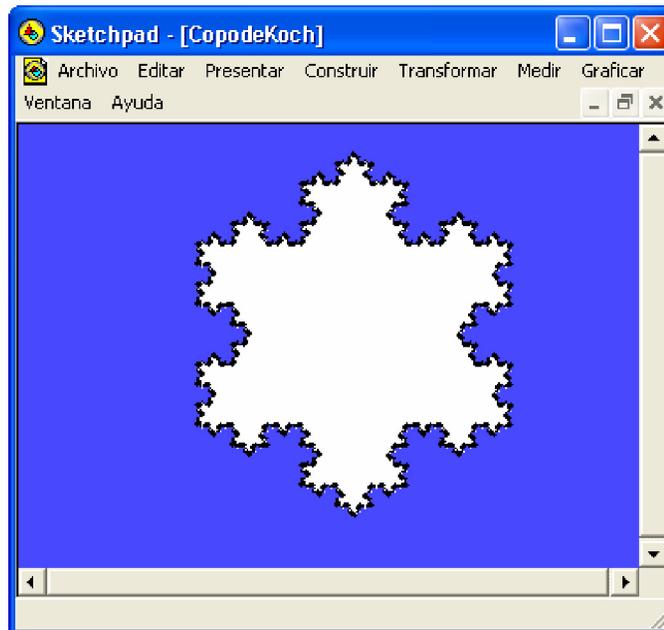
Es posible que necesite desplazarse hacia abajo en la ventana o aumentar su tamaño para ver el punto girado.

¿Qué sucedería si hubiera hecho clic en los puntos siguiendo el orden inverso al descrito en el paso 30? Pruébalo

29. Rote el punto A 60° alrededor del punto B . Para hacer esto, haga doble clic en el punto B para marcarlo como centro. Luego seleccione el punto A y escoja **Rotar** del menú Transformar. El valor del Ángulo ya debe estar en 60° , así que haga clic en Rotar.
30. Construya el interior del triángulo definido por los tres puntos de su dibujo.

Vea el paso 22 si necesita recordar cómo se hace esto.

31. Aplique la herramienta **BordeCopodeNieve** a los dos lados del triángulo que no tienen nada. Para hacerlo, escoja **BordeCopodeNieve** del menú de Herramientas Personalizadas. Haga clic en B y A' para tener un lado y luego en A' y A para tener el otro.



32. Oculte todos los puntos del dibujo, guárdelo para la posteridad, luego ponga los pies sobre el escritorio y relájese. ¡Ha terminado los recorridos introductorios!

Apéndice: Referencia rápida de comandos

Éste es una lista menú por menú de todos los comandos de Sketchpad con una breve descripción de cada uno de ellos. Consulte el Manual de Referencia en Línea (accesible a través del menú de Ayuda) o el Manual de Referencia para obtener información más detallada.

Menú Archivo

Nuevo dibujo	Abre un nuevo documento en blanco.
Abrir	Abre uno o más documentos guardados con anterioridad.
Guardar	Guarda los cambios hechos al documento activo desde la última vez que fue guardado.
Guardar como	Da nombre y guarda el documento activo en una ubicación especificada por usted.
Cerrar	Cierra la ventana del documento actual.
Opciones de documento	Administra las páginas y las herramientas personalizadas contenidas en un documento.
Configuración de página	Establece el tamaño de página, la orientación y otras opciones de impresión para su documento.
Vista preliminar	Presenta una vista preliminar de su documento como aparecerá impreso.
Imprimir	Imprime la página actual del documento activo.
Salir	Cierra todos los documentos abiertos así como Sketchpad.

Menú Editar

Deshacer	Deshace la última acción llevada a cabo.
Rehacer	Rehace la acción que usted previamente había deshecho.
Cortar	Elimina los objetos seleccionados, junto con los objetos que dependen de ellos. Los objetos son colocados en el portapapeles para después ser pegados en un dibujo o en otra aplicación.
Copiar	Coloca una copia de los objetos seleccionados en el portapapeles para ser pegados en un dibujo o en otra aplicación.
Pegar	Pega el contenido del portapapeles en el dibujo activo.
Borrar	Elimina los objetos seleccionados, junto con cualquier objeto que dependa de ellos.
Botones de acción	Crea uno de entre diferentes tipos de botones de acción (los botones de acción son objetos de dibujo que, cuando se les presiona, llevan cabo una acción definida con anterioridad, como iniciar una animación u ocultar un grupo de objetos).
Seleccionar todo	Selecciona todos los objetos si se encuentra activa la herramienta de Flecha de selección o la de Herramienta personalizada , o todos los objetos que correspondan a una herramienta activa.
Seleccionar padres	Selecciona los padres de cada uno de los objetos seleccionados (los <i>padres</i> de un objeto son aquellos objetos de los cuales depende directamente).
Seleccionar hijos	Selecciona los hijos de cada objeto seleccionado (los <i>hijos</i> de un objeto son aquellos objetos que dependen directamente del objeto).

