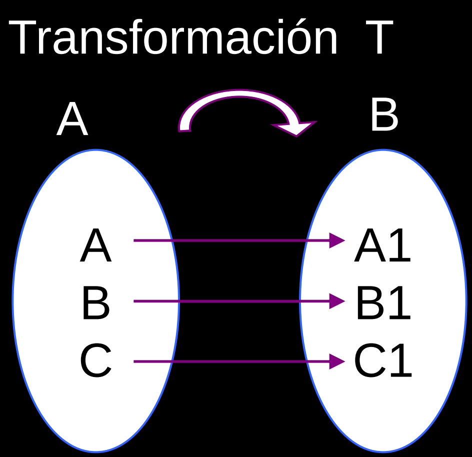
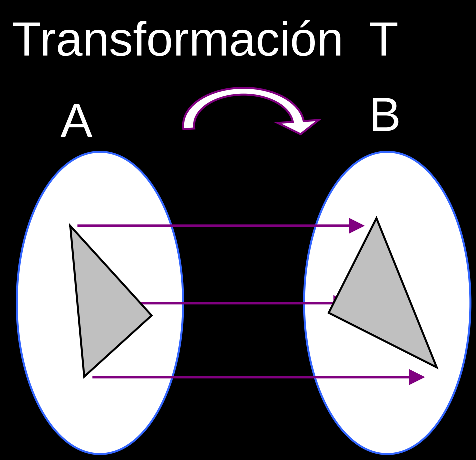
TEORÍA DE LAS TRANSFORMACIONES

(S): Universo de trabajo: Plano Euclideano (plano de los puntos ordinarios).

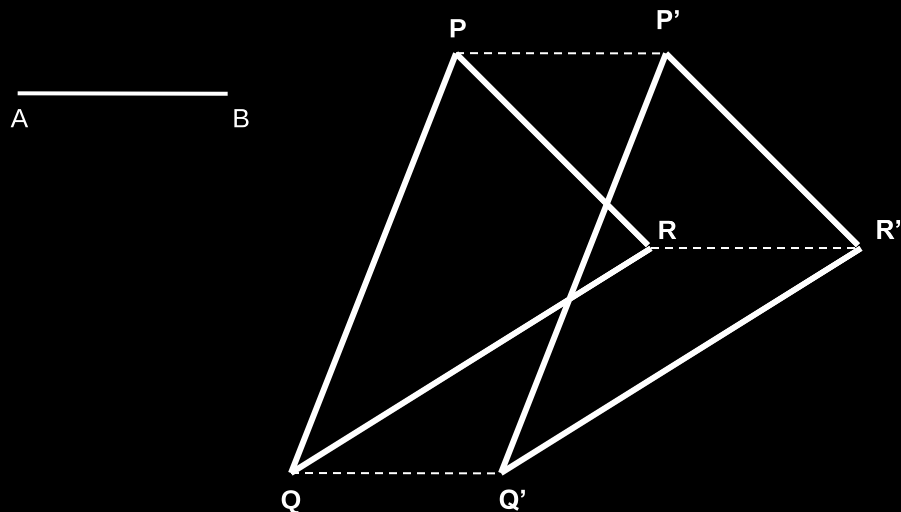
Definición: Una transformación es un mapeo biunívoco del conjunto A sobre el conjunto B, en donde a cada elemento del conjunto A le corresponde una imagen distinta en el conjunto B. (relación uno es a uno)

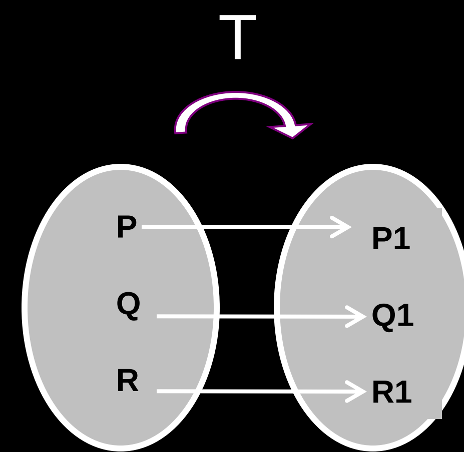




TRASLACIÓN T(AB):

Sea AB un segmento rectilíneo dirigido fijo del plano, La transformación de traslación lleva cada punto P del plano (S) a una posición P’ del mismo tal que PP’ sea igual y paralelo al vector AB de traslación.

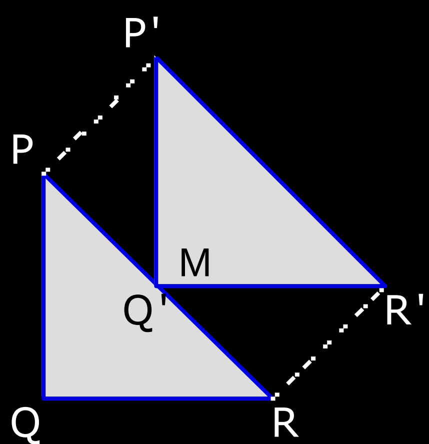




T(AB)

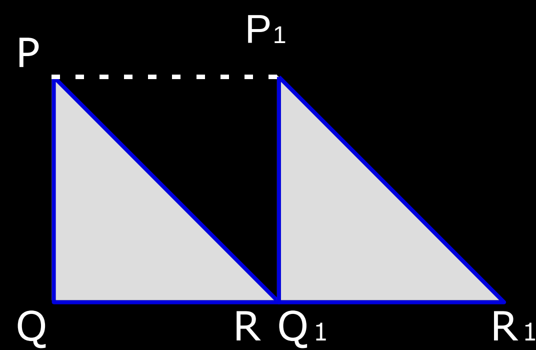
TRASLACIÓN

EJEMPLOS

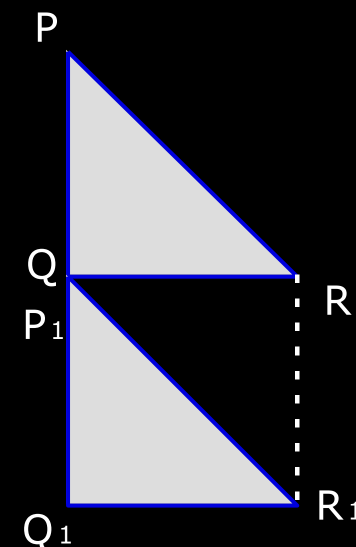


T(QM)

M: punto medio de RP



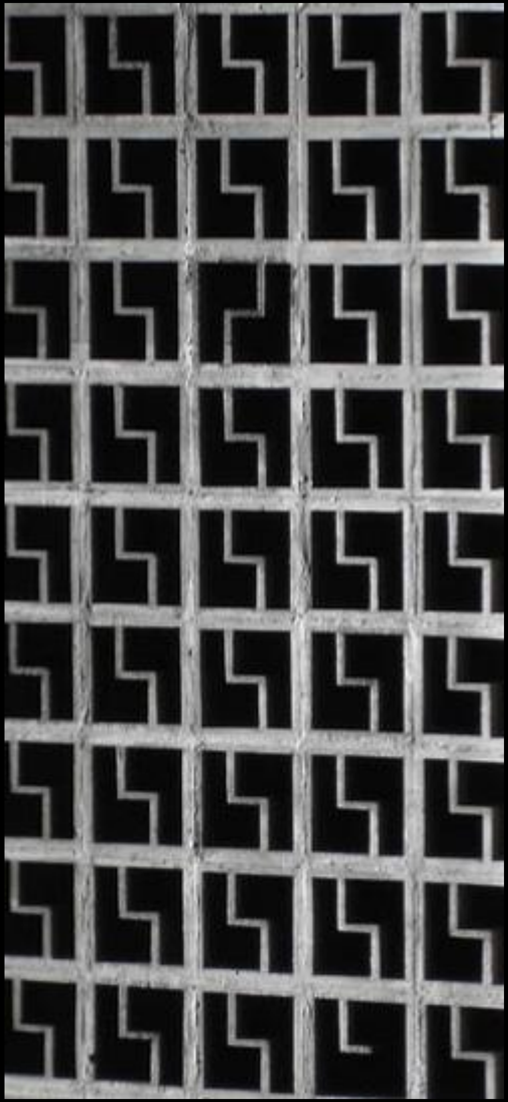
T(QR)

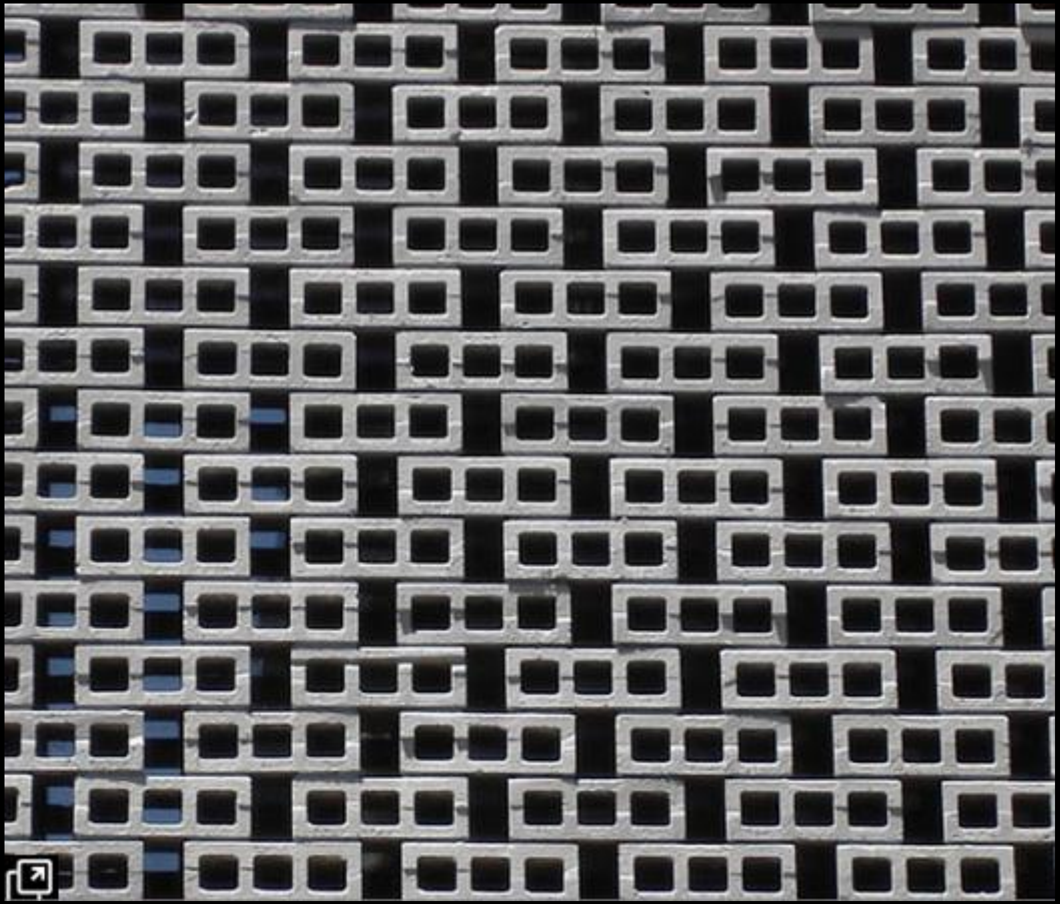


T(PQ)

El vector puede definirse como T(AB/2) o T(1,5 AB) o T(2BC), etc.

