

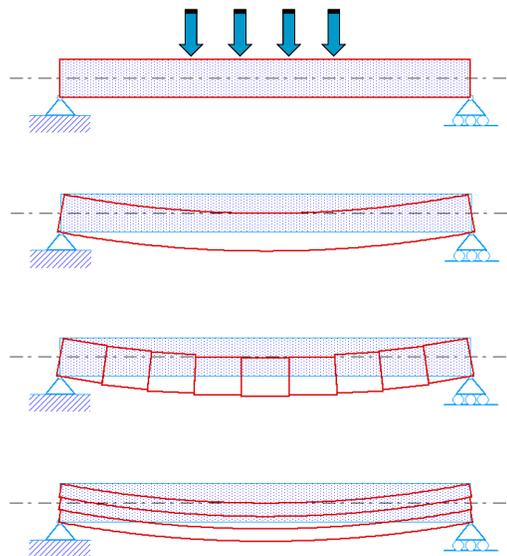
ESTRUCTURAS I

CURSO ESTRUCTURAS I

RESISTENCIA DE MATERIALES DISEÑO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION Y CORTE

- Profesor : Jing Chang Lou
- Ayudante : Cristián Muñoz Díaz

RESISTENCIAS DE MATERIALES DISEÑO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION Y CORTE



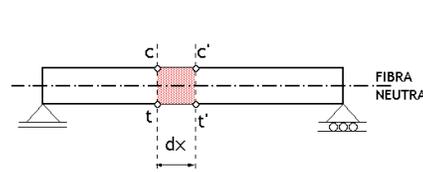
ESTRUCTURAS I

RESISTENCIAS DE MATERIALES

DISEÑO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION Y CORTE

DEDUCCION DE LA FORMULA DE FLEXION

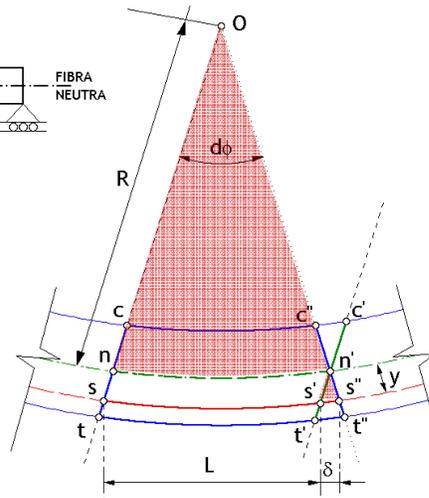
VIGA DE MATERIAL HOMOGENEO EN COMPORTAMIENTO ELASTICO



Para la sección CT
 c-c' se acorta
 t-t' se alarga
 n-n' permanece igual

Para la fibra S
 $s-s' = L$
 $s'-s'' = \delta$

Los triángulos non' y s'n's''
 son semejantes



RESISTENCIAS DE MATERIALES

DISEÑO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION Y CORTE

DEDUCCION DE LA FORMULA DE FLEXION

VIGA DE MATERIAL HOMOGENEO EN COMPORTAMIENTO ELASTICO

DEFORMACIÓN UNITARIA

$$\epsilon = \frac{\delta}{L} = \frac{s's''}{s s'} = \frac{s's''}{n n'}$$

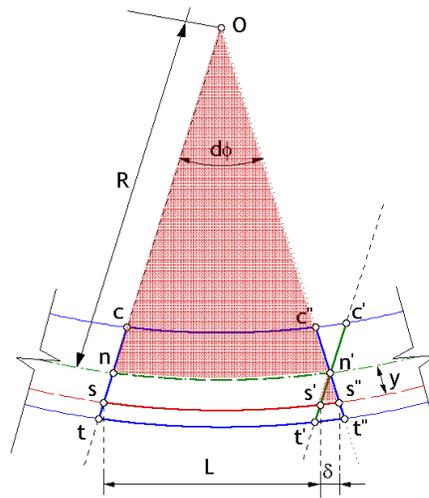
TRIANGULOS SEMEJANTES

$$\frac{s's''}{n n'} = \frac{y}{R} = \epsilon$$

LEY DE HOOKE

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} \rightarrow \sigma = E \epsilon$$

$$\sigma = \frac{E y}{R}$$



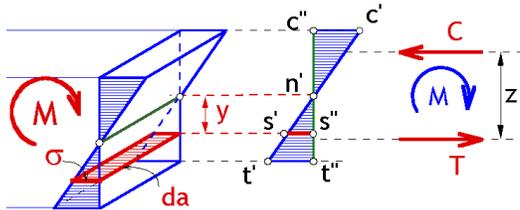
ESTRUCTURAS I

RESISTENCIAS DE MATERIALES

DISEÑO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION Y CORTE

DEDUCCION DE LA FORMULA DE FLEXION

EQUILIBRIO DE FUERZAS $\Sigma M_{FN} = 0$ SEGUN LEY DE HOOKE



$$\sigma = \frac{E y}{R}$$

$$\frac{\sigma}{y} = \frac{E}{R}$$

$$M = \Sigma F_i^* d_i$$

$$M = \int \sigma da y$$

$$M = \int \frac{E y}{R} da y$$

$$M = \frac{E}{R} \int y^2 da$$

$$M = \frac{E I}{R}$$

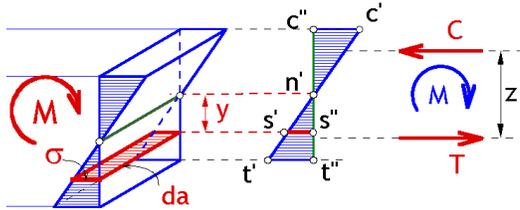
$$M = \frac{\sigma I}{y}$$

$$\sigma = \frac{M y}{I}$$

RESISTENCIAS DE MATERIALES

DISEÑO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION Y CORTE

DEDUCCION DE LA FORMULA DE FLEXION



$$\sigma = \frac{M y}{I}$$

Siendo

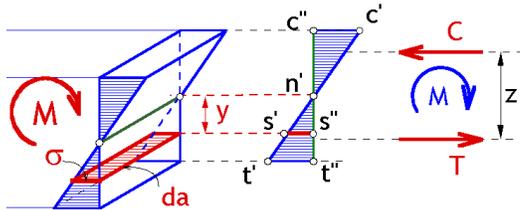
σ	(kg/cm ²)	Tensión de flexión
M	(kgm)	Momento flector
y	(cm)	Distancia de la fibra más alejada del eje neutro.
I	(cm ⁴)	Momento de inercia de la sección transversal.

ESTRUCTURAS I

RESISTENCIAS DE MATERIALES

DISEÑO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION Y CORTE

DEDUCCION DE LA FORMULA DE FLEXION



$$\sigma = \frac{M}{\left(\frac{I}{y_{\max}}\right)}$$

$$W = \frac{I}{y_{\max}}$$

$$\sigma = \frac{M}{W}$$

Siendo

- σ (kg/cm²) tensión de flexión
- M (kgm) momento flector
- W (cm³) momento de resistente de la sección transversal.

RESISTENCIAS DE MATERIALES

DISEÑO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION Y CORTE

MATERIALES HOMOGENEO: ACERO - MADERA

TENSIONES ADMISIBLES DE FLEXION

EN ACERO

Tipo de Acero	σ admisible
A37-24-ES	1440 kg/cm ²
A42-37-ES	1620 kg/cm ²



EN MADERA

Especie	σ admisible
Coigüe, Roble, Raulí	86 kg/cm ²
Álamo, Pino radiata	55 kg/cm ²
Madera Pino Arauco	40 kg/cm ²



ESTRUCTURAS I

RESISTENCIAS DE MATERIALES
 DISEÑO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION Y CORTE
 DEDUCCION DE LA FORMULA DE CORTE

$$\sigma_1 = \frac{M y}{I}$$

$$\sigma_2 = \frac{(M + dM) y}{I}$$

RESISTENCIAS DE MATERIALES
 DISEÑO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION Y CORTE
 DEDUCCION DE LA FORMULA DE CORTE

$$\sigma_1 = \frac{M y}{I} \quad \sigma_1 da = \frac{M y}{I} da \quad F_1 = \int \frac{M y}{I} da$$

$$\sigma_2 = \frac{(M + dM) y}{I} \quad \sigma_2 da = \frac{(M + dM) y}{I} da \quad F_2 = \int \frac{(M + dM) y}{I} da$$

ESTRUCTURAS I

RESISTENCIAS DE MATERIALES
DISEÑO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION Y CORTE

DEDUCCION DE LA FORMULA DE CORTE

$$F_3 = F_2 - F_1$$

$$F_3 = \int \frac{(M + dM) y}{I} da - \int \frac{M y}{I} da$$

$$F_3 = \int \frac{dM y}{I} da$$

$$F_3 = \frac{dM}{I} \int y da$$

$$F_3 = \tau b dx$$

RESISTENCIAS DE MATERIALES
DISEÑO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION Y CORTE

DEDUCCION DE LA FORMULA DE CORTE

$$F_3 = \frac{dM}{I} \int y da \quad F_3 = \tau b dx$$

$$\tau b dx = \frac{dM}{I} \int y da$$

$$\tau = \frac{dM}{dx} \frac{1}{I b} \int y da$$

$$\tau = \frac{VQ}{Ib}$$

Siendo

τ	(kg/cm ²)	Tensión de corte
V	(kg)	Fuerza de corte
Q	(cm ²)	Momento estático de la sección
b	(cm)	Base de la sección
I	(cm ⁴)	Momento de inercia de la sección transversal.

ESTRUCTURAS I

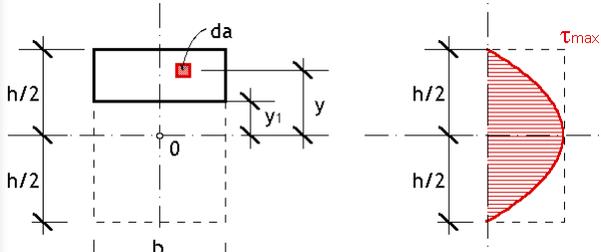
RESISTENCIAS DE MATERIALES
DISEÑO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION Y CORTE

DEDUCCION DE LA FORMULA DE CORTE PARA UNA SECCION RECTANGULAR

$$Q = \int_{y_1}^{h/2} y \, da = \int_{y_1}^{h/2} yb \, dy$$

$$Q = \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y_1^2 \right)$$

$$\tau = \frac{VQ}{Ib}$$

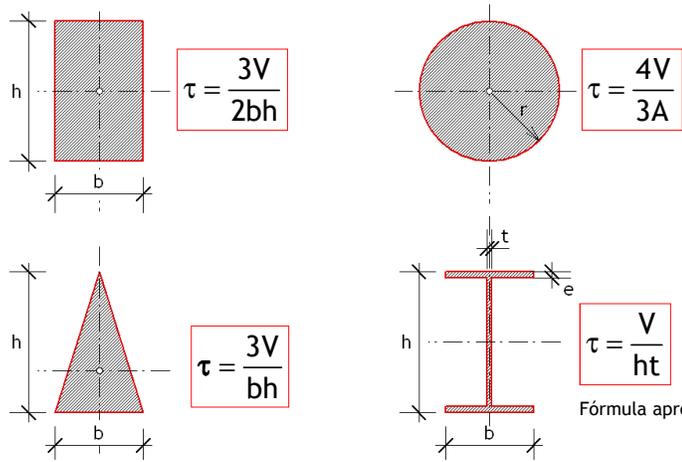
$$\tau = \frac{V}{Ib} \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y_1^2 \right)$$


$$\tau = \frac{Vh^2}{8I}$$

$$\tau = \frac{3V}{2bh}$$

RESISTENCIAS DE MATERIALES
DISEÑO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION Y CORTE

FORMULAS DE CORTE PARA SECCIONES COMUNES



$$\tau = \frac{3V}{2bh}$$

$$\tau = \frac{4V}{3A}$$

$$\tau = \frac{3V}{bh}$$

$$\tau = \frac{V}{ht}$$

Fórmula aproximada

ESTRUCTURAS I

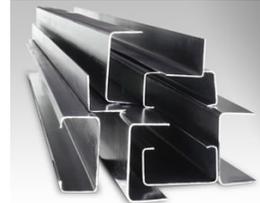
RESISTENCIAS DE MATERIALES

DISEÑO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION Y CORTE

MATERIALES HOMOGENEO: ACERO - MADERA TENSIONES ADMISIBLES DE CORTE

EN ACERO

Tipo de Acero	σ admisible
A37-24-ES	960 kg/cm ²
A42-37-ES	1480 kg/cm ²



EN MADERA

Especie	σ admisible
Coigüe, Roble, Raulí	12,5 kg/cm ²
Álamo, Pino radiata	7,2 kg/cm ²



Madera Pino Arauco	4 kg/cm ²
--------------------	----------------------

RESISTENCIAS DE MATERIALES

DISEÑO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION Y CORTE

TENSIONES ADMISIBLES

EN ACERO

	Tipo de Tensión	σ admisible
A37-24ES	Flexión $0,6 \sigma_y$	1440 kg/cm ²
	Corte $0,4 \sigma_y$	960 kg/cm ²

EN MADERA

	Tipo de Tensión	σ admisible
Pino MSD Arauco	Flexión	40 kg/cm ²
	Corte	4 kg/cm ²

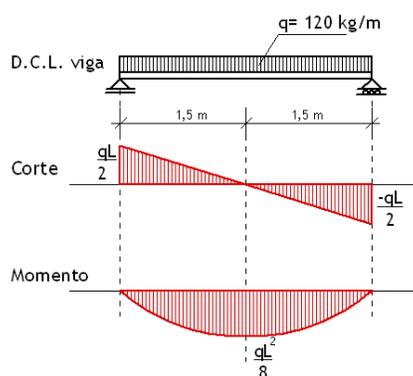
ESTRUCTURAS I

RESISTENCIAS DE MATERIALES

DISEÑO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION Y CORTE

EJEMPLO DE DISEÑO

Para una viga de 3 m, simplemente apoyada con una carga de 120 kg/m



$$M_{\max} = \frac{120 \text{ kg/m} \cdot (3 \text{ m})^2}{8}$$

$$M_{\max} = 135,00 \text{ kgm}$$

$$M_{\max} = 13500 \text{ kgcm}$$

$$V_{\max} = \frac{120 \text{ kg/m} \cdot 3 \text{ m}}{2}$$

$$V_{\max} = 180 \text{ kg}$$

RESISTENCIAS DE MATERIALES

DISEÑO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION Y CORTE

EJEMPLO DE DISEÑO EN FLEXION

DISEÑO EN ACERO

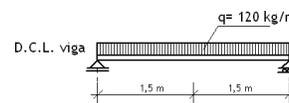
Comprobar la factibilidad de una sección

Para un Perfil $\angle 80/40/3$ $W = 10,97 \text{ cm}^3$

$$1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \geq \frac{13500 \text{ kgcm}}{10,97 \text{ cm}^3}$$

$$1440 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \geq 1230 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

ES FACTIBLE



ESFUERZOS MÁXIMOS

$$M_{\max} = 13500 \text{ kgcm}$$

$$V_{\max} = 180,00 \text{ kg}$$

FORMULA

$$\sigma_{\text{adm}} \geq \frac{M}{W}$$

ESTRUCTURAS I

RESISTENCIAS DE MATERIALES

DISEÑO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION Y CORTE

EJEMPLO DE DISEÑO EN FLEXION

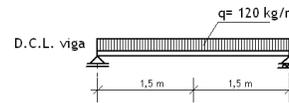
DISEÑO EN ACERO

Determinar la sección necesaria

$$W = \frac{13500 \text{ kgcm}}{1440 \text{ kg/cm}^2}$$

$$W = 9,47 \text{ cm}^3$$

Solución: un Perfil \angle 80/40/3 $W = 10,97 \text{ cm}^3$



ESFUERZOS MÁXIMOS

$$M_{\max} = 13500 \text{ kgcm}$$

$$V_{\max} = 180,00 \text{ kg}$$

FORMULA

$$\sigma_{\text{adm}} \geq \frac{M}{W}$$

RESISTENCIAS DE MATERIALES

DISEÑO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION Y CORTE

EJEMPLO DE DISEÑO EN CORTE

DISEÑO EN ACERO

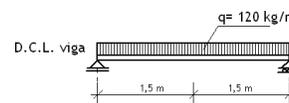
Comprobar la factibilidad de una sección

Para un Perfil \angle 80/40/3

$$960 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \geq \frac{180 \text{ kg}}{8 \text{ cm} \cdot 0,3 \text{ cm}}$$

$$960 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \geq 75 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

ES FACTIBLE



ESFUERZOS MÁXIMOS

$$M_{\max} = 13500 \text{ kgcm}$$

$$V_{\max} = 180,00 \text{ kg}$$

FORMULA

$$\tau_{\text{adm}} \geq \frac{V}{ht}$$

ESTRUCTURAS I

RESISTENCIAS DE MATERIALES

DISEÑO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION Y CORTE

EJEMPLO DE DISEÑO EN FLEXION

DISEÑO EN MADERA

Comprobar la factibilidad de una sección

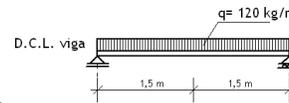
Para una sección \boxtimes 2"x10"

$b = 4,10\text{cm}$ $h = 23,00\text{cm}$

$$40 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \geq \frac{13500 \text{ kgcm}}{\left(\frac{4,1 * 23^2}{6}\right) \text{cm}^3}$$

$$40 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \geq 37,34 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

ES FACTIBLE



ESFUERZOS MÁXIMOS

$$M_{\text{max}} = 13500 \text{ kgcm}$$

$$V_{\text{max}} = 180,00 \text{ kg}$$

FORMULA

$$\sigma_{\text{adm}} \geq \frac{M}{W}$$

$$W = \frac{I}{y_{\text{MAX}}}$$

$$W = \frac{bh^2}{6}$$

RESISTENCIAS DE MATERIALES

DISEÑO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION Y CORTE

EJEMPLO DE DISEÑO

DISEÑO EN MADERA

Determinar la sección necesaria

$$W = \frac{13500 \text{ kgcm}}{40 \text{ kg/cm}^2} = 337,5 \text{ cm}^3$$

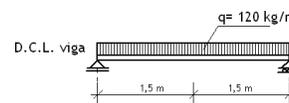
$$\frac{bh^2}{6} = 337,5 \text{ cm}^3$$

Si $b = 2" = 4,1 \text{ cm}$

$$h^2 = \frac{337,5 \text{ cm}^3 * 6}{4,1 \text{ cm}} = 493,9 \text{ cm}^2$$

$$h = 22,22 \approx 23 \text{ cm}$$

Solución: una sección \boxtimes 2"x10" $b = 4,10\text{cm}$ $h = 23,00\text{cm}$



ESFUERZOS MÁXIMOS

$$M_{\text{max}} = 13500 \text{ kgcm}$$

$$V_{\text{max}} = 180,00 \text{ kg}$$

FORMULA

$$\sigma_{\text{adm}} = \frac{M}{W}$$

$$W = \frac{bh^2}{6}$$

ESTRUCTURAS I

RESISTENCIAS DE MATERIALES

DISEÑO DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION Y CORTE

EJEMPLO DE DISEÑO EN CORTE

DISEÑO EN MADERA

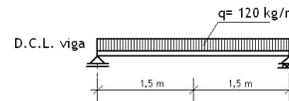
Comprobar la factibilidad de una sección

Para una sección $2'' \times 10''$ $b = 4,10 \text{ cm}$
 $h = 23,00 \text{ cm}$

$$4,00 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \geq \frac{3 * 180 \text{ kg}}{2 * 4,1 \text{ cm} * 23 \text{ cm}}$$

$$4 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \geq 2,8 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

ES FACTIBLE



ESFUERZOS MÁXIMOS

$$M_{\max} = 13500 \text{ kgcm}$$

$$V_{\max} = 180,00 \text{ kg}$$

FORMULA

$$\tau_{\text{adm}} \geq \frac{3V}{2bh}$$

BIBLIOGRAFIA

▪ DISEÑO Y CALCULO DE ESTRUCTURAS

•Bernardo Villasuso (1994) - El Ateneo - Buenos Aires - Argentina.

▪ MECANICA VECTORIAL PARA INGENIEROS - ESTATICA

▪Ferdinand P. Beer, E. Russell Johnston Jr (1990) - Ediciones McGraw-Hill.

▪ MECANICA DE MATERIALES

▪Ferdinand P. Beer, E. Russell Johnston Jr , John T. DeWolf (2004) - Ediciones McGraw-Hill.

▪ DISEÑO ESTRUCTURAL

Rafael Riddell C., Pedro Hidalgo O. (2002) 3° Ed. Ediciones PUC de Chile.

▪ FUNDAMENTOS DE INGENIERIA ESTRUCTURAL PARA ESTUDIANTES DE ARQUITECTURA

Rafael Riddell C., Pedro Hidalgo O. (2000) Ediciones PUC de Chile.