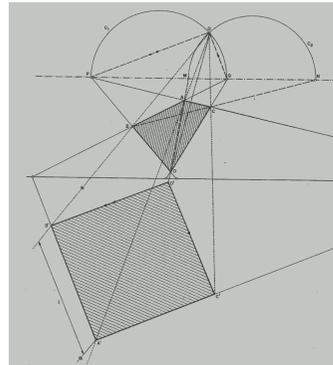
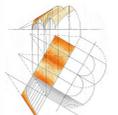
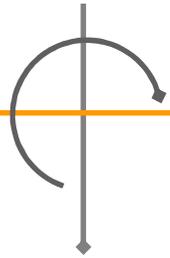


Transformación INVERSIÓN.

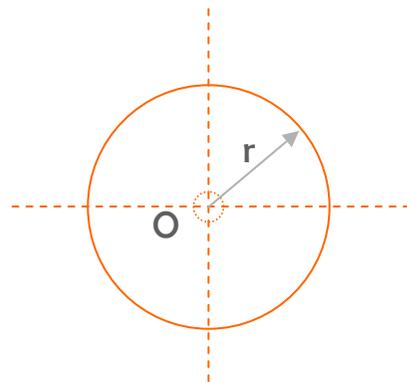
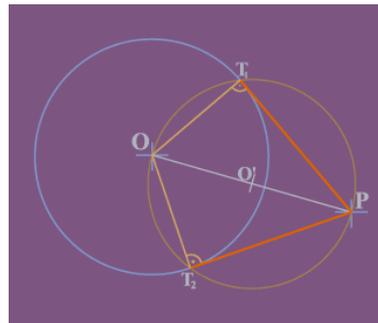
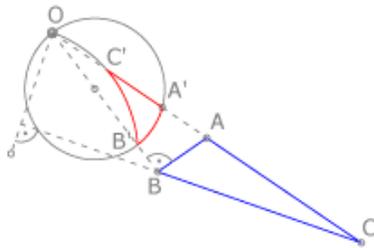


- Transformación inserta dentro del grupo de transformaciones Anamórficas.
- Transformaciones que no conservan la forma.





Transformación INVERSIÓN.



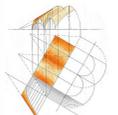
- Transformación basada en la proporcionalidad inversa.

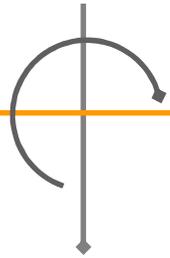
- Esta transformación nos permitirá analizar casos de tangencia y generación de nuevas formas.

- Para definir la Transformación de Inversión se requiere una circunferencia, que llamaremos circunferencia de inversión de centro O y radio r.

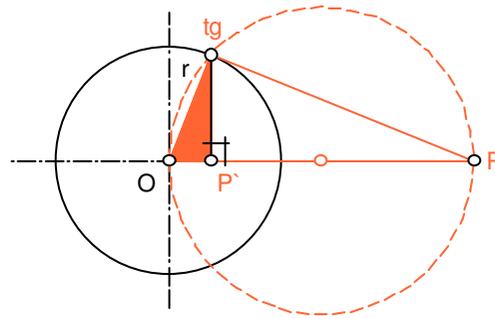
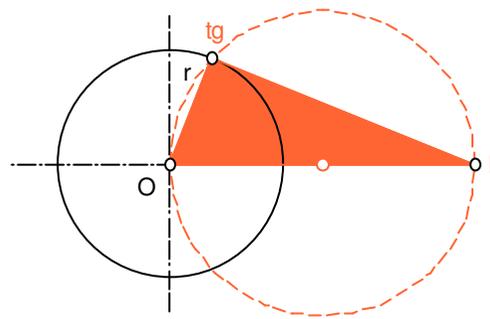
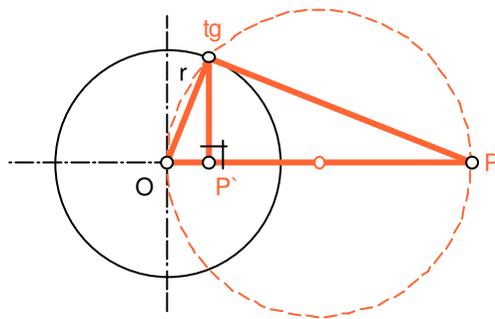
- El punto O es el centro de inversión, r es el radio de inversión y r^2 es la potencia de inversión.

- Sobre esta circunferencia se invertirán puntos y a través de ellos curvas





Transformación INVERSIÓN.



• Potencia.

$$OP / r = r / OP' \quad (OP) (OP') = r^2$$

$$OP / tg = tg / PP' \quad (OP) (PP') = tg^2$$

$$r^2 + tg^2 = OP (OP' + PP')$$

$$r^2 + tg^2 = OP^2$$

• Definición de Inversión.

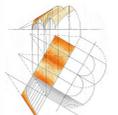
• Si el punto a invertir P no es el centro de inversión O, con respecto a la circunferencia de centro O y radio r, el inverso de P con respecto a la circunferencia inversión es el punto P', que está en OP, de modo que:

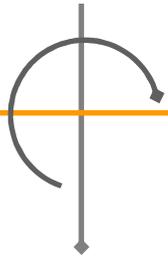
$$(OP) (OP') = R^2.$$

• En todo triángulo rectángulo, cada cateto es media proporcional geométrica entre su proyección y la hipotenusa y la hipotenusa completa.

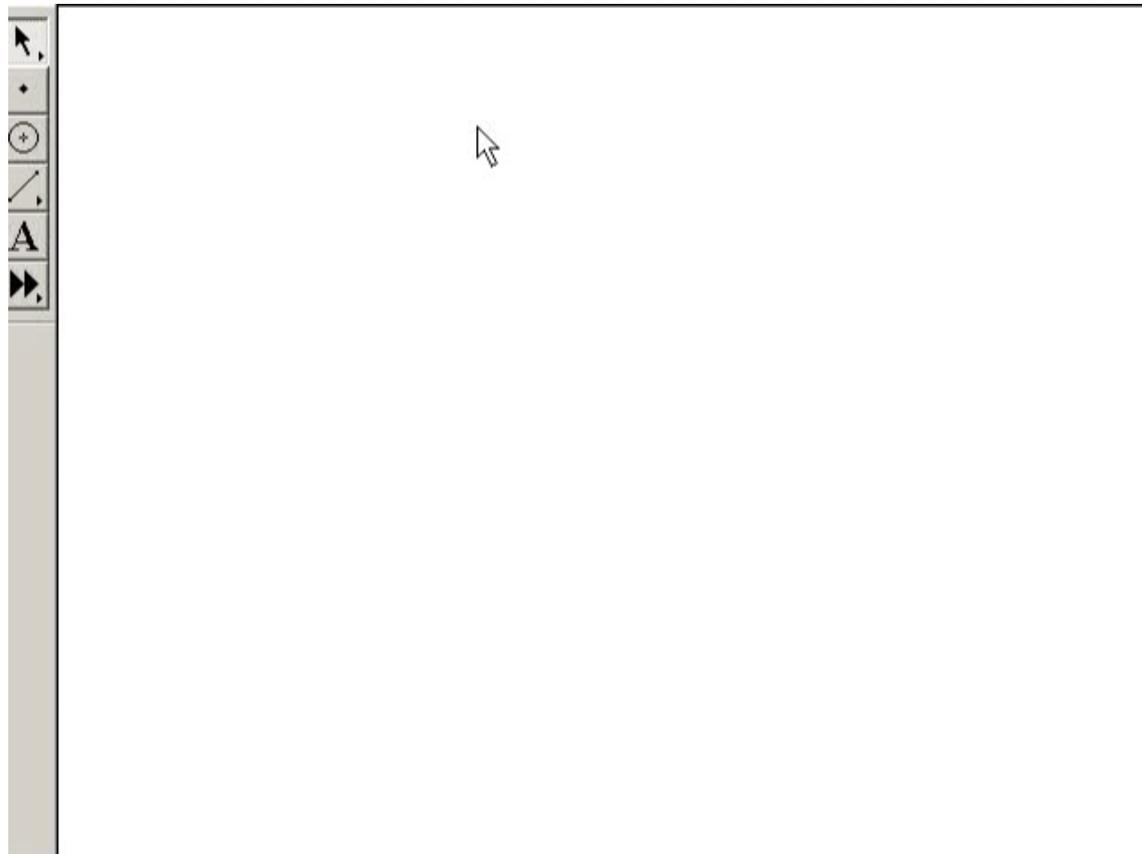
• Se representa la Inversión con centro en O y potencia K.