TRASLACIÓN



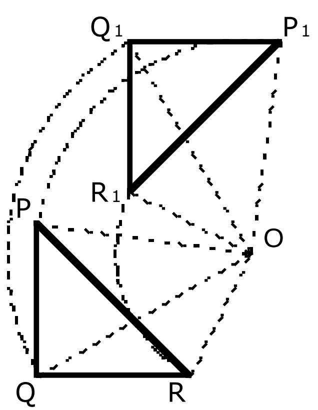


Fuente: http://www.flickr.com/photos/20269008@N00

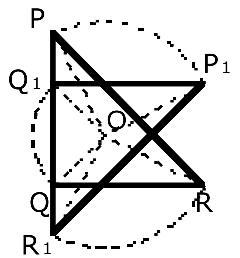
ROTACIÓN

ROTACIÓN R(O, α): Sea O un punto fijo del plano y α ángulo con sentido. La transformación de Rotación lleva cada punto P del plano a una posición P’ del mismo, tal que OP = OP’ y ángulo POP’= α

O es centro de rotación y α es ángulo de rotación.

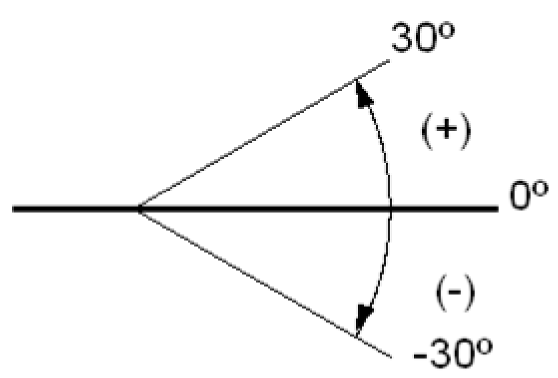


R(O, -90º)



R(O, -90º)

Sentido de rotación:

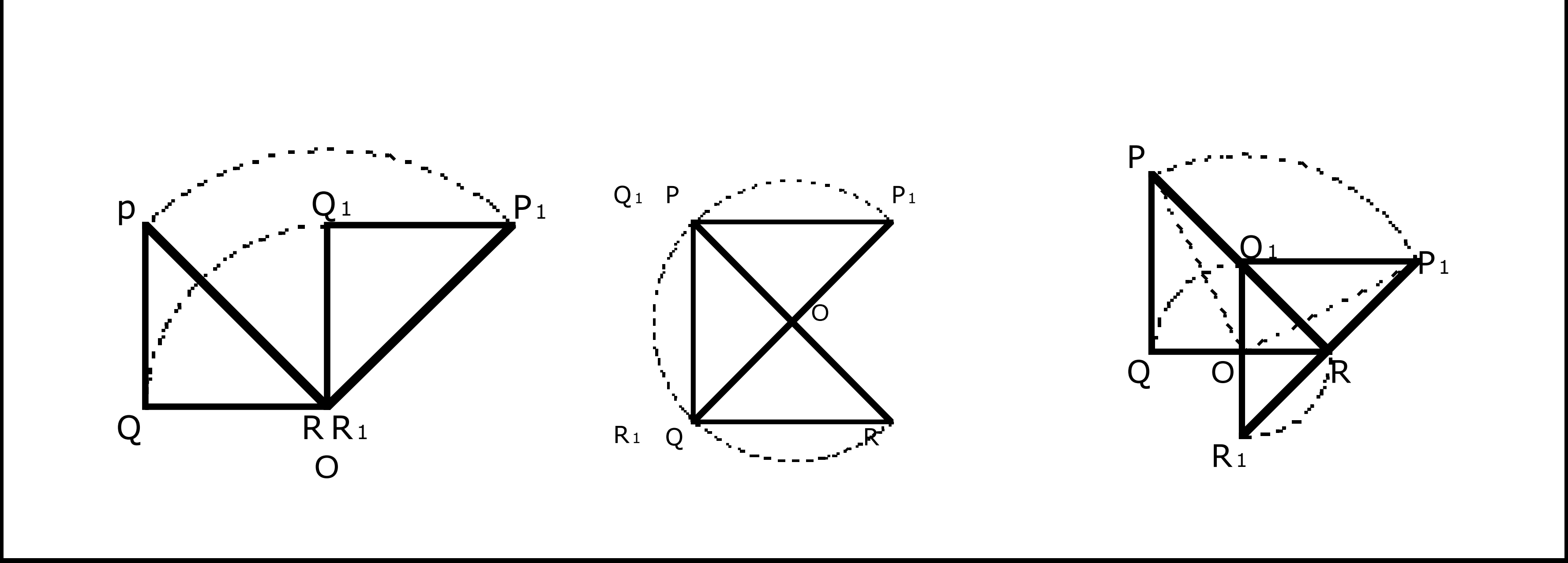


OP = OP_1 y ángulo POP1= α

ROTACIÓN

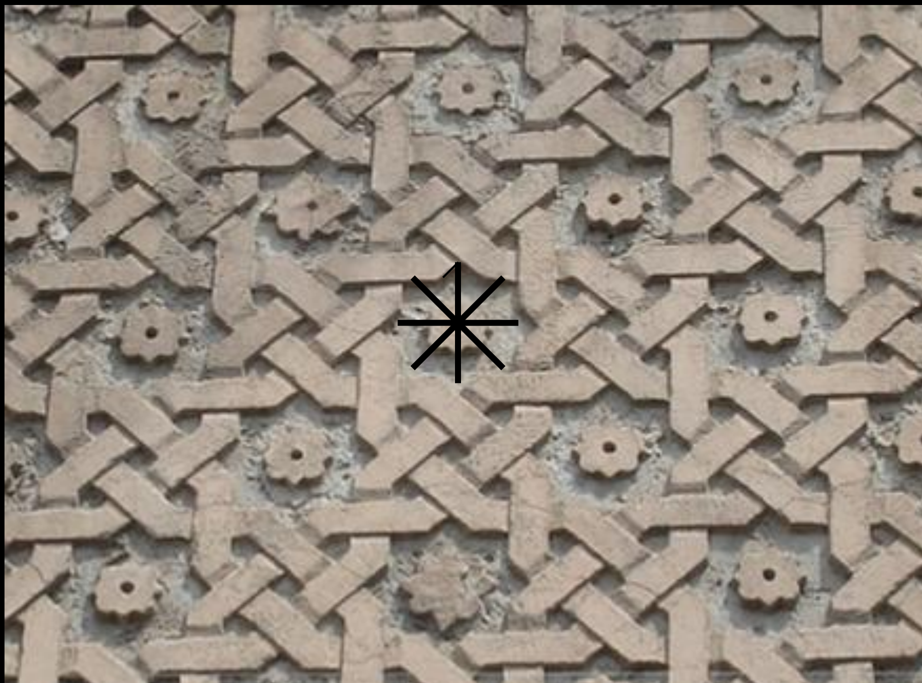
ROTACIÓN R(O, α): Sea O un punto fijo del plano y α ángulo con sentido. La transformación de Rotación lleva cada punto P del plano a una posición P’ del mismo, tal que OP = OP’ y ángulo POP’= α

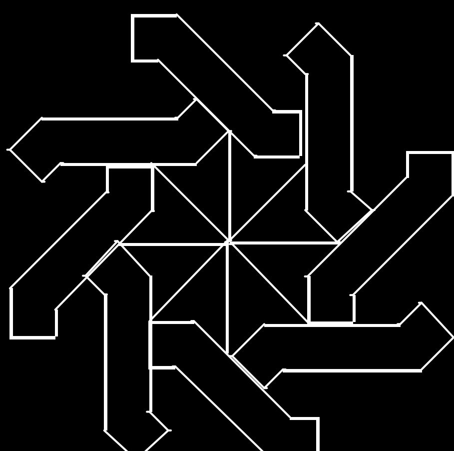
O es centro de rotación y α es ángulo de rotación.



R(O, -90º) R(O, -90º) R(O, -90º)

ROTACIÓN





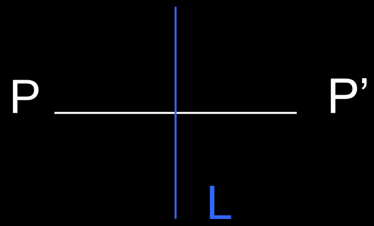
http://www.flickr.com/photos/20269008@N00

ROTACIÓN R(0, α)

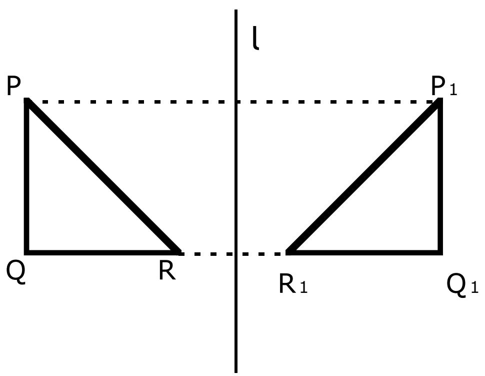
PRO2 Estudio de diseño: Luz Sepúlveda y Nicolás Hernández

REFLEXIÓN CON RESPECTO A UN EJE

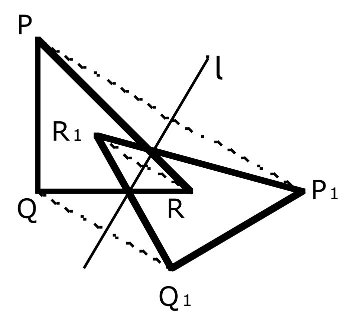
REFLEXIÓN R(l) : Sea l una recta fija del plano, la transformación de reflexión con respecto a un eje lleva cada punto P del plano (S) a una posición P' del mismo, tal que l sea mediatriz de PP'. l es eje de reflexión