Menú Editar (continuación)

Separar/Unir	Permite alterar las relaciones entre objetos al separar puntos de sus padres, al unir puntos con otros puntos o a trayectorias, y al unir varios objetos de texto en uno solo.
Editar definición (Editar cálculo, Editar función, Editar parámetro o Editar punto graficado)	Permite editar la definición de cálculos, funciones, parámetros numéricos o puntos graficados seleccionados previamente.
Propiedades	Permite cambiar una variedad de propiedades de un solo objeto seleccionado.
Preferencias	Permite cambiar una variedad de configuraciones que determinan la forma en que funciona Sketchpad.

Menú Presentar

Estilo de línea	Define el estilo de línea de los objetos seleccionados como punteado, delgado o grueso.
Color	Define el color de los objetos seleccionados.
Texto	Define el tipo de letra utilizado, aumenta o disminuye su tamaño, para los objetos seleccionados.
Ocultar objetos	Oculto los objetos seleccionados sin cambiar su papel geométrico en el dibujo.
Mostrar todo lo oculto	Presenta y selecciona todos los objetos ocultos previamente.
Mostrar rótulos	Muestra u oculta los rótulos de los objetos seleccionados.
Rastro	Activa o desactiva el rastro de los objetos seleccionados.
Borrar rastros	Elimina de la pantalla todos los rastros visibles.
Animar	Pone en movimiento los objetos seleccionados.
Aumentar velocidad	Aumenta o disminuye la velocidad de los objetos animados seleccionados (o para todos los objetos animados si no hay nada seleccionado)
Disminuir velocidad	
Parar Animación/ Parar Todo Movimiento	Detiene el movimiento de los objetos animados seleccionados (o de todos los objetos animados si no hay nada seleccionado).
Mostrar/Ocultar paleta de texto	Muestra u oculta la Paleta de texto.
Mostrar/Ocultar controlador de movimiento	Muestra u oculta el Controlador de movimiento.
Mostrar/Ocultar caja de herramienta	Muestra u oculta la Caja de herramientas de Sketchpad.

Menú Construir

Punto en objeto	<i>Prerrequisitos de selección: Una o más trayectorias.</i> Construye un punto en el punto medio de cada segmento seleccionado.
Punto medio	<i>Prerrequisitos de selección: Uno o más segmentos.</i> Construye un punto en cada trayectoria seleccionada
Intersección	<i>Prerrequisitos de selección: Dos objetos que se intersecan.</i> Construye un punto en cada intersección de los dos objetos seleccionados.
Segmento	<i>Prerrequisitos de selección: Dos o más puntos.</i> Construye un segmento, un rayo o una recta que pasa por los puntos seleccionados. (el comando de Rayo construye una semirrecta que parte del primer punto y pasa por el segundo). Si se seleccionan más de dos puntos construye el mismo número de objetos que los puntos seleccionados.
Rayo	
Recta	
Recta paralela	<i>Prerrequisitos de selección: Un objeto recto y uno o más puntos, o un punto y uno o más objetos rectos.</i> Construye una recta que pasa por cada uno de los puntos seleccionados, paralela a cada objeto recto seleccionado.
Recta perpendicular	<i>Prerrequisitos de selección: Un objeto recto y uno o más puntos, o un punto y uno o más objetos rectos.</i> Construye una recta que pasa por cada uno de los puntos seleccionados, perpendicular a cada objeto recto seleccionado
Bisectriz	<i>Prerrequisitos de selección: Tres puntos, con el vértice seleccionado en segundo lugar.</i> Construye un rayo que biseca el ángulo formado por los tres puntos seleccionados.
Círculo por centro+punto	<i>Prerrequisitos de selección: Dos puntos.</i> Construye un círculo con centro en el primer punto seleccionado y cuya circunferencia pasa por el otro punto seleccionado.