$$I(O, K) = I(O, r^2)$$

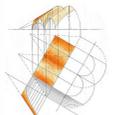


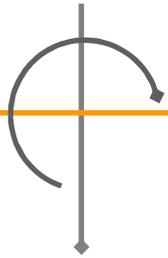


INVERSIÓN.

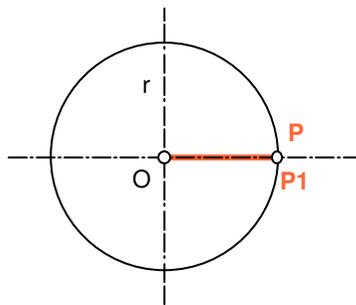
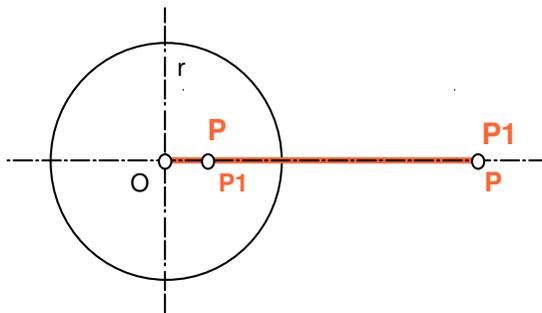
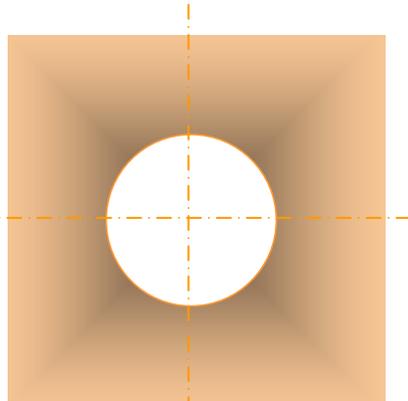
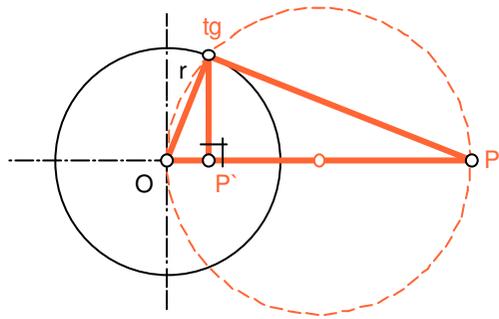


- A cada punto P del plano distinto de O le corresponde un punto inverso único P_1 .
- Si P_1 es inverso de P , entonces P es el inverso de P_1 .
- La inversión será entonces una transformación del conjunto S sobre si mismo. S está definido por todos los puntos del plano ordinario más un único punto ideal o del infinito Z , inverso del punto O , centro de la circunferencia de inversión.
- El plano S aumentado con el punto Z se llama plano inversivo.





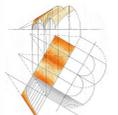
INVERSIÓN.

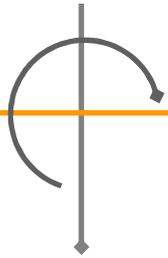


- La inversión es una transformación del plano involutivo sobre sí mismo que mapea:

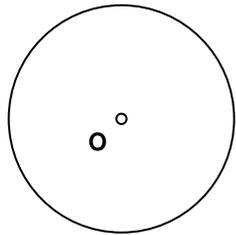
- El exterior de la circunferencia se invierte en el interior de la misma y viceversa.

- Cada punto de la circunferencia de inversión se invierte sobre sí misma.

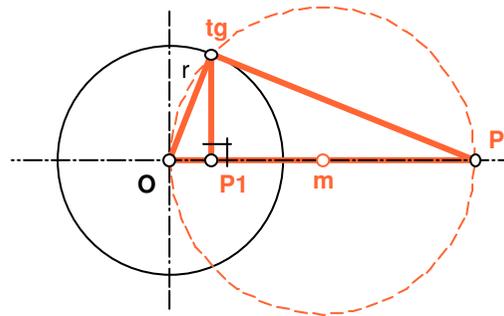
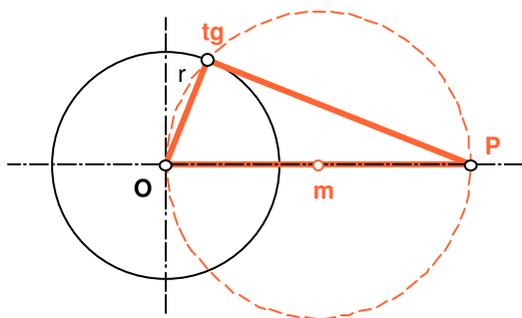
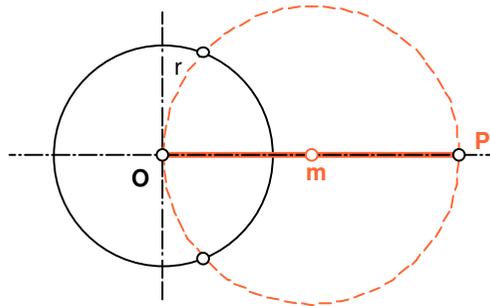




PUNTOS INVERSOS.



P



- 1.- **Punto que pertenece** a la Circunferencia de Inversión, se invierte en si mismo.

- 2.- **Punto Exterior** a la Circunferencia de Inversión.