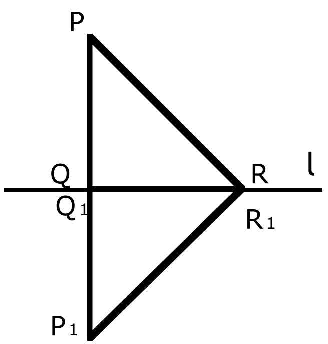
LEY DEL ESPEJO



R(l)



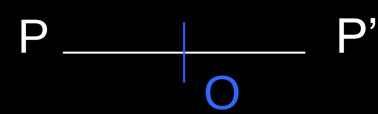
R(l)



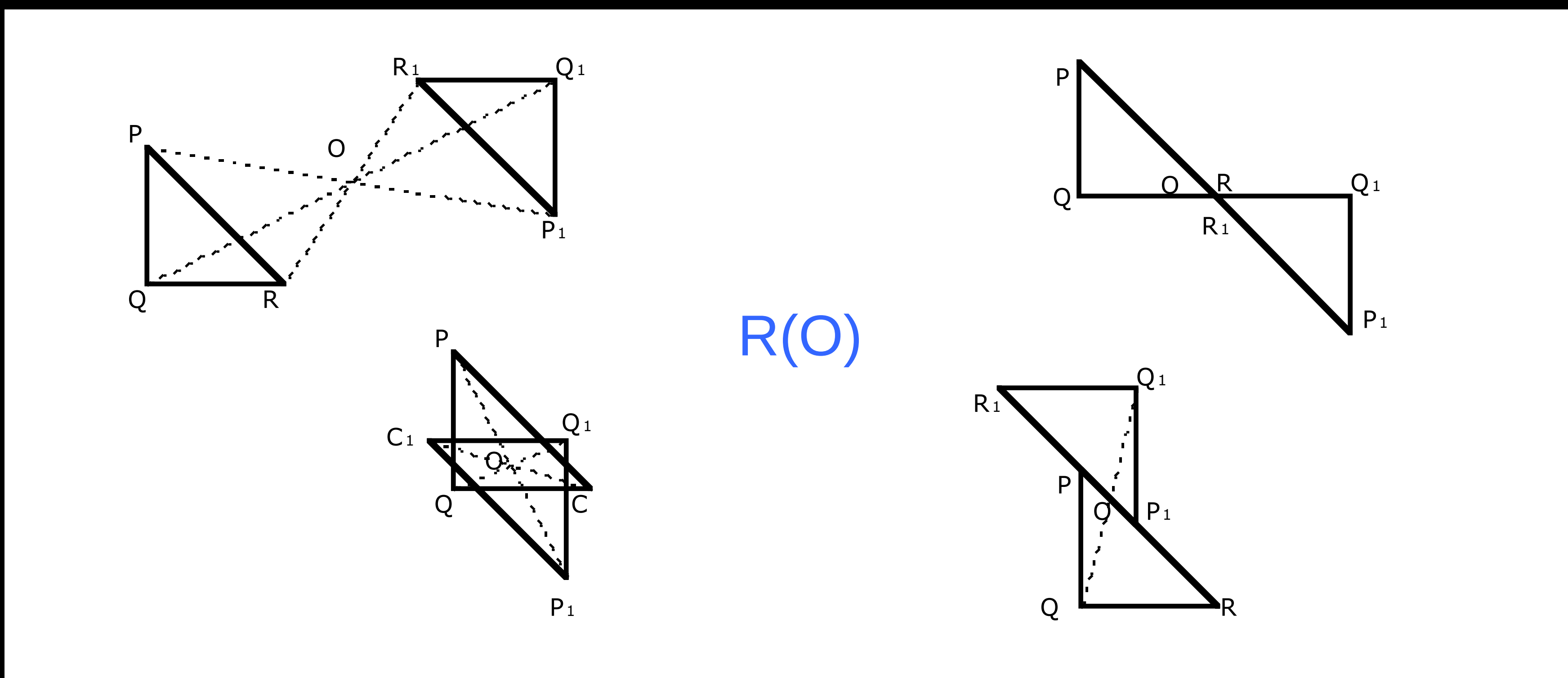
R(l)

REFLEXIÓN CON RESPECTO A UN PUNTO

REFLEXIÓN R(O) : Sea O un punto fijo del plano, la transformación de reflexión con respecto a un punto lleva cada punto P del plano (S) a una posición P’ del mismo, tal que O sea punto medio de PP’. O es centro de reflexión



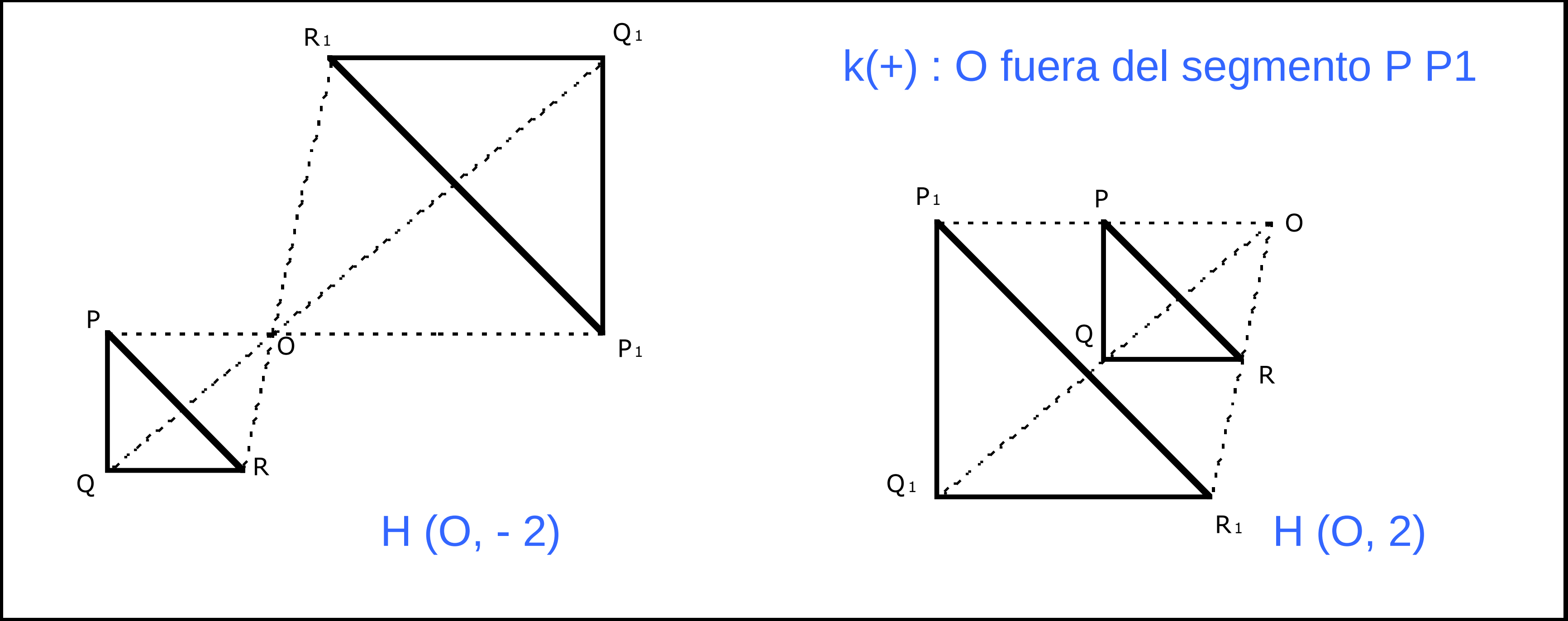
SEMI - VUELTA



HOMOTECIA

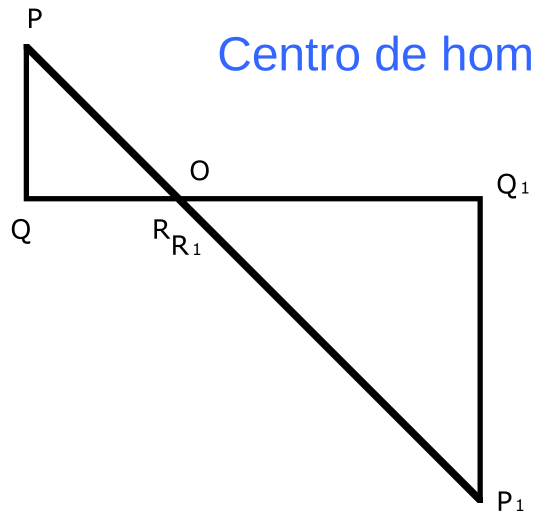
HOMOTECIA H (0,k): Sea O un punto fijo del plano y k un número real dado distinto de cero. La transformación de homotecia lleva cada punto P del plano (S) a una posición P’ del mismo tal que OP x IkI = OP’ y OPP’ alineados. K es la razón de homotecia

k(-) : O entre el segmento PP’ según la razón de homotecia.
Si k es mayor que 1 la figura aumenta de tamaño.

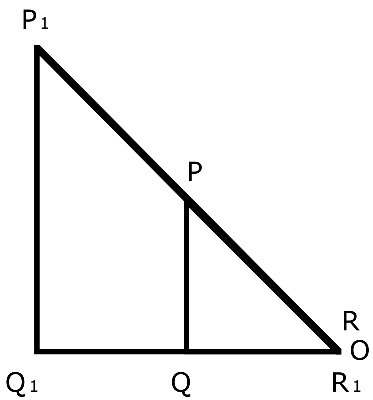


HOMOTECIA

Centro de homotecia contenido en un vértice

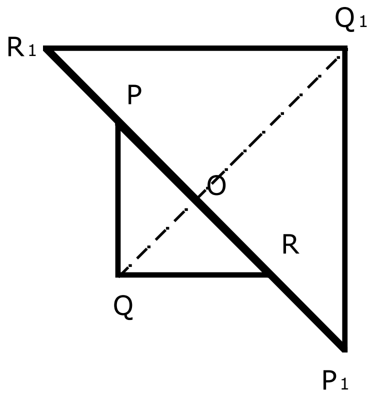


H (O, - 2)

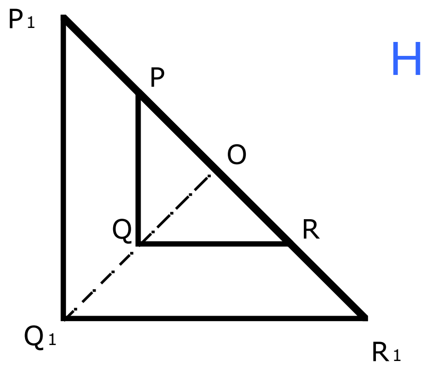


H (O, 2)