Menú Construir (continuación)

<p>Círculo por centro+radio</p>	<p><i>Prerrequisitos de selección: Un punto y uno o más segmentos y/o mediciones de distancia, o un segmento o una medición de distancia y uno o más puntos.</i></p> <p>Construye uno o más círculos centrados en cada punto seleccionado y con el radio determinado por cada segmento o distancias seleccionados</p>
<p>Arco en círculo</p>	<p><i>Prerrequisitos de selección: Un círculo y dos puntos en el círculo, o un centro y dos puntos más equidistantes del centro.</i></p> <p>Construye un arco sobre el círculo dado, o con el centro dado y limitado por los puntos de la circunferencia.</p>
<p>Arco por 3 puntos</p>	<p><i>Prerrequisitos de selección: Tres puntos no colineales, es decir, tres puntos que no estén sobre la misma recta.</i></p> <p>Construye un arco que pasa por los tres puntos seleccionados. El arco empieza en el primer punto seleccionado, pasa por el segundo y termina en el tercero.</p>
<p>Interior (Interior de polígono, Interior de círculo, Interior de sector de arco o Interior de segmento de arco)</p>	<p><i>Prerrequisitos de selección: Tres o más puntos, uno o más círculos o uno o más arcos.</i></p> <p>Construye el interior de un polígono con los puntos seleccionados como vértices, o el interior de un círculo por cada círculo seleccionado, o el interior de un sector o de un segmento de arco para cada arco seleccionado.</p>
<p>Lugar geométrico</p>	<p><i>Prerrequisitos de selección: El objeto cuyo lugar geométrico desea construir (el objeto manipulado) y un punto (el manipulador) que determina la posición de dicho objeto.</i></p> <p>Construye el lugar geométrico de los objetos seleccionados a medida que el manipulador se mueve a lo largo de su trayectoria.</p>

Menú Transformar

Marcar centro	Marca el último punto seleccionado como centro alrededor del cual se darán futuras rotaciones y dilataciones.
Marcar espejo	Marca el último objeto recto seleccionado como el espejo en el cual se darán las futuras reflexiones.
Marcar ángulo	<i>Prerrequisitos de selección: Tres puntos o la medida de un ángulo.</i> Marca el último ángulo o medida de ángulo seleccionados como el ángulo que será utilizado en futuras rotaciones y traslaciones polares.
Marcar razón/ Marcar razón de segmento/ Factor de escala	<i>Prerrequisitos de selección: Tres puntos colineales, dos segmentos o una medición sin unidades.</i> Marca la última razón o el último factor de escala seleccionados como la razón para futuras dilataciones.
Marcar vector	Marca el vector determinado por los dos últimos puntos seleccionados para futuras traslaciones.
Marcar Distancia	Marca la última o las dos últimas mediciones de distancia seleccionadas para futuras traslaciones polares y rectangulares.
Trasladar	Construye una imagen trasladada del objeto u objetos seleccionados.
Rotar	Construye una imagen rotada del objeto u objetos seleccionados.
Dilatar	Construye una imagen dilatada del objeto u objetos seleccionados.
Reflejar	Construye una imagen especular del objeto u objetos seleccionados con respecto al espejo o eje de reflexión marcado.
Iterar	<i>Prerrequisitos de selección: Uno o más puntos independientes o parámetros (objetos o pre imágenes) que definen uno o más puntos o cálculos dependientes (imágenes).</i> Construye las imágenes iteradas de un conjunto de objetos geométricos relacionados de acuerdo con una regla de iteración definida por usted.

Menú Medir

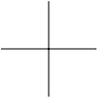
Longitud	<i>Prerrequisitos de selección: Uno o más segmentos.</i> Mide la longitud de los segmentos seleccionados.
Distancia	<i>Prerrequisitos de selección: Dos puntos, o un punto y un objeto recto.</i> Mide la distancia entre dos puntos, o la distancia de un punto a un objeto recto.
Perímetro	<i>Prerrequisitos de selección: Uno o más interiores de polígonos, de sectores o de segmentos de arco.</i> Mide el perímetro de cada interior de polígono o de arco seleccionados.
Circunferencia	<i>Prerrequisitos de selección: Uno o más círculos o interiores de círculo.</i> Mide la circunferencia de cada círculo o interior de círculo seleccionados.
Ángulo	<i>Prerrequisitos de selección: Tres puntos.</i> Mide el ángulo definido por los tres puntos seleccionados (el segundo punto seleccionado es el vértice).
Área	<i>Prerrequisitos de selección: Uno o más interiores o círculos.</i> Mide el área de cada interior de polígono, círculo, interior de círculo, de segmento de arco o de sector de arco.
Ángulo de arco	<i>Prerrequisitos de selección: Uno o más arcos, o un círculo y dos o tres puntos en su circunferencia.</i> Mide el ángulo de cada arco seleccionado.
Longitud de arco	<i>Prerrequisitos de selección: Uno o más arcos, o un círculo y dos o tres puntos en su circunferencia.</i> Mide la longitud de cada arco seleccionado.
Radio	<i>Prerrequisitos de selección: Uno o más círculos, interiores de círculo, arcos o interiores de arco.</i> Mide el radio de cada círculo, interior de círculo, arco o interior de arco seleccionados.
Razón	<i>Prerrequisitos de selección: Dos segmentos o tres puntos colineales.</i> Mide la razón de las longitudes de los segmentos.