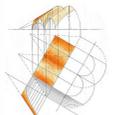
- Procedimiento:

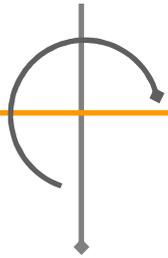
- Definir Datos. Circunferencia de inversión y punto P.

- Construir circunferencia auxiliar de diámetro OP.

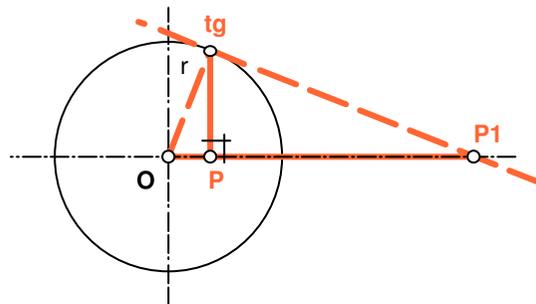
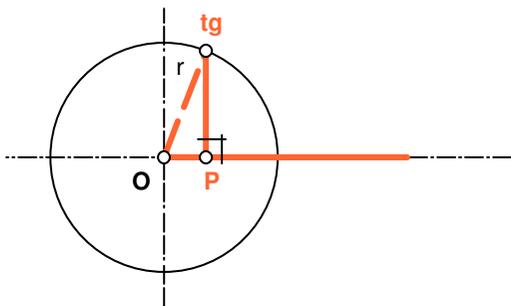
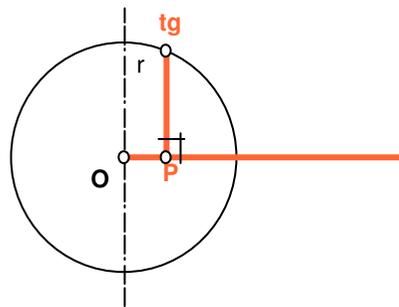
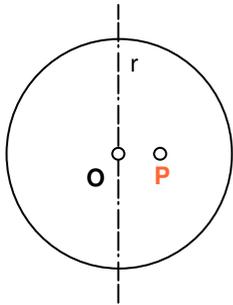
- Definir punto de tangencia tg y unirlo con punto O y punto P.

- Trazar por punto tg, recta perpendicular a OP, donde corte al trazo OP estará punto P1, inverso de P.

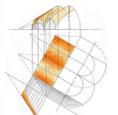


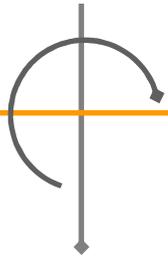


PUNTOS INVERSOS.

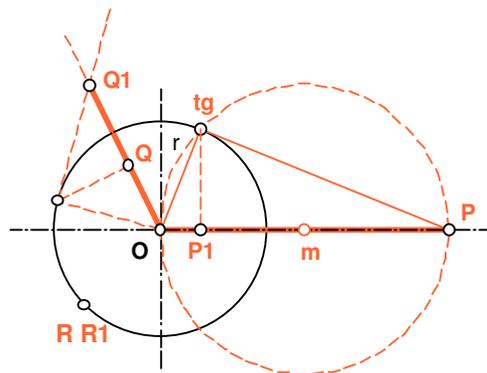
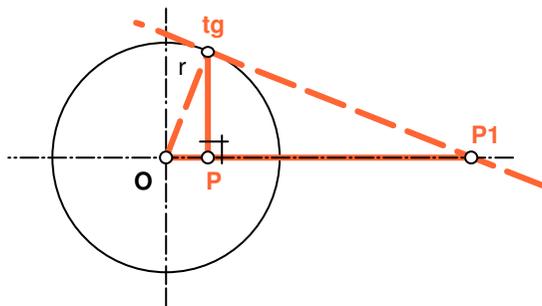
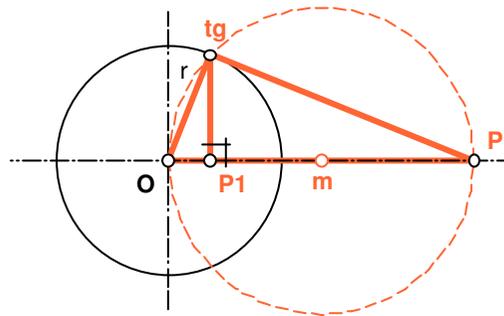
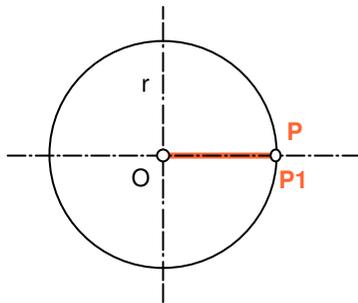


- **3.- Punto Interior** a la Circunferencia de Inversión.
- Procedimiento:
- Definir Datos. Circunferencia de inversión y punto P.
- Construir recta OP y trazar por P perpendicular a OP, definiendo punto tg.
- Construir segmento O tg.
- Trazar por punto tg, recta tangente a la circunferencia de inversión, su intersección con prolongación de recta OP definirá punto P1, inverso de P.





INVERSIÓN ENTRE PUNTOS.

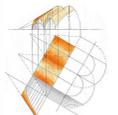


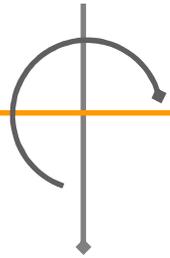
- De acuerdo a la simetría existente entre P y P1, se dice que los puntos P y P1, son puntos inversos con respecto a una circunferencia, cumpliéndose siempre lo siguiente:

- Cada punto del plano tiene un solo inverso.

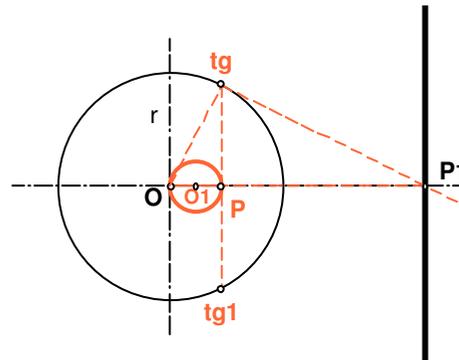
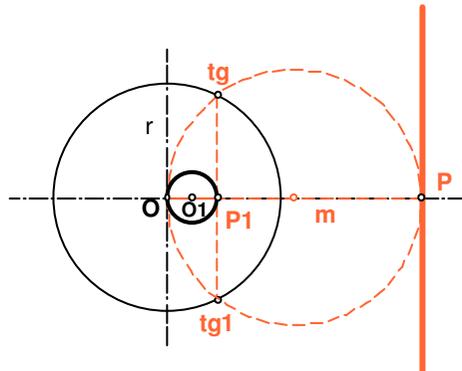
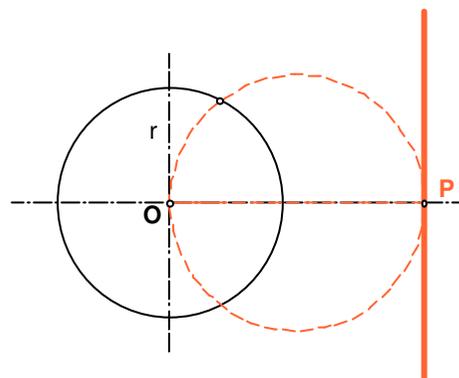
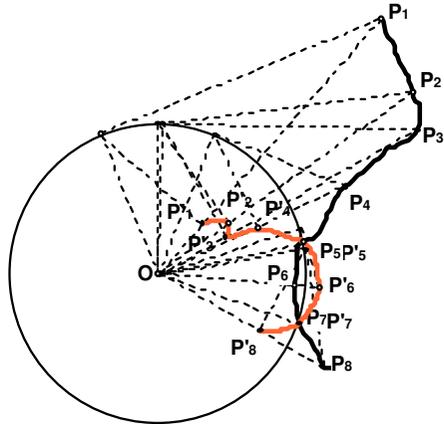
- Un punto de la circunferencia de inversión es su propio inverso.

