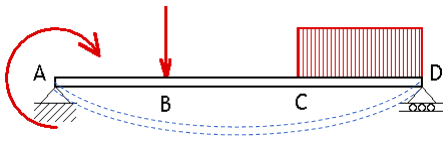
CURSO
## ESTRUCTURAS I

## ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION
## VIGAS ISOSTATICAS


- Profesor : Jing Chang Lou
- Ayudante : Cristián Muñoz Díaz


ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION
## VIGAS

La viga es un elemento estructural en forma prismática, larga y rectas, que están sometido a cargas laterales; es decir, a fuerzas perpendiculares al eje longitudinal de la barra causándoles efectos de corte y de flexión.



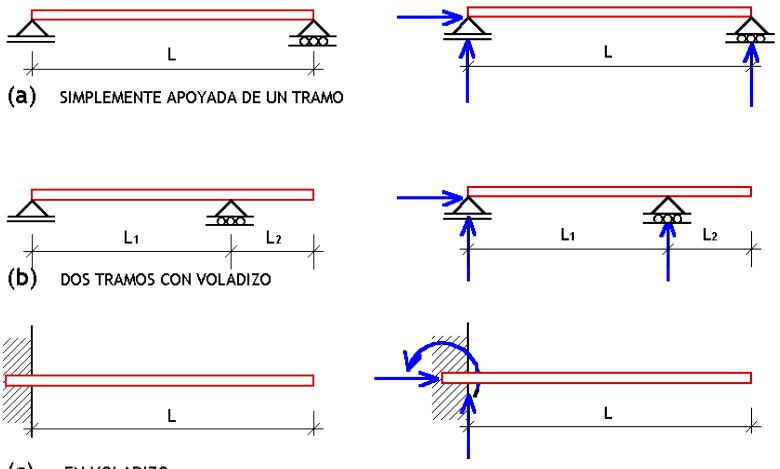
# ESTRUCTURAS I

## ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION

## VIGAS

### TIPO DE VIGAS

VIGAS ESTATICAMENTE DETERMINADAS

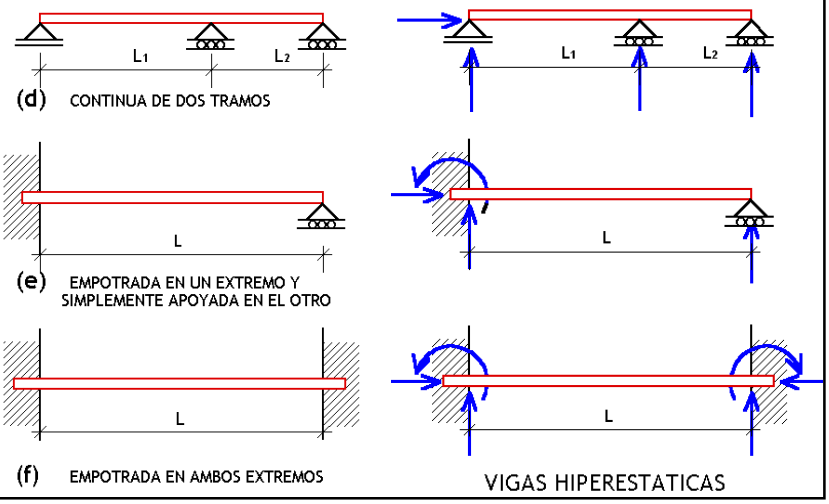



## ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION

## VIGAS

### TIPO DE VIGAS

VIGAS ESTATICAMENTE INDETERMINADAS

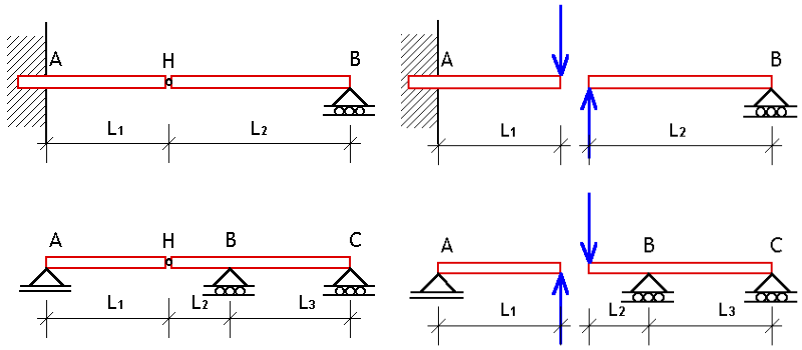


## ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION

# VIGAS

### TIPO DE VIGAS

VIGAS ESTATICAMENTE DETERMINADAS




## ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION

# VIGAS

### EJEMPLO

## ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION

# VIGAS

EJEMPLO

## ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION

# VIGAS

EJEMPLO

## ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION

# VIGAS

EJEMPLO

## ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION

# VIGAS

EJEMPLO

## ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION

# VIGAS

EJEMPLO

## ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION

# VIGAS

EJEMPLO

## ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION

# VIGAS

EJEMPLO

## ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION

# VIGAS

EJEMPLO

## ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION

# VIGAS

EJEMPLO

## ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION

# VIGAS

EJEMPLO

## ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION

# VIGAS

EJEMPLO

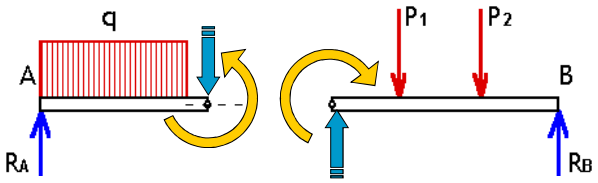
## ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION

# VIGAS

EJEMPLO

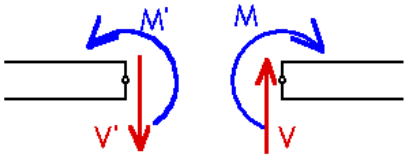
## ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION
# VIGAS ISOSTATICAS

FUERZAS DE CORTE Y MOMENTOS FLECTORES

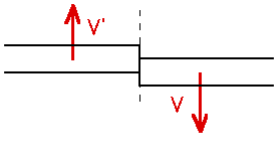



## ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION
# VIGAS ISOSTATICAS

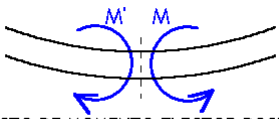
FUERZAS DE CORTE Y MOMENTOS FLECTORES




FUERZAS INTERNAS EN LA SECCION
(FUERZA CORTANTE POSITIVA Y
MOMENTO FLECTOR POSITIVO)