Centro de homotecia contenido en un lado

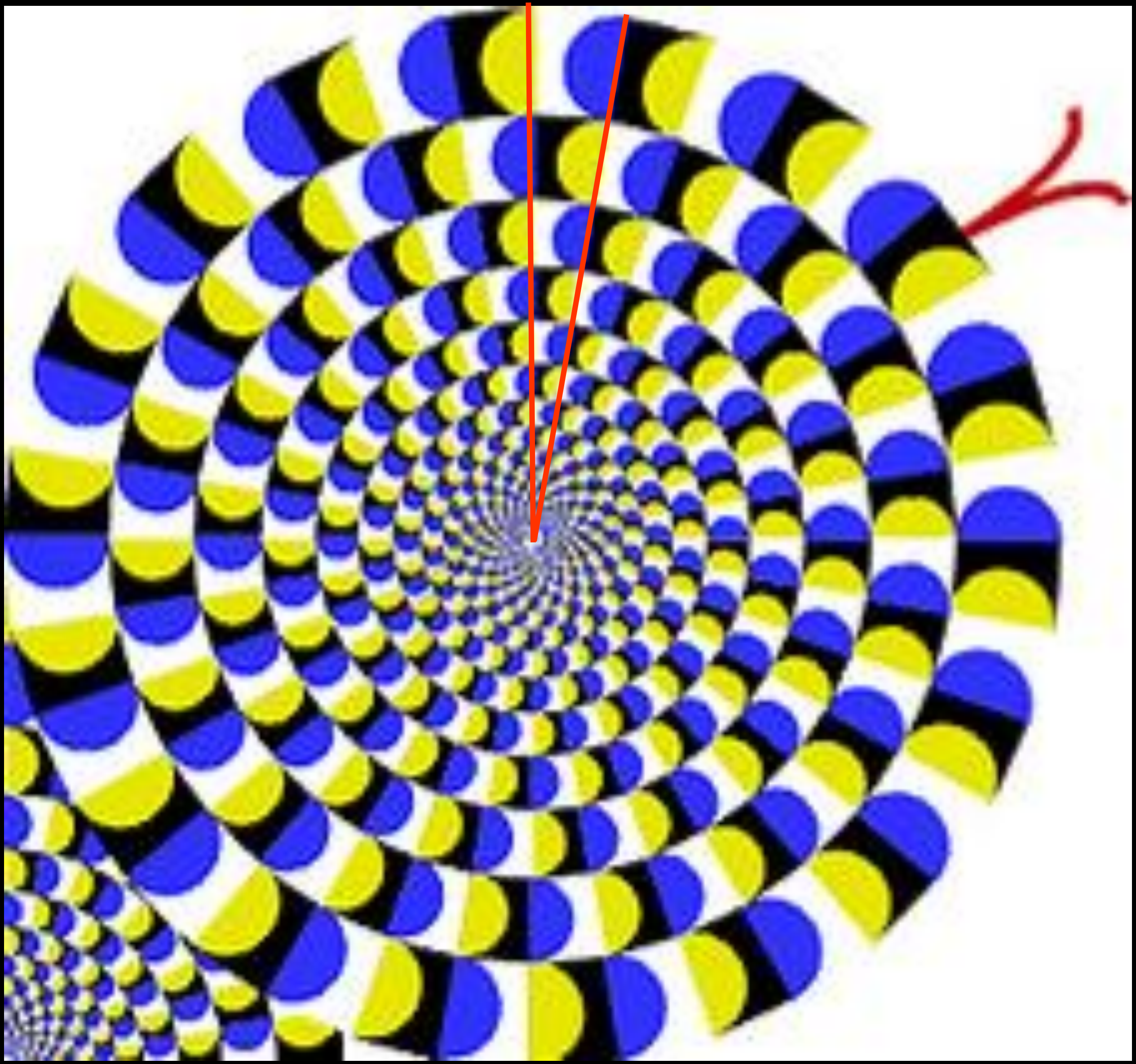


H (O, - 2)

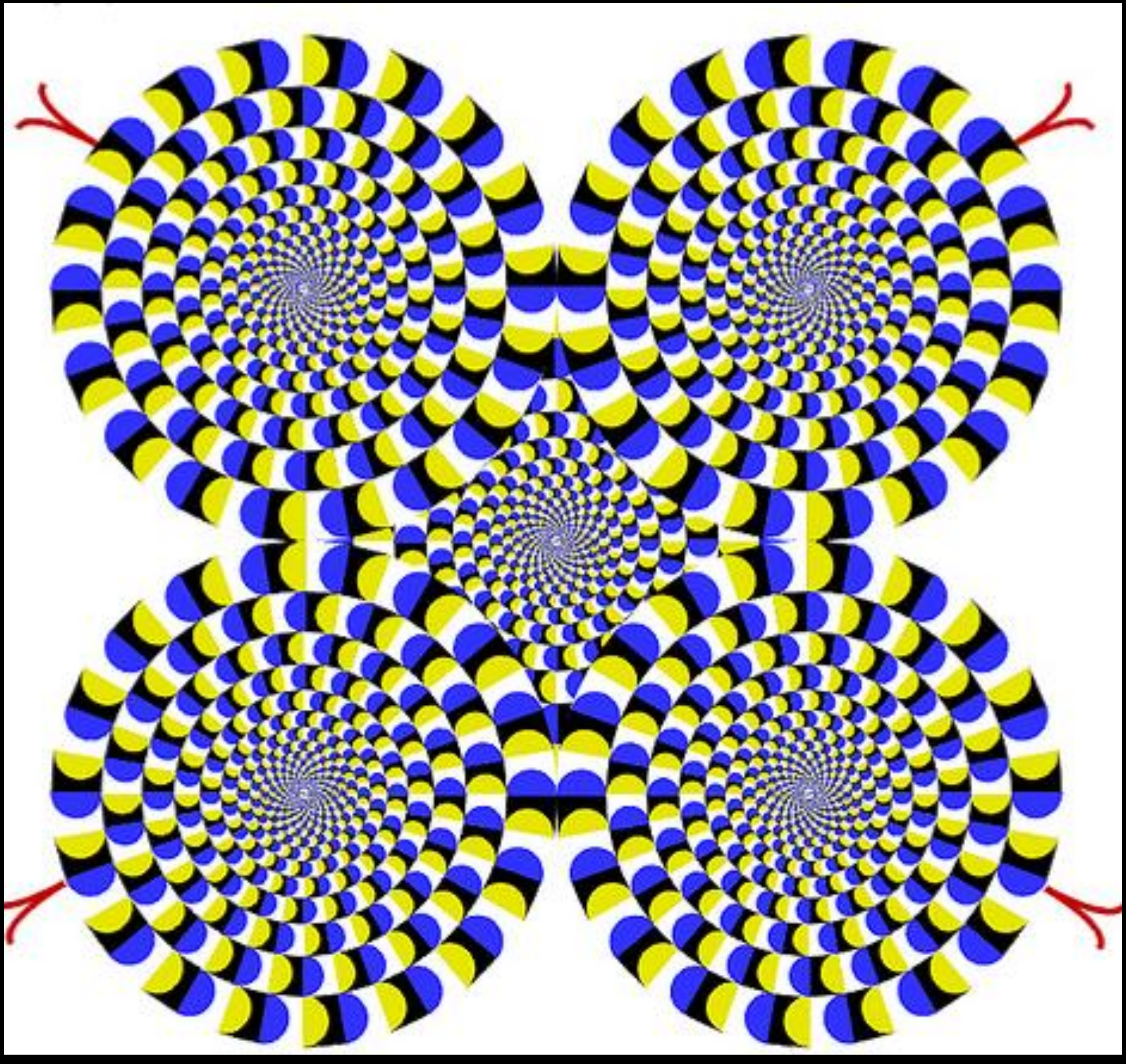


H (O, 2)

HOMOTECIA

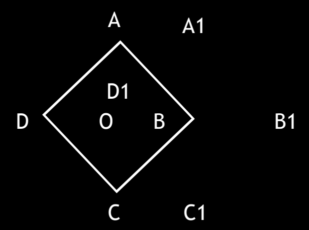


ROTACIÓN REFLEXION

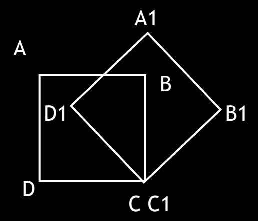


RESUMEN DE LAS TRANSFORMACIONES

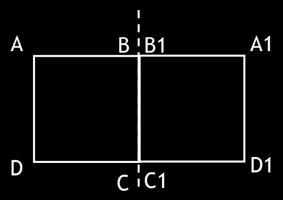
- TRASLACIÓN T(DO)



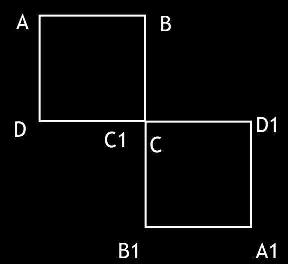
- ROTACIÓN R(C, -45º)



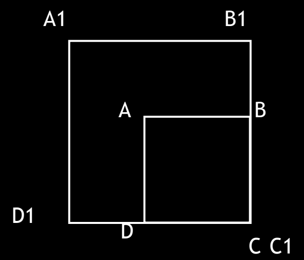
- REFLEXIÓN R(BC)



- REFLEXIÓN R(C)

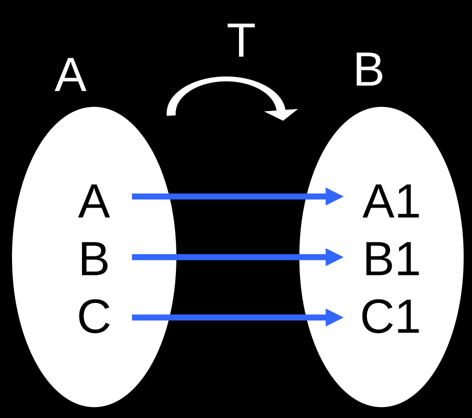


- HOMOTECIA H(C, 5/3)



PROPIEDADES DE TRASFORMACIONES

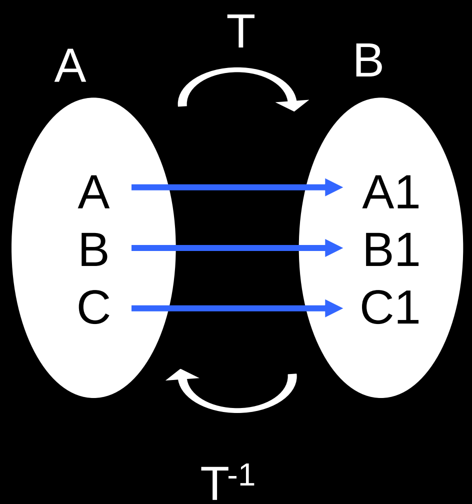
1. CERRADURA: Para toda transformación de conjunto A sobre un conjunto B debe cumplirse que tanto el conjunto A como el conjunto B debe pertenecer a un universo de trabajo previamente definido. El plano (S) de los puntos ordinarios



Si ABC pertenece al plano (S) A1B1C1 debe pertenecer al plano (S)

2- PROPIEDAD INVERSA: Toda transformación T induce una transformación inversa que se denomina T^{-1}.