- Dos puntos inversos distintos, uno está dentro de la circunferencia de inversión y el otro fuera.

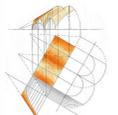


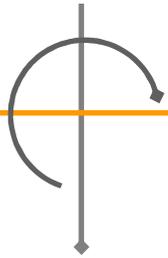


INVERSAS DE CURVAS.

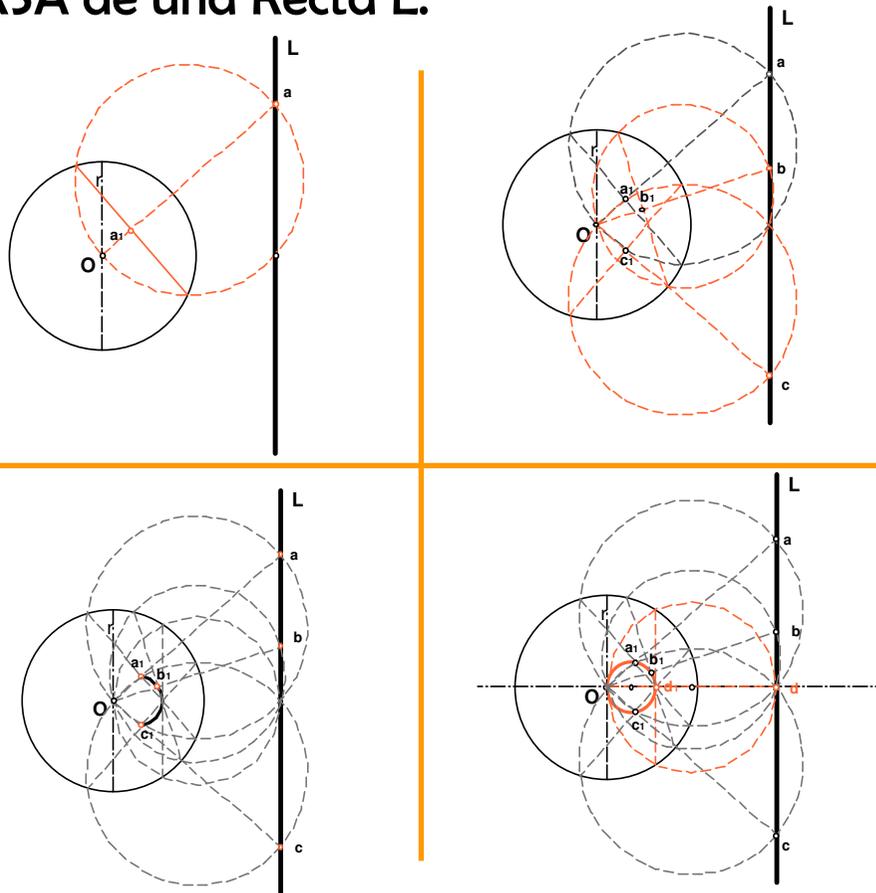


- Si P y $P1$ son puntos inversos respecto a una circunferencia de inversión de centro O , tenemos que si P se mueve de tal forma que traza una curva cualquiera, entonces $P1$ también trazará una curva.
- Estas curvas por definición son una inversa de la otra.
- Si el punto P se desplaza formando una línea recta que no pasa por el centro de inversión su inversa será una circunferencia que pasa por el centro de inversión.
- Recíprocamente la inversa de una circunferencia que pasa por el centro de inversión será una recta que no pasa por el centro de inversión, perpendicular a la línea de los centros $OO1$.





INVERSA de una Recta L.



- **L recta Exterior a la circunferencia de Inversión.**

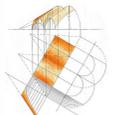
- Dada la circunferencia de inversión y la recta exterior L, se determina el inverso de a.

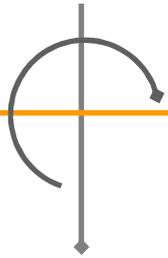
- Se determina el inverso de los puntos de la recta L b y c.

- Se construye un arco que pase por los puntos inversos de a, b y c.

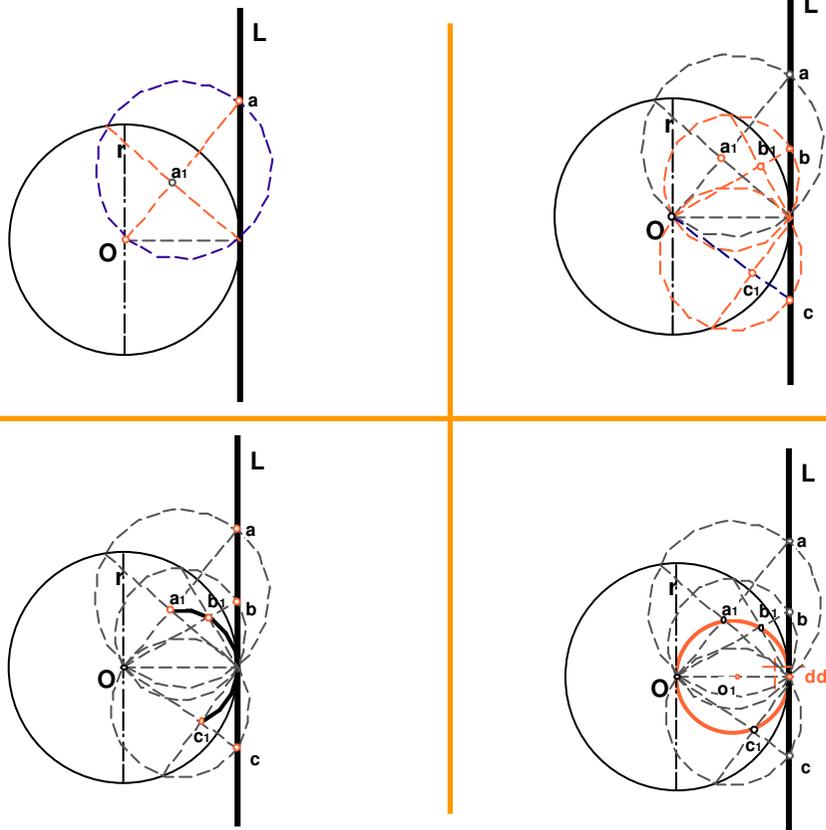
- Se invierte el punto d de la recta L. Por el punto O se traza una perpendicular a L, su intersección con L determina el punto d.