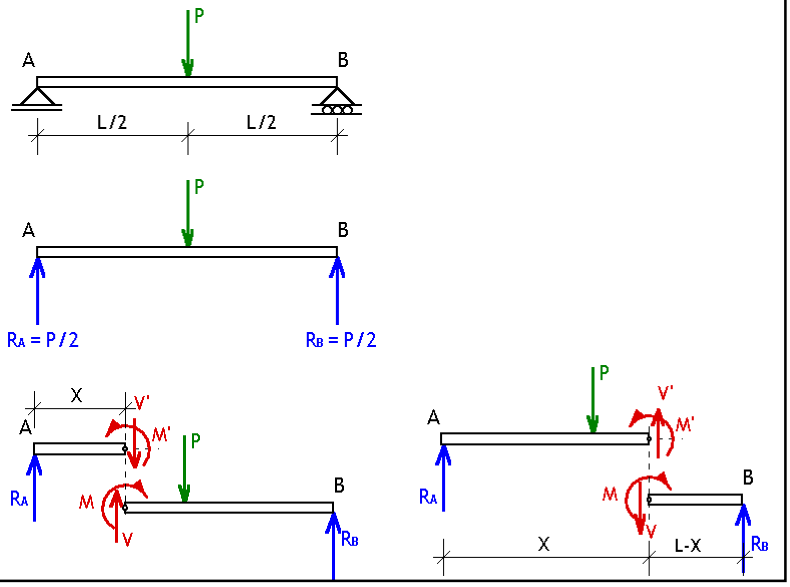

EFECTO DE FUERZA CORTANTE POSITIVA




EFECTO DE MOMENTO FLECTOR POSITIVO

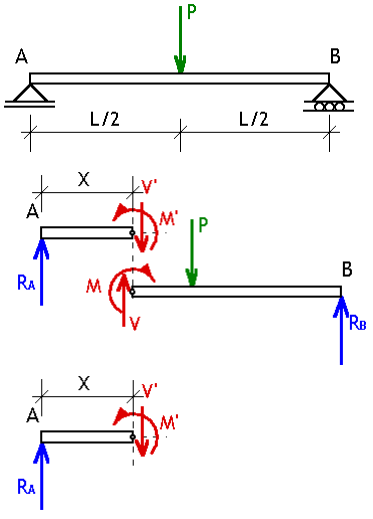
## ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION
# VIGAS ISOSTATICAS

FUERZAS DE CORTE Y MOMENTOS FLECTORES




## ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION
# VIGAS ISOSTATICAS

FUERZAS DE CORTE Y MOMENTOS FLECTORES




$$\sum Fy = 0$$

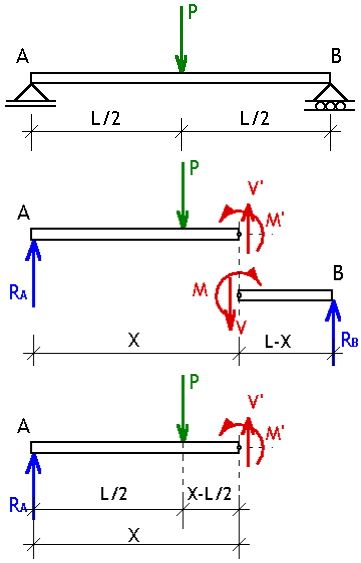
$$V' = R_A$$

$$\sum M_X = 0$$

$$M' = R_A x$$

## ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION
# VIGAS ISOSTATICAS

FUERZAS DE CORTE Y MOMENTOS FLECTORES




$$\sum Fy = 0$$

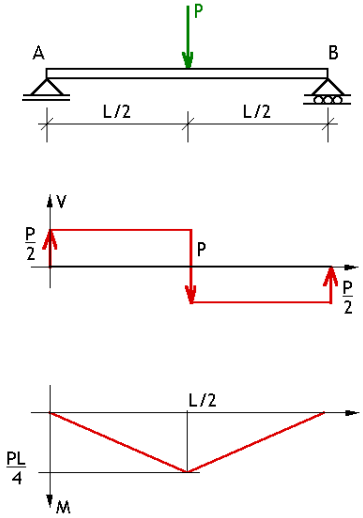
$$V' = R_A - P$$

$$\sum M_X = 0$$

$$M' = R_A x - P\,(x - L/2)$$

## ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION
# VIGAS ISOSTATICAS

GRAFICOS DE CORTE Y MOMENTO FLECTOR




**TRAMO 1**

$$V' = R_A \qquad V' = \frac{P}{2}$$

$$M' = R_A x \qquad M' = \frac{P}{2}x$$

**TRAMO 2**

$$V' = R_A - P$$

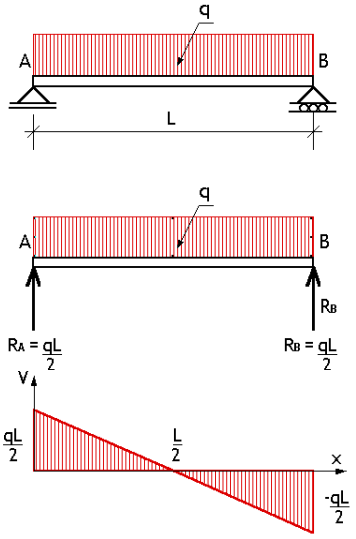
$$V' = \frac{P}{2} - P = -\frac{P}{2}$$

$$M' = R_A x - P(x - L/2)$$

$$M' = \frac{P}{2}x - Px + \frac{PL}{2} = \frac{PL}{2} - \frac{P}{2}x$$

## ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION
# VIGAS ISOSTATICAS

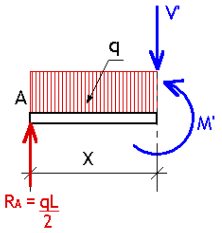
FUERZAS DE CORTE Y MOMENTOS FLECTORES




$$\sum Fy = 0$$

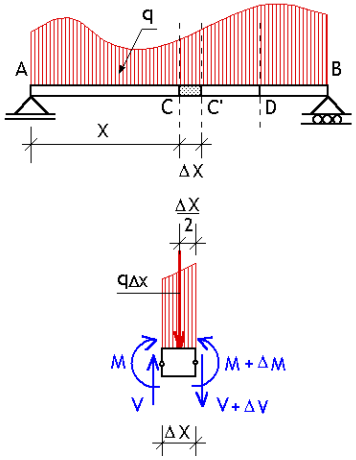
$$V' = R_A - qx$$

$$\boxed{V' = \frac{qL}{2} - qx}$$




## ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION
# VIGAS ISOSTATICAS

RELACIONES ENTRE LA CARGA Y LA FUERZA CORTANTE




$$\sum Fy = 0$$

$$V - (V + dV) - q\,dx = 0$$

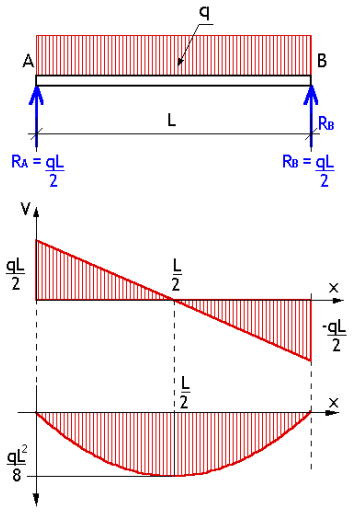
$$dV = -q\,dx$$

$$\boxed{\frac{dV}{dx} = -q}$$

**La pendiente de la cortante en cualquier punto es igual al negativo de la carga**

## ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION
# VIGAS ISOSTATICAS

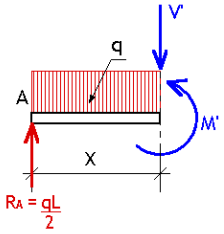
FUERZAS DE CORTE Y MOMENTOS FLECTORES




$$\sum M_X = 0$$

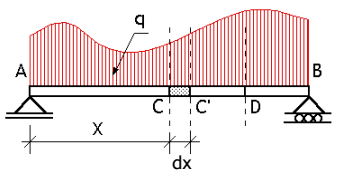
$$M' = R_A x - qx\frac{x}{2}$$

$$\boxed{M' = \frac{qL}{2}x - q\frac{x^2}{2}}$$




## ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION
# VIGAS ISOSTATICAS

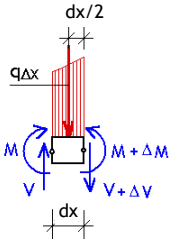
RELACIONES ENTRE LA FUERZA CORTANTE Y EL MOMENTO FLECTOR




$$\sum M = 0$$

$$(M + dM) - M - Vdx + q\,dx\frac{dx}{2} = 0$$

$$dM = Vdx - \frac{q}{2}(dx)^2$$

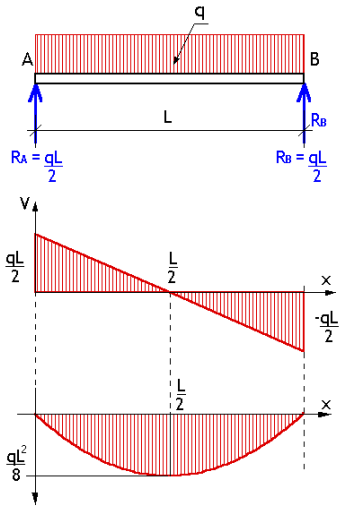



$$\boxed{\frac{dM}{dx} = V}$$

**La pendiente del momento flector es igual al valor de la cortante**

## ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION
# VIGAS ISOSTATICAS

RELACIONES ENTRE LA CARGA Y LA FUERZA CORTANTE




$$\sum Fy = 0$$

$$V' = R_A - qx$$

$$\boxed{V' = \frac{qL}{2} - qx}$$

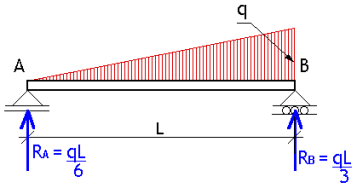
$$\sum M_X = 0$$

$$M' = R_A x - qx\frac{x}{2}$$

$$\boxed{M' = \frac{qL}{2}x - q\frac{x^2}{2}}$$

## ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION
# VIGAS ISOSTATICAS

FUERZAS DE CORTE Y MOMENTOS FLECTORES




$$\sum M_A = 0$$

$$-q\,\frac{L}{2}\,\frac{2L}{3} + R_B\,L = 0$$

$$R_B = \frac{q\,L}{3}$$

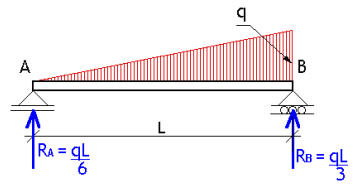
$$\sum F_y = 0$$

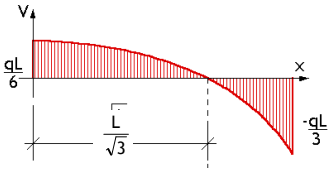
$$R_A - \frac{q\,L}{2} + R_B = 0$$

$$R_A = \frac{q\,L}{6}$$

## ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION
# VIGAS ISOSTATICAS

FUERZAS DE CORTE Y MOMENTOS FLECTORES



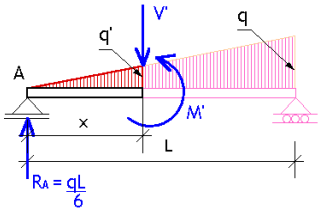




$$\sum F_y = 0$$

$$V' = R_A - \frac{q'\,x}{2}$$

$$V' = \frac{q\,L}{6} - \frac{qx}{L}\frac{x}{2}$$

$$\boxed{V' = \frac{q\,L}{6} - \frac{qx^2}{2L}}$$

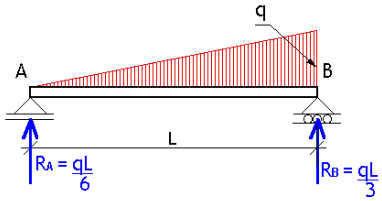


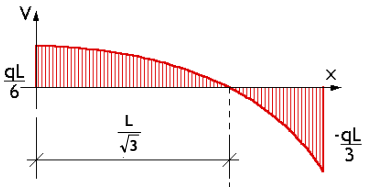

$$\frac{q'}{x} = \frac{q}{L}$$

$$\boxed{q' = \frac{qx}{L}}$$

## ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION
# VIGAS ISOSTATICAS

FUERZAS DE CORTE Y MOMENTOS FLECTORES




$$\boxed{V' = \frac{q\,L}{6} - \frac{qx^2}{2L}}$$

$$\frac{q\,L}{6} - \frac{qx^2}{2L} = 0$$

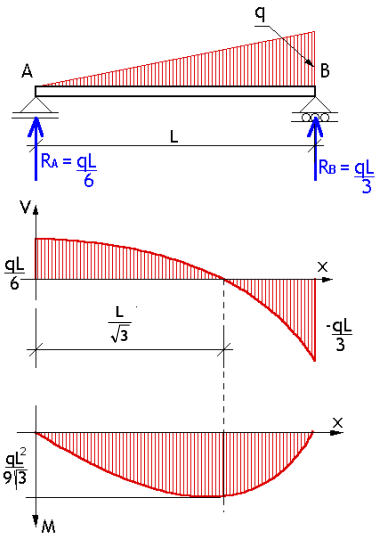
$$x^2 = \frac{q\,L}{6} - \frac{2L}{q}$$

$$x^2 = \frac{L^2}{3}$$

$$x = \frac{L}{\sqrt{3}}$$

## ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION
# VIGAS ISOSTATICAS

FUERZAS DE CORTE Y MOMENTOS FLECTORES




$$\sum M_X = 0$$

$$\frac{q\,L}{6}x - \frac{qx}{L}\frac{x}{2}\frac{x}{3} - M' = 0$$

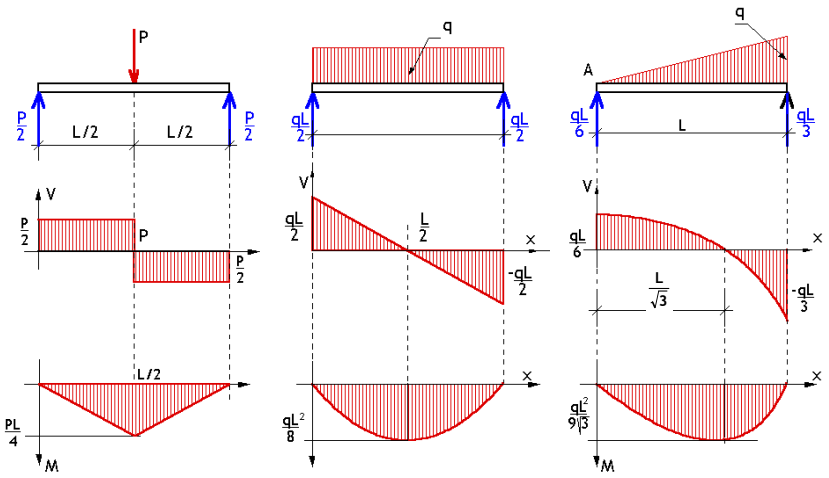
$$M' = \frac{qLx}{6} - \frac{qx^3}{6L}$$

si $\quad x = \frac{L}{\sqrt{3}}$

$$M' = \frac{qL^2}{9\sqrt{3}}$$

## ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION
# VIGAS ISOSTATICAS

FUERZAS DE CORTE Y MOMENTOS FLECTORES



## BIBLIOGRAFIA


- DISEÑO Y CALCULO DE ESTRUCTURAS
  - Bernardo Villasuso (1994) – El Ateneo – Buenos Aires - Argentina.
- MECANICA VECTORIAL PARA INGENIEROS - ESTATICA
  - Ferdinand P. Beer, E. Russell Johnston Jr (1990) – Ediciones McGraw-Hill.
- DISEÑO ESTRUCTURAL

  Rafael Riddell C., Pedro Hidalgo O. (2002) 3°Ed. Ediciones PUC de Chile.
- FUNDAMENTOS DE INGENIERIA ESTRUCTURAL PARA ESTUDIANTES DE ARQUITECTURA

  Rafael Riddell C., Pedro Hidalgo O. (2000) Ediciones PUC de Chile.