Menú Medir (continuación)

Calcular	Abre la calculadora de Sketchpad.
Coordenadas	<i>Prerrequisitos de selección: Uno o más puntos.</i> Mide las coordenadas de cada punto seleccionado con respecto al sistema coordinado marcado.
Abscisa (x)	<i>Prerrequisitos de selección: Uno o más puntos.</i> Mide la abscisa (valor x) de cada punto seleccionado con respecto al sistema coordinado marcado.
Ordenada (y)	<i>Prerrequisitos de selección: Uno o más puntos.</i> Mide la ordenada (valor y) de cada punto seleccionado con respecto al sistema coordinado marcado.
Distancia coordenada	<i>Prerrequisitos de selección: Dos puntos.</i> Mide la distancia entre dos puntos basándose en el sistema de coordenadas marcado.
Pendiente	<i>Prerrequisitos de selección: Uno o más objetos rectos.</i> Mide la pendiente de cada recta seleccionada con respecto al sistema de coordenadas marcado.
Ecuación	<i>Prerrequisitos de selección: Uno o más rectas o círculos.</i> Mide la ecuación de cada objeto seleccionado con respecto al sistema de coordenadas marcado.

Menú Graficar

<p>Definir sistema de coordenada/ Definir origen/ Definir círculo unitario/Definir distancia unitaria/ Definir distancias unitarias.</p>	<p><i>Prerrequisitos de selección: Un punto, un círculo, una distancia de referencia un punto y una distancia de referencia, dos distancias de referencia, un punto y dos distancias de referencia o nada (una distancia de referencia puede ser un segmento o la medición de una distancia).</i></p> <p>Crea y marca un nuevo sistema coordenado. El tipo y la escala del sistema dependen de qué se haya seleccionado.</p>
<p>Marcar sistema de coordenadas</p>	<p><i>Prerrequisitos de selección: El eje de un sistema de coordenadas, un punto de origen, un punto unitario, un círculo unitario o una cuadrícula.</i></p> <p>Marca el sistema de coordenadas asociado con el objeto seleccionado como el sistema en el cual se medirán o graficarán nuevos objetos.</p>
<p>Forma de cuadrícula</p>	<p>Cambia la apariencia de la cuadrícula y la escala del sistema de coordenadas marcado. Las opciones son cuadrada, rectangular y polar.</p>
<p>Mostrar/Ocultar cuadrícula</p>	<p>Muestra o esconde la cuadrícula del sistema de coordenadas marcado.</p>
<p>Fijar puntos</p>	<p>Activa o desactiva la opción de fijar los puntos, lo cual hace que los puntos independientes se ubiquen en la posición entera más cercana cuando se crean o arrastran dichos puntos.</p>
<p>Graficar puntos/ Graficar como (x, y)/Graficar como (r, teta)</p>	<p>Si no hay nada seleccionado, grafica uno o más puntos en el sistema de coordenadas marcado. Con dos medidas seleccionadas, grafica éstas como par coordenado (x, y) o (r, teta) (dependiendo de la Forma de cuadrícula determinada para el sistema de coordenadas marcado).</p>
<p>Nuevo parámetro</p>	<p>Crea un nuevo parámetro (un parámetro es un número que puede cambiarse con facilidad)</p>
<p>Nueva función</p>	<p>Abre la calculadora de funciones y le permite crear una nueva función.</p>
<p>Graficar función/ Graficar nueva función</p>	<p>Grafica una o más funciones seleccionadas, o crea y grafica una nueva función si no hay objetos seleccionados.</p>
<p>Derivada</p>	<p>Crea una nueva función que es la derivada de la función seleccionada con respecto a la variable independiente de dicha función.</p>



Menú Ayuda

Menú Ventana

El menú Ventana presenta una lista de todos los documentos abiertos y le permite ordenar en cascada o en mosaico las ventanas de los documentos abiertos.

Menú Ayuda

La selección de cualquier comando del menú Ayuda activa su navegador de red y abre el sistema de ayuda de Sketchpad en la página adecuada.