$T = R(O, -45°)$

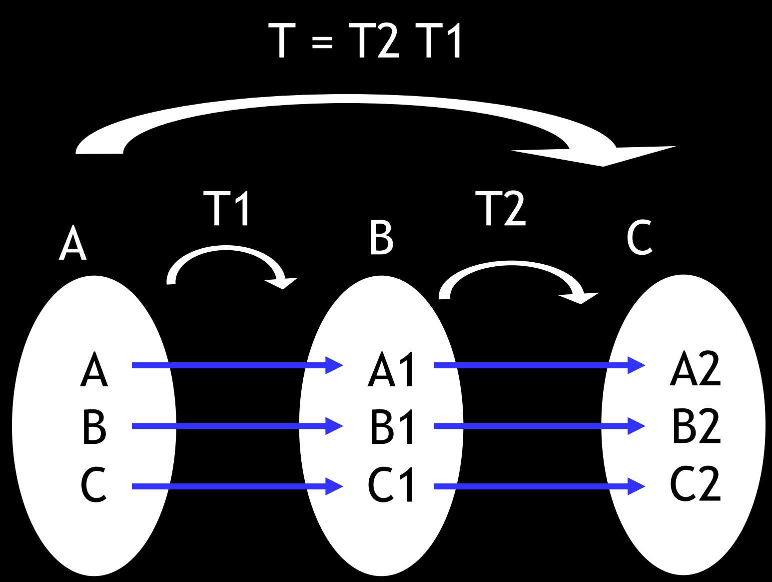


$T^{-1} = R(O, 45°)$

PRODUCTO DE TRANSFORMACIONES

Si aplicamos una transformación T1 al conjunto A y luego una transformación T2 al conjunto B, se induce a que existe una transformación T del conjunto A sobre el conjunto C. Esta transformación T se llama producto T2 T1

T = T2 T1

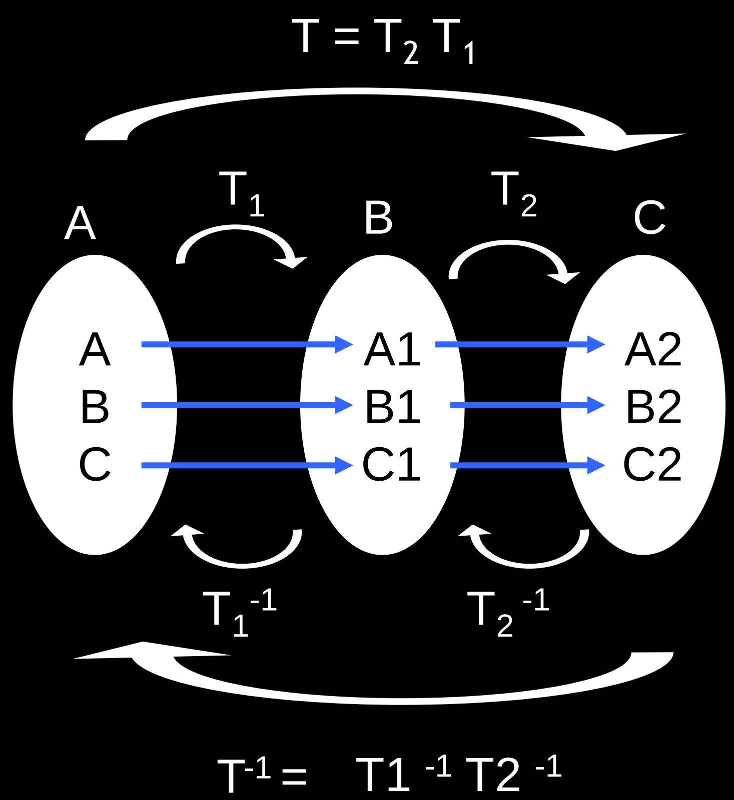


se resuelve de derecha a izquierda

Se aplica al objeto ABC la primera transformación, luego la segunda transformación se aplica al resultado A1B1C1 y así sucesivamente

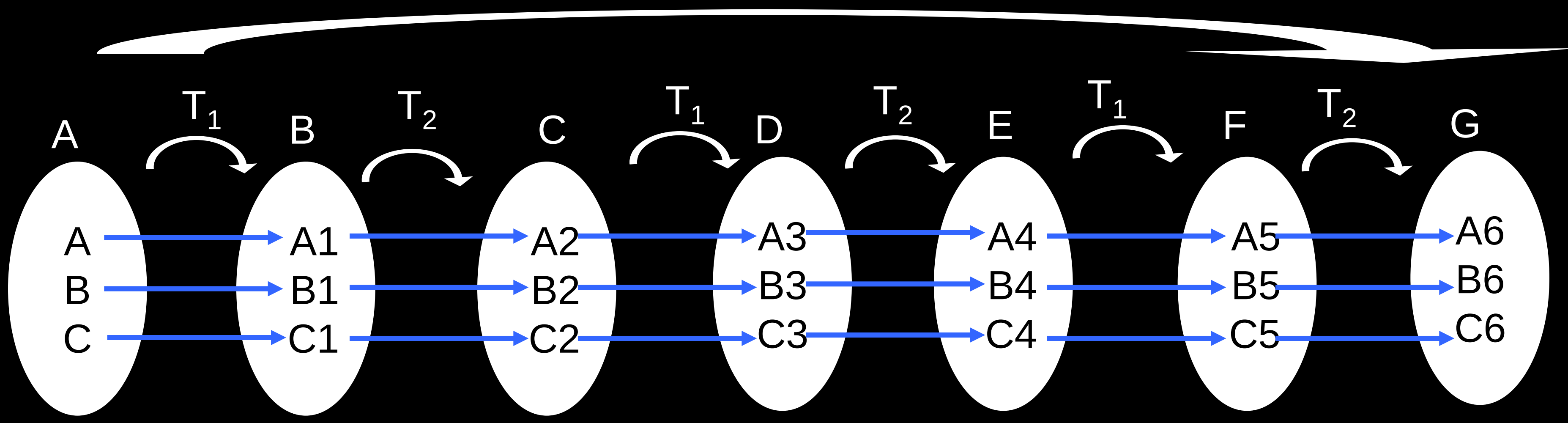
PRODUCTO INVERSO

Si $T = T_2 T_1$ **ENTONCES** $T^{-1} = T1^{-1}\, T2^{-1}$



POTENCIA

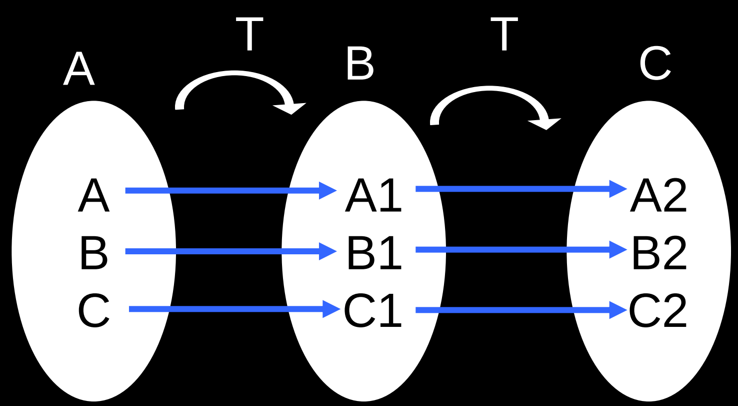
Si $T = T_2 T_1$ ENTONCES $T^3 = T_2 T_1 T_2 T_1 T_2 T_1$



INVOLUCIÓN

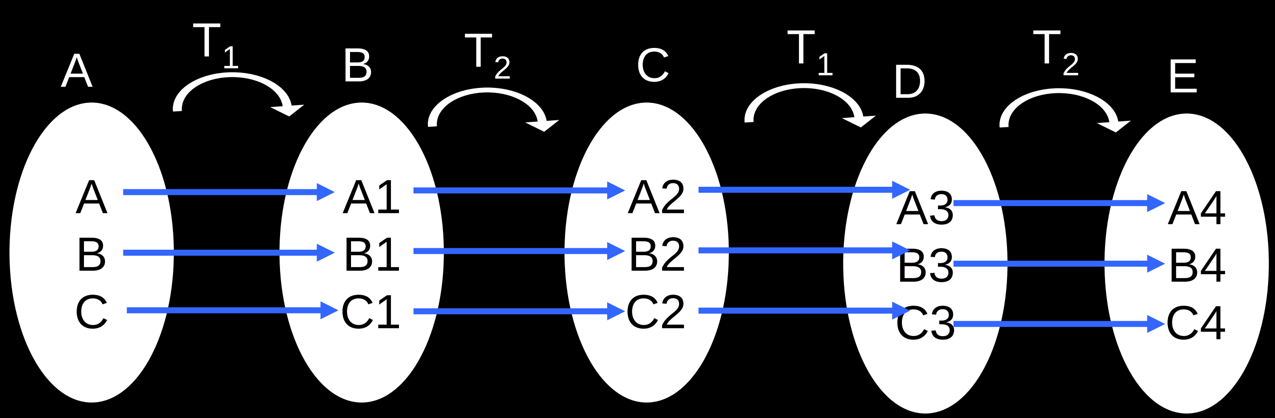
Si $T^2 = T\ T = I$

SE CUMPLE LA INVOLUCIÓN SI:



A = A2
B = B2
C = C2

Si $T = T2\ T1$ ENTONCES $T^2 = T2\ T1\ T2\ T1 = I$



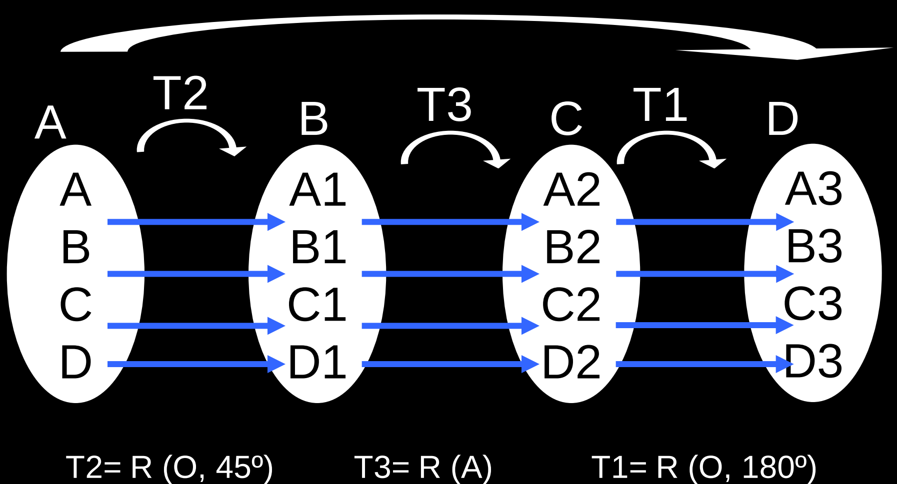
A = A4
B = B4
C = C4

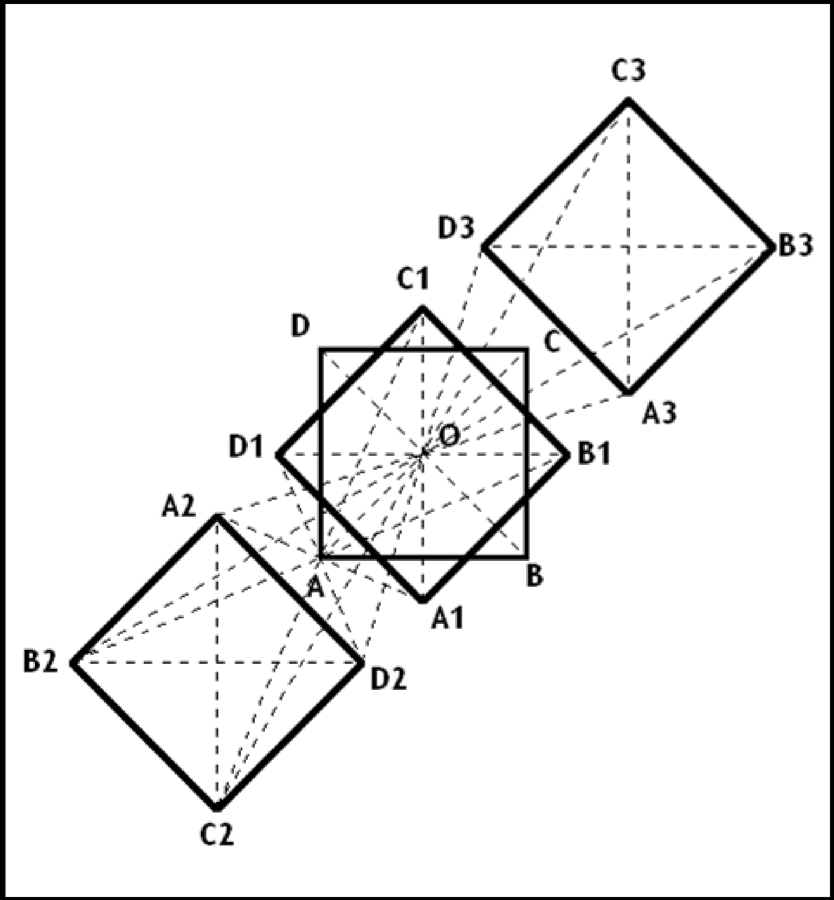
EJEMPLO: PRODUCTO DE TRANSFORMACIONES

Ejemplo: Aplicar al cuadrado ABCD el producto T= T1 T3 T2

T1= R (O, 180º)
T2= R (O, 45º)
T3= R (A)
O: intersección de las diagonales

T = T1 T3 T2





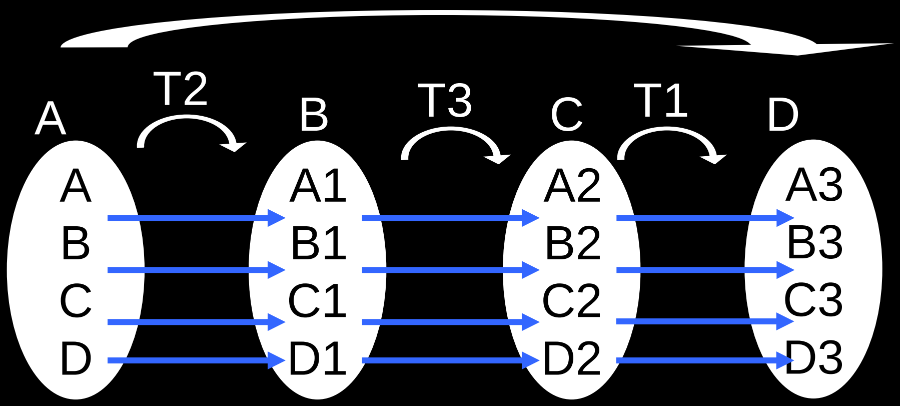
SUB-INDICE i

Ejemplo: Aplicar al cuadrado ABCD el producto T= T1 T3 T2

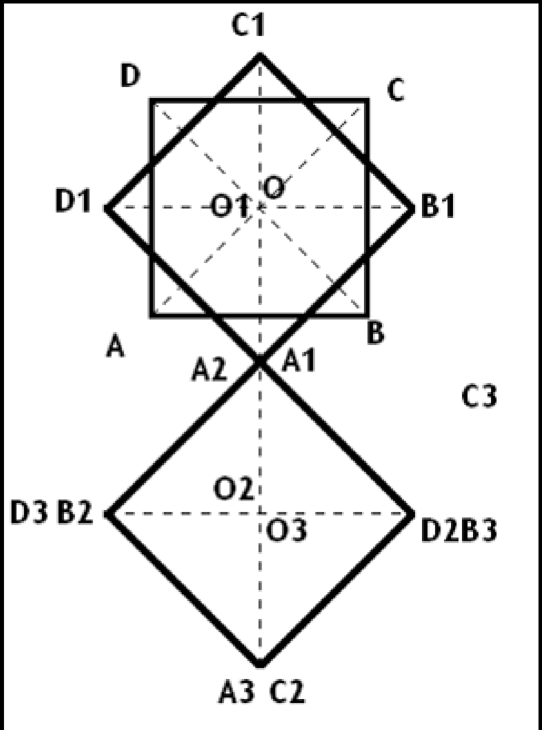
T1= R (Oi, 180º)
T2= R (O, 45º)
T3= R (Ai)
O: intersección de las diagonales

i= debe reemplazarse con el subíndice de la última transformación efectuada

T = T1 T3 T2



T2= R (O, 45º) T3= R (A1) T1= R (O2, 180º)



EJERCICIO DE TRANSFORMACIONES

1. En la memoria del formato, crear un módulo con un cuadrado de lado 3 y un triángulo de cateto 3, use distintos colores. El cuadrado se llamará ABCD

2. Aplique el producto $T= T_2 \ T_3 \ T_1^{-1} \ T_2 \ T_{1.}$

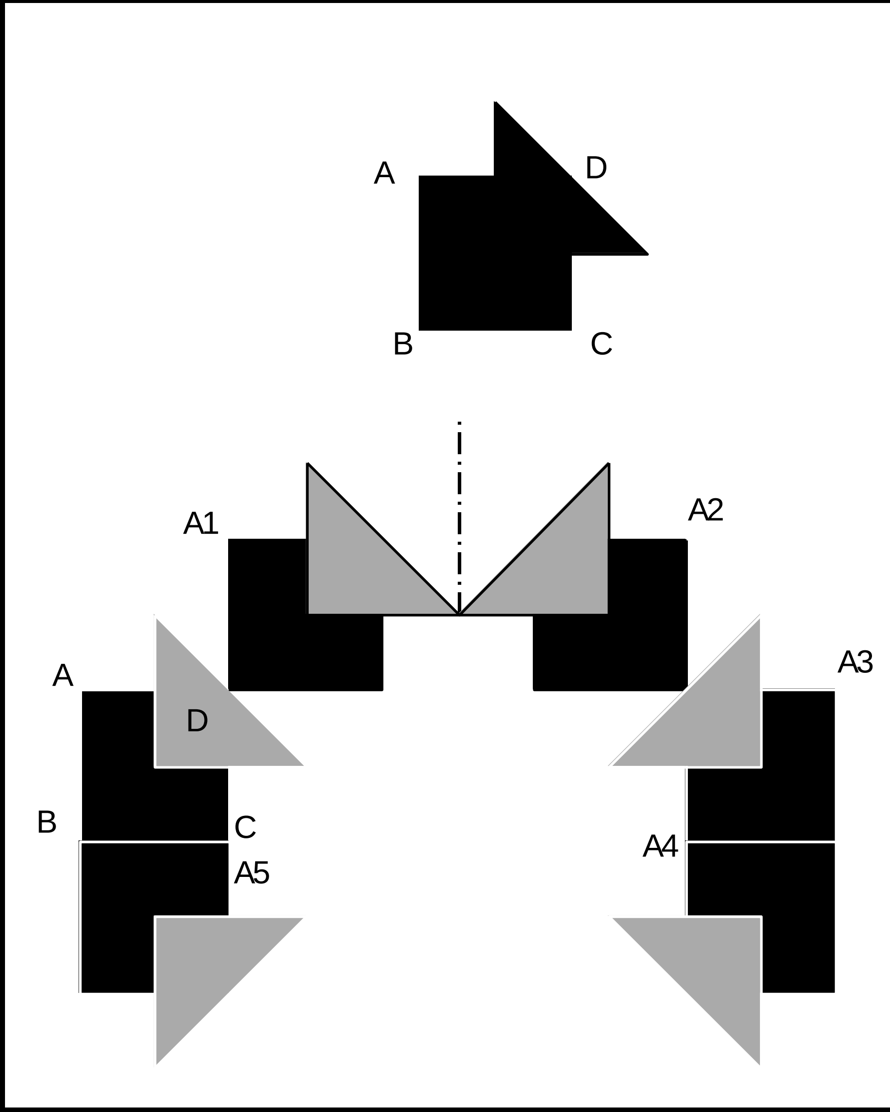
En el espacio de 27 x 27 del formato, hágalo con las cartulinas sin cambiar el color de los polígonos.

$T= T_2 \ T_3 \ T_1^{-1} \ T_2 \ T_1$

T_1 = T(BiDi)

T_2 = R(l) l eje paralelo a CD que pasa a 4,5 cm y a la derecha de dicho segmento

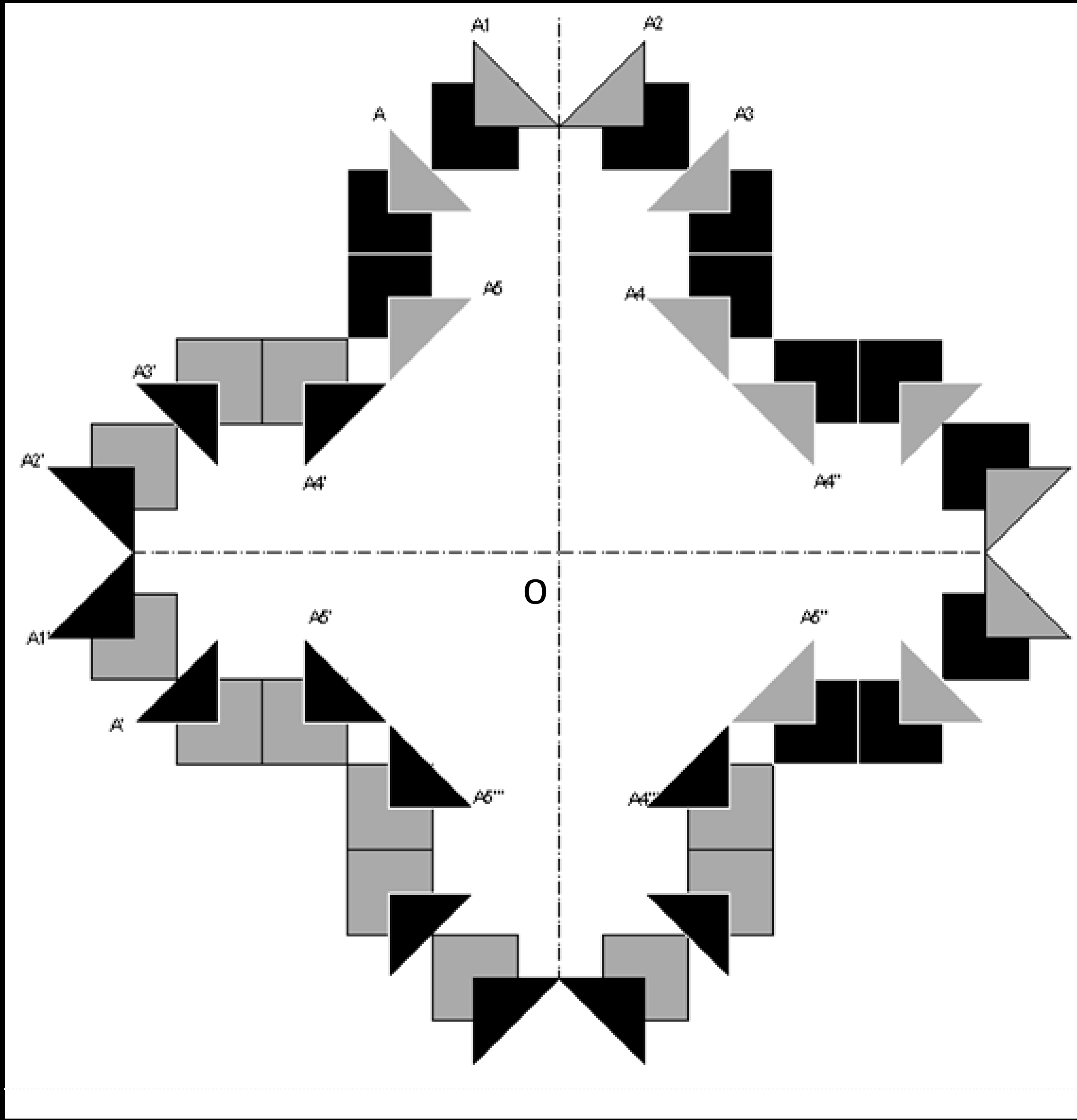
T_3 = R(Bi, 90º)



EJERCICIO DE TRANSFORMACIONES

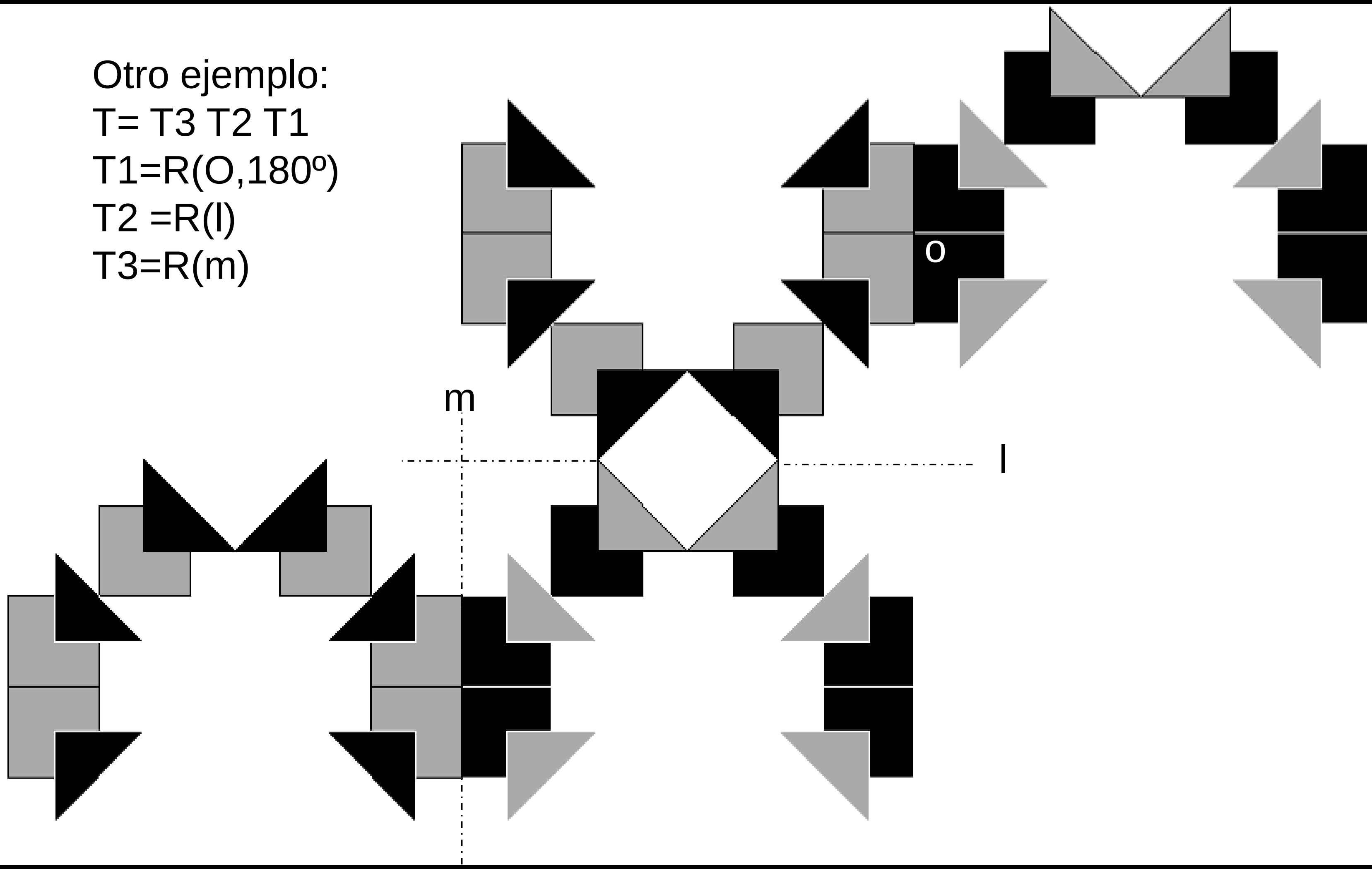
3. Repita el producto creado en el punto anterior, las veces que usted considere necesario para crear una composición (Lineal Rotatoria , radial, en Espiral, axial, etc.). Teniendo en consideración invertir los colores de la composición obtenida en el punto 2 y anotar las transformaciones.

Ej: A toda la configuración resultante en el punto anterior (pasa a ser el conjunto A inicial) aplicar R(0,-90º) R(l) R(O, 90º)

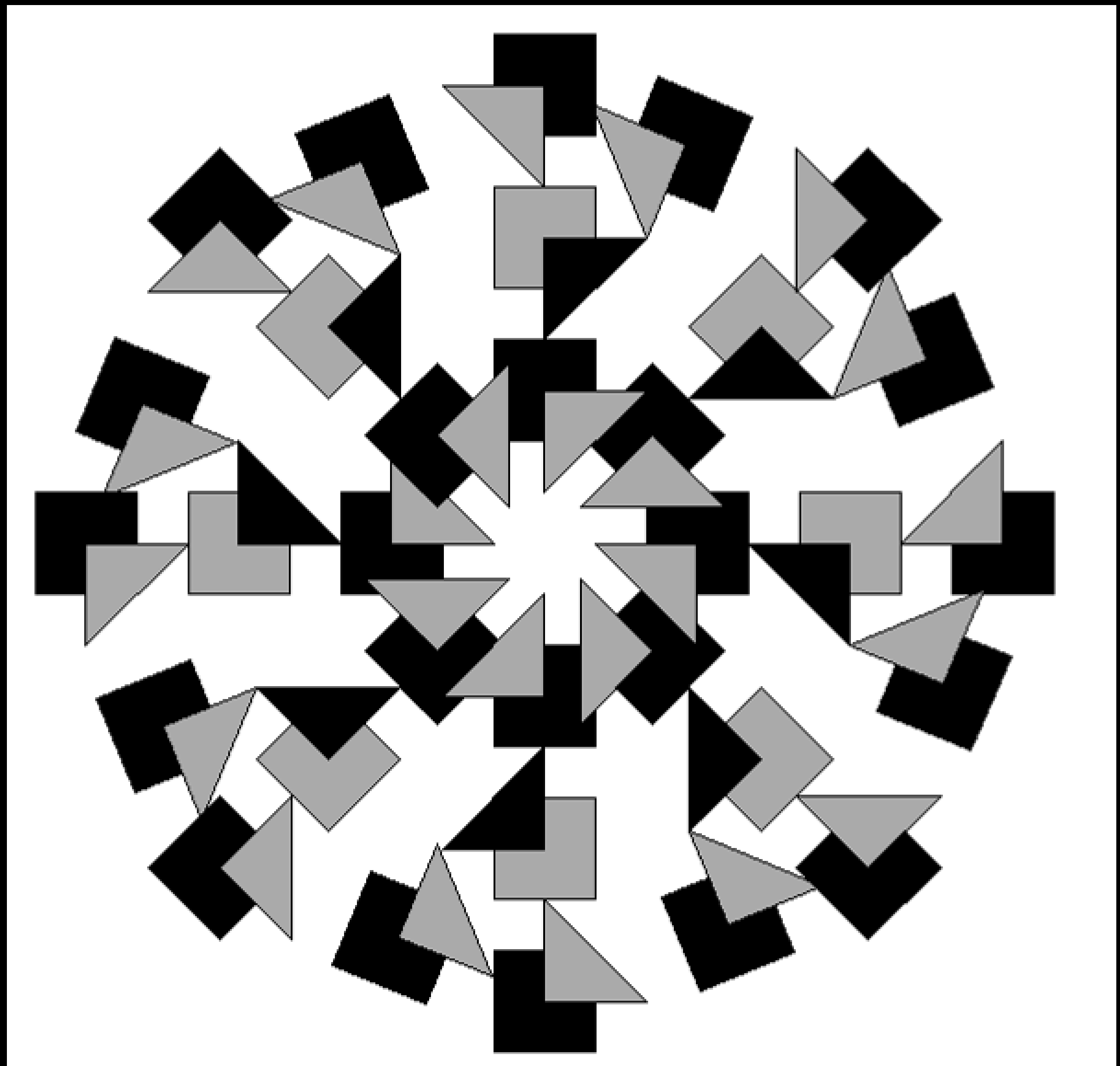


EJERCICIO DE TRANSFORMACIONES

Otro ejemplo:
T= T3 T2 T1
T1=R(O,180º)
T2 =R(l)
T3=R(m)

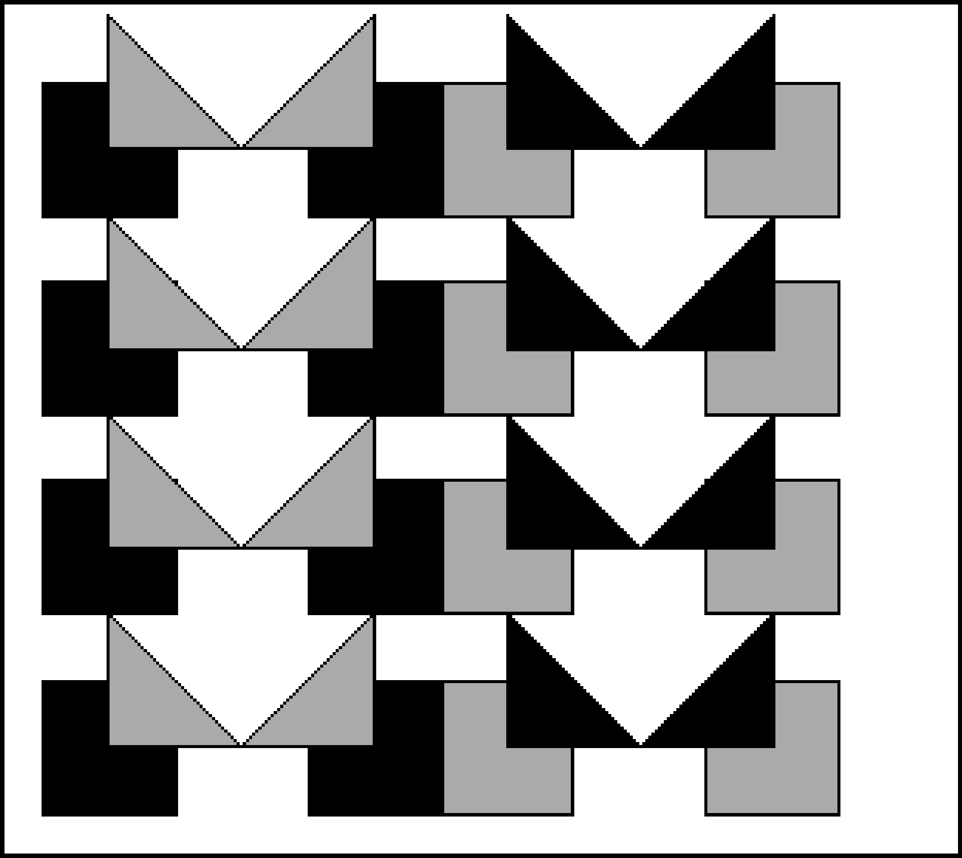


EJEMPLOS DE TIPOS DE COMPOSICIONES:
COMPOSICIÓN CIRCULAR

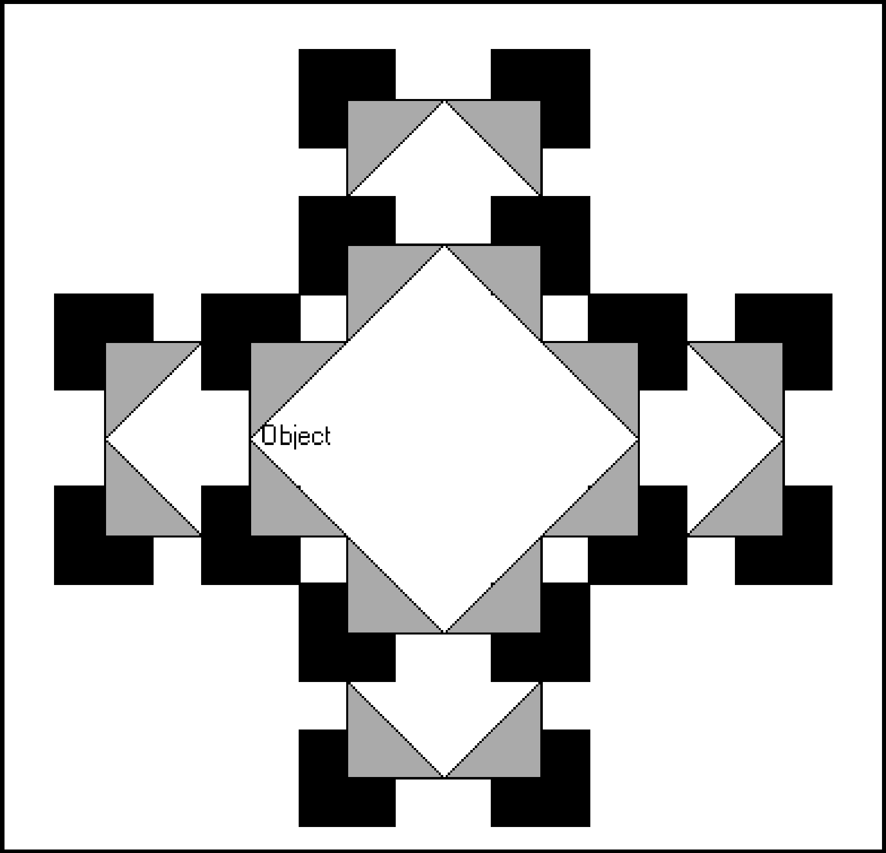


COMPOSICIÓN LINEAL Y CIRCULAR O ROTATORIA

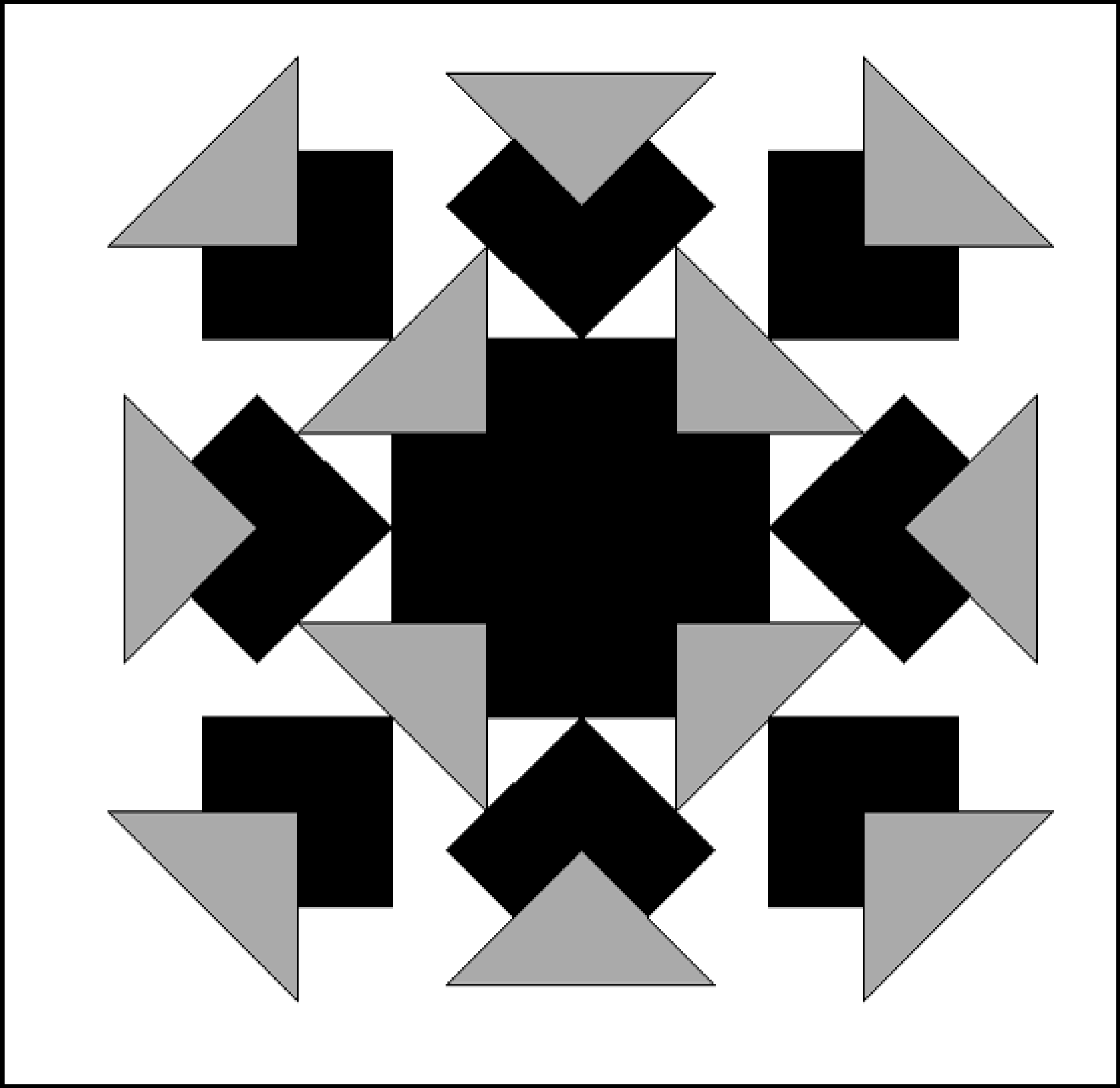
LINEAL



CIRCULAR



COMPOSICIÓN CIRCULAR O ROTATORIA



COMPOSICIÓN LINEAL