- Od1 es el diámetro de la circunferencia interior, inversa de la recta L dada.



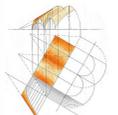


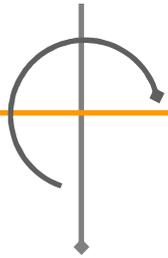
INVERSA de una Recta L.



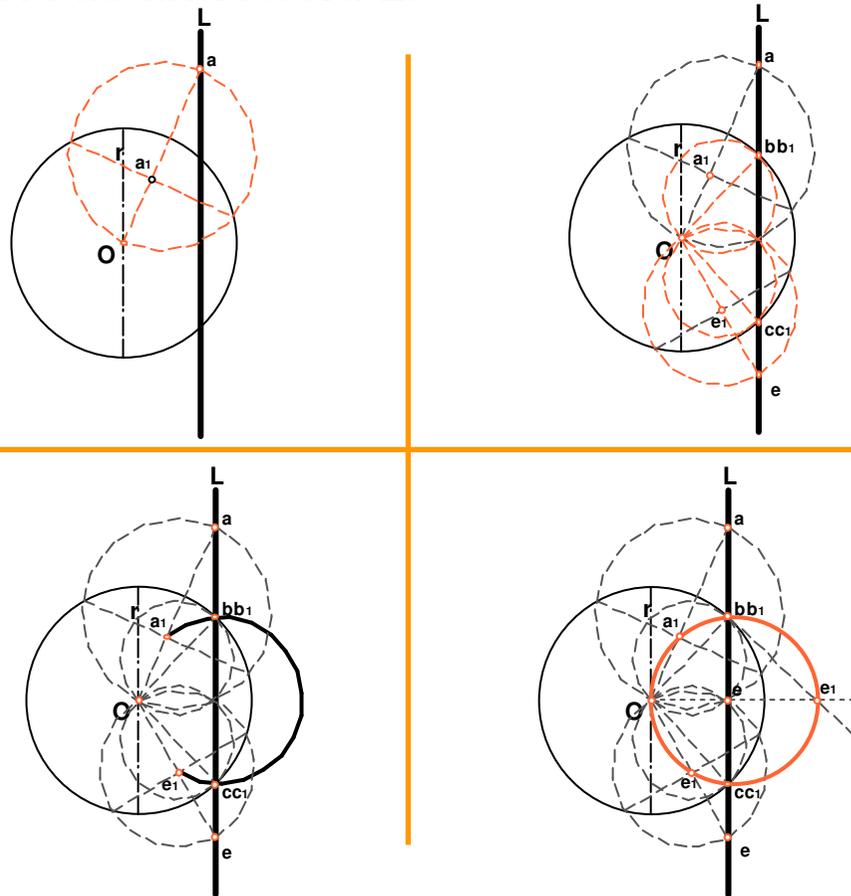
• L recta Tangente a la circunferencia de Inversión.

- Dada la circunferencia de inversión y la recta tangente, se determina el inverso de a.
- Se determina el inverso de los puntos de la recta L b y c.
- Se construye un arco que pase por los puntos inversos de a, b y c.
- Se invierte el punto d de la recta L. Por el punto O se traza una perpendicular a L, su intersección con L determina el punto d.
- Od_1 es el diámetro de la circunferencia tangente, inversa de la recta L dada.



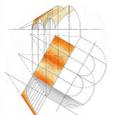


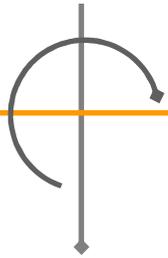
INVERSA de una Recta L.



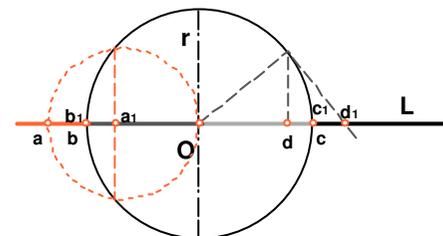
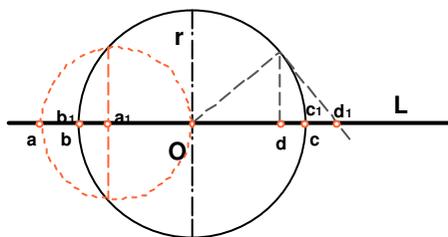
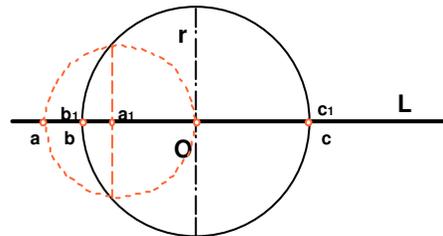
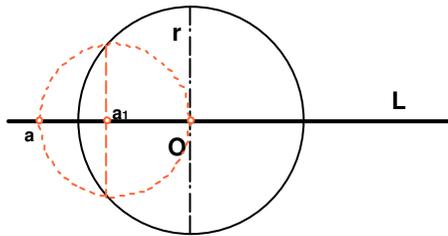
• L recta Secante a la circunferencia de Inversión.

- Dada la circunferencia de inversión y la recta secante L, se determina el inverso de a.
- Se determina el inverso de los puntos de la recta L b, c y e.
- Se construye un arco que pase por los puntos inversos de a, b y e.
- Se invierte el punto d de la recta L. Por el punto O se traza una perpendicular a L, su intersección con L determina el punto d.
- Od_1 es el diámetro de la circunferencia secante inversa de la recta L dada.





INVERSA de una Recta L.



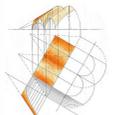
- **L recta diámetro de la circunferencia de Inversión.**

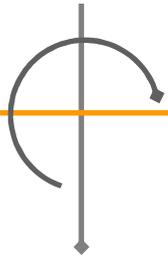
- Dada la circunferencia de inversión y la recta diámetro L, se determina el inverso de apunto exterior que se invierte en el interior.

- Los inversos de b y c son los mismos por pertenecer a la circunferencia de inversión.

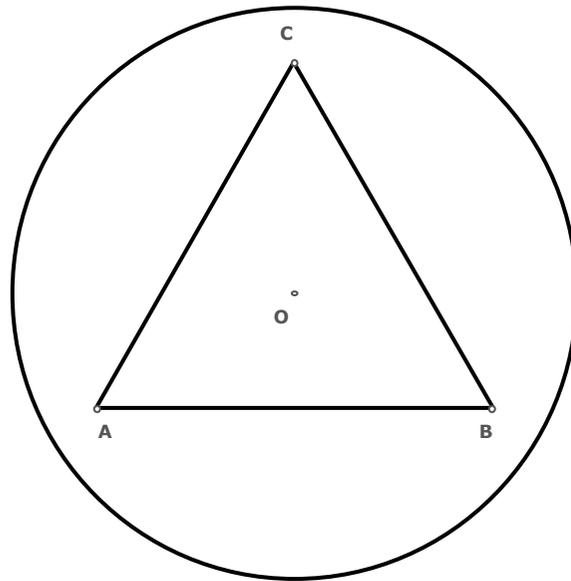
- El inverso del punto d interior a la circunferencia de inversión se encuentra en el exterior.

- La inversa de la recta L es la misma recta L, los puntos exteriores se invierten en puntos interiores y viceversa.

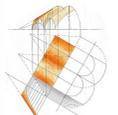


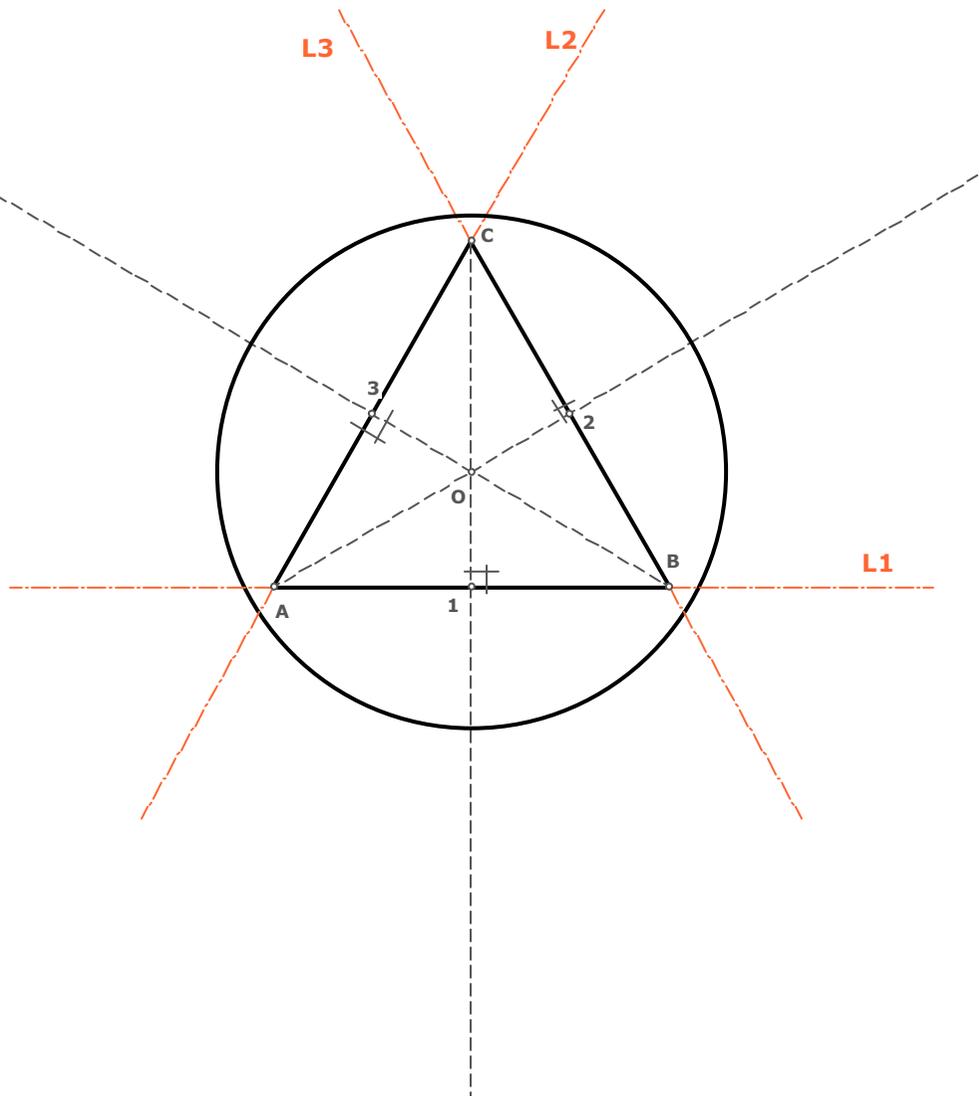
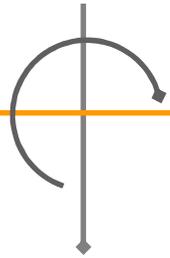


Aplicación de INVERSIÓN.



- Determine el perímetro y área inversa de un triángulo abc equilátero de lado 7 cm. con respecto a una circunferencia de inversión de centro O y radio 5 cm. ubicados en la posición que se indica.

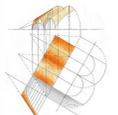


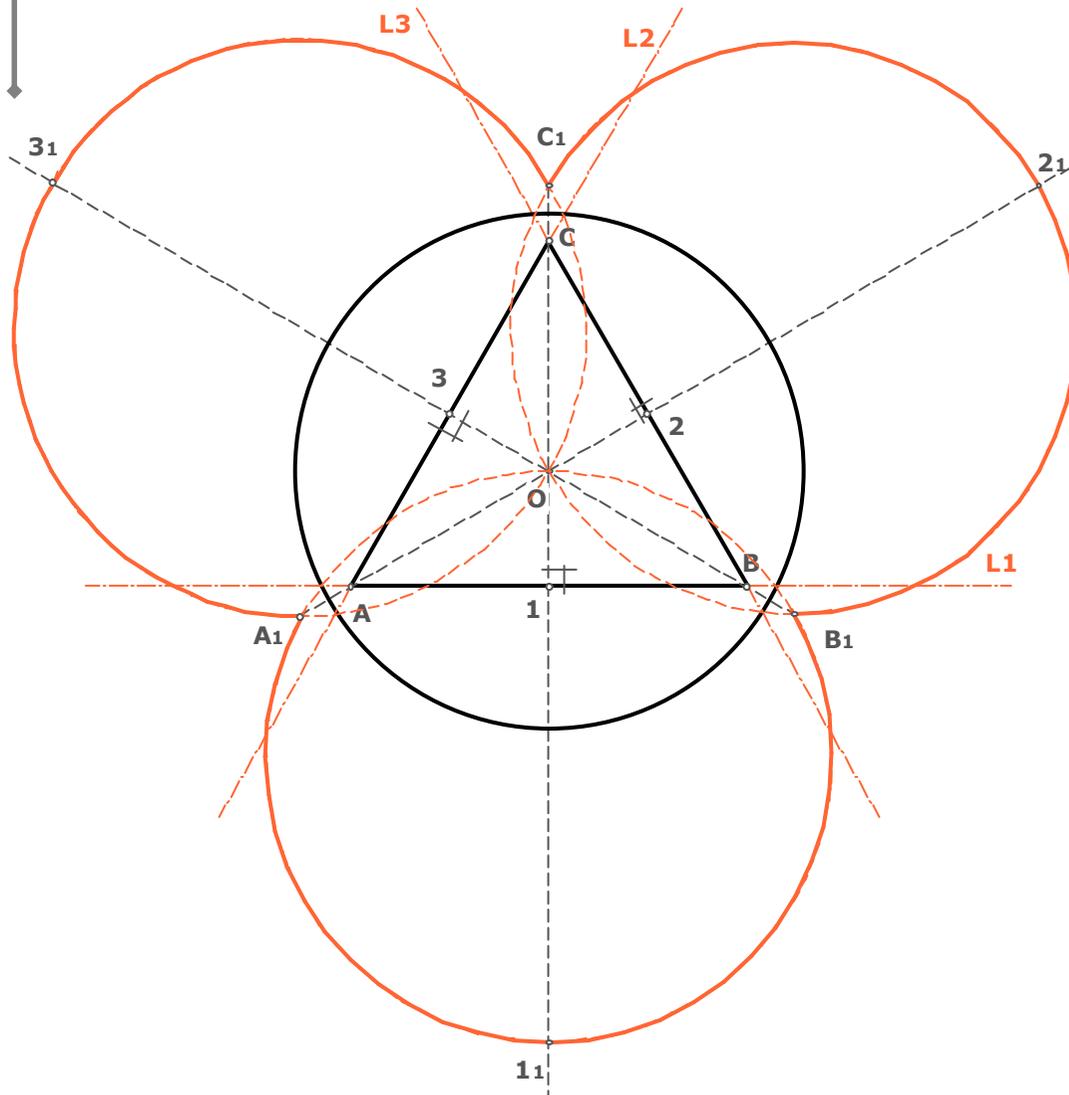
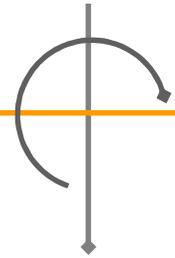


• Procedimiento.

• 1.- Contener cada lado del triángulo en rectas secantes a la circunferencia de inversión, L1, L2 y L3.

• 2.- Por el punto O centro de la circunferencia de inversión trazar una perpendicular a cada lado del triángulo dado, definiendo los puntos 1, 2 y 3..



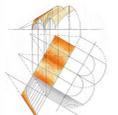


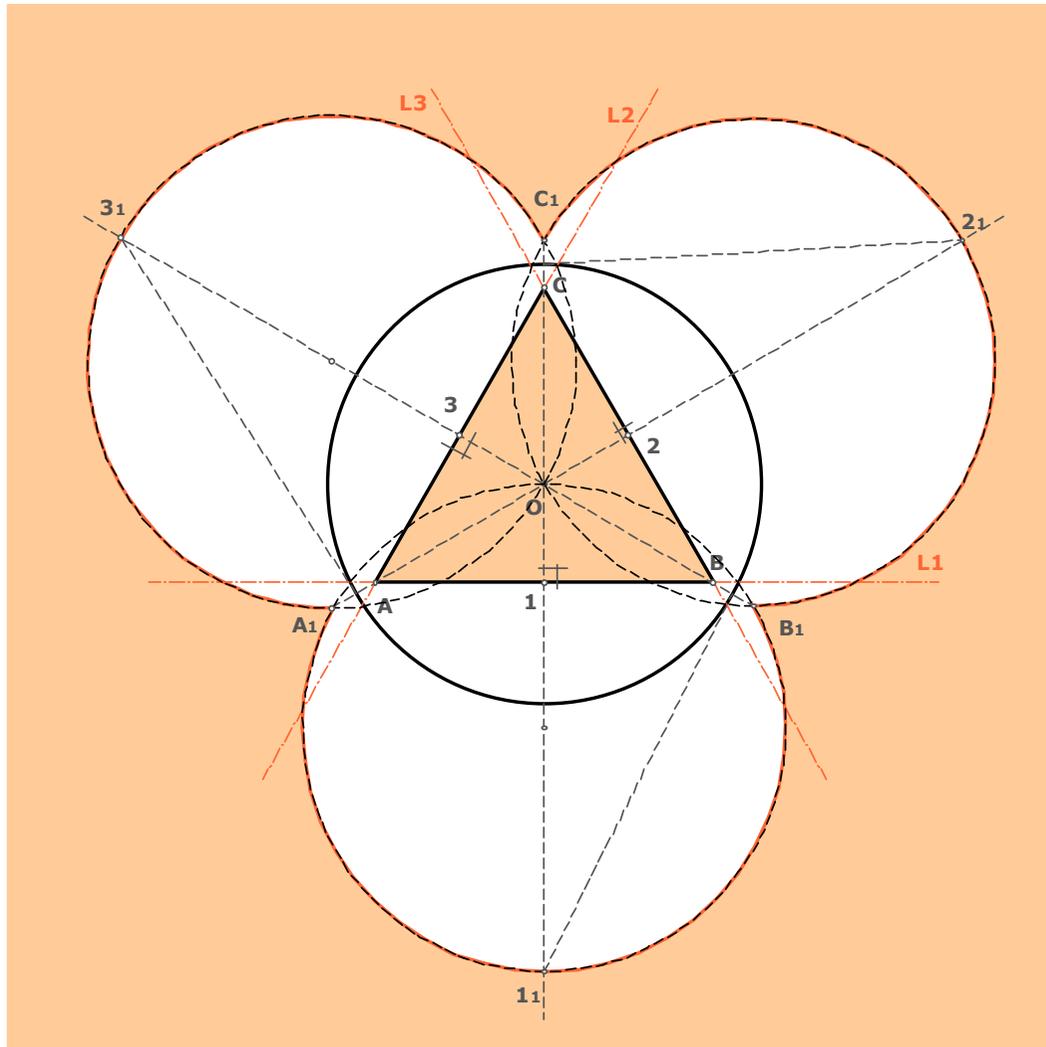
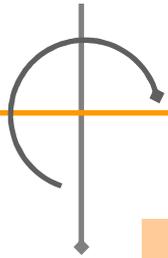
• Procedimiento.

• 3.- Invertir las rectas L1, L2 y L3 con respecto a la circunferencia de inversión dada.

• 4.- Se sabe que la inversa de una recta secante a la circunferencia de inversión es una circunferencia secante que pasa por el centro de inversión y por los puntos de intersección de la recta respectiva con la circunferencia dada.

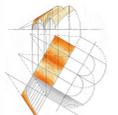
• 5.- Se define la porción de circunferencia inversa a los lados del triángulo, estableciendo el perímetro inverso solicitado.

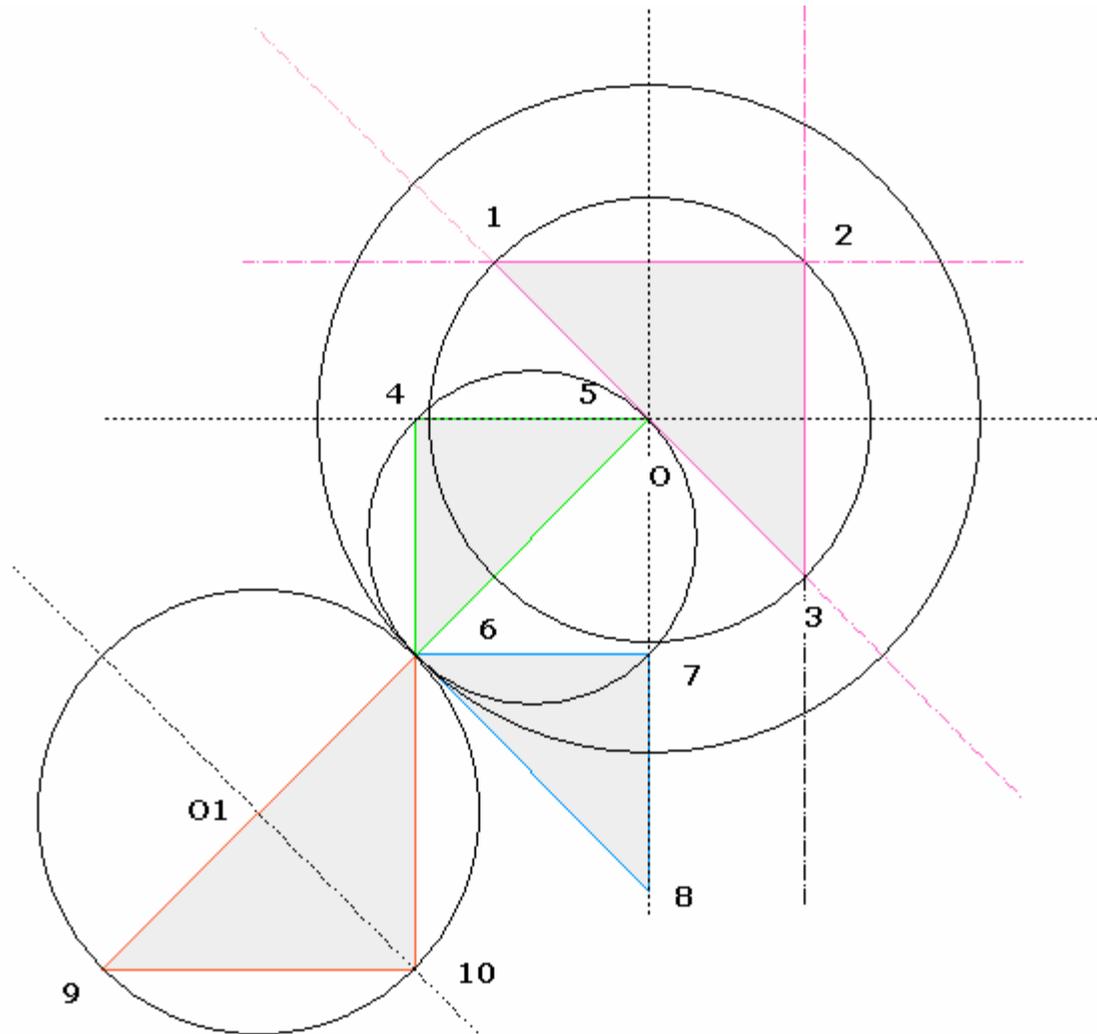




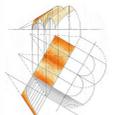
• Procedimiento.

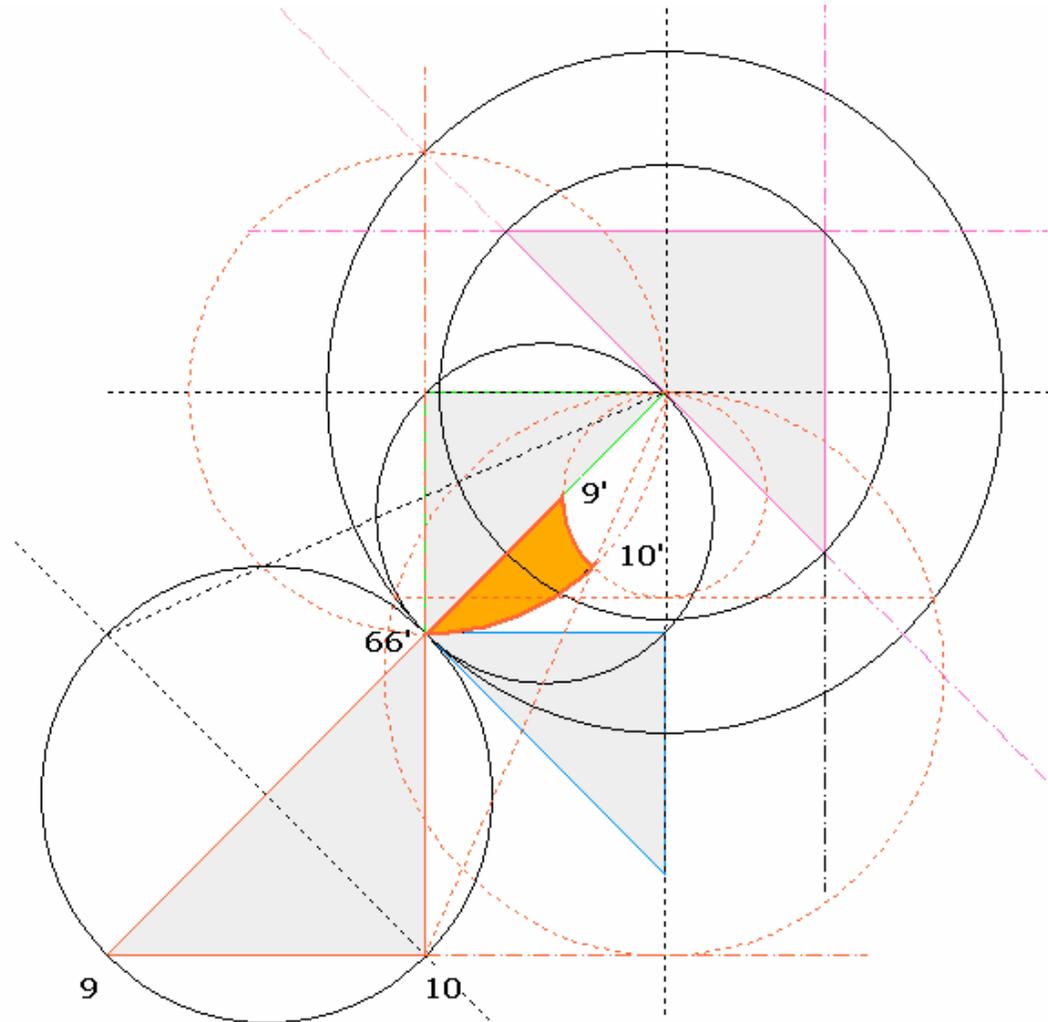
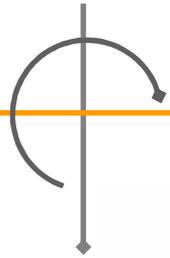
• 6.- Invertir el área interior del triángulo abc dado.



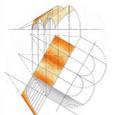


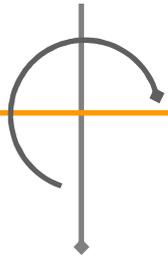
- Determine la inversión circular del perímetro y área de los triángulos 123, 456, 678 y 6910 de acuerdo a la circunferencia de inversión de centro O y radio 6 cm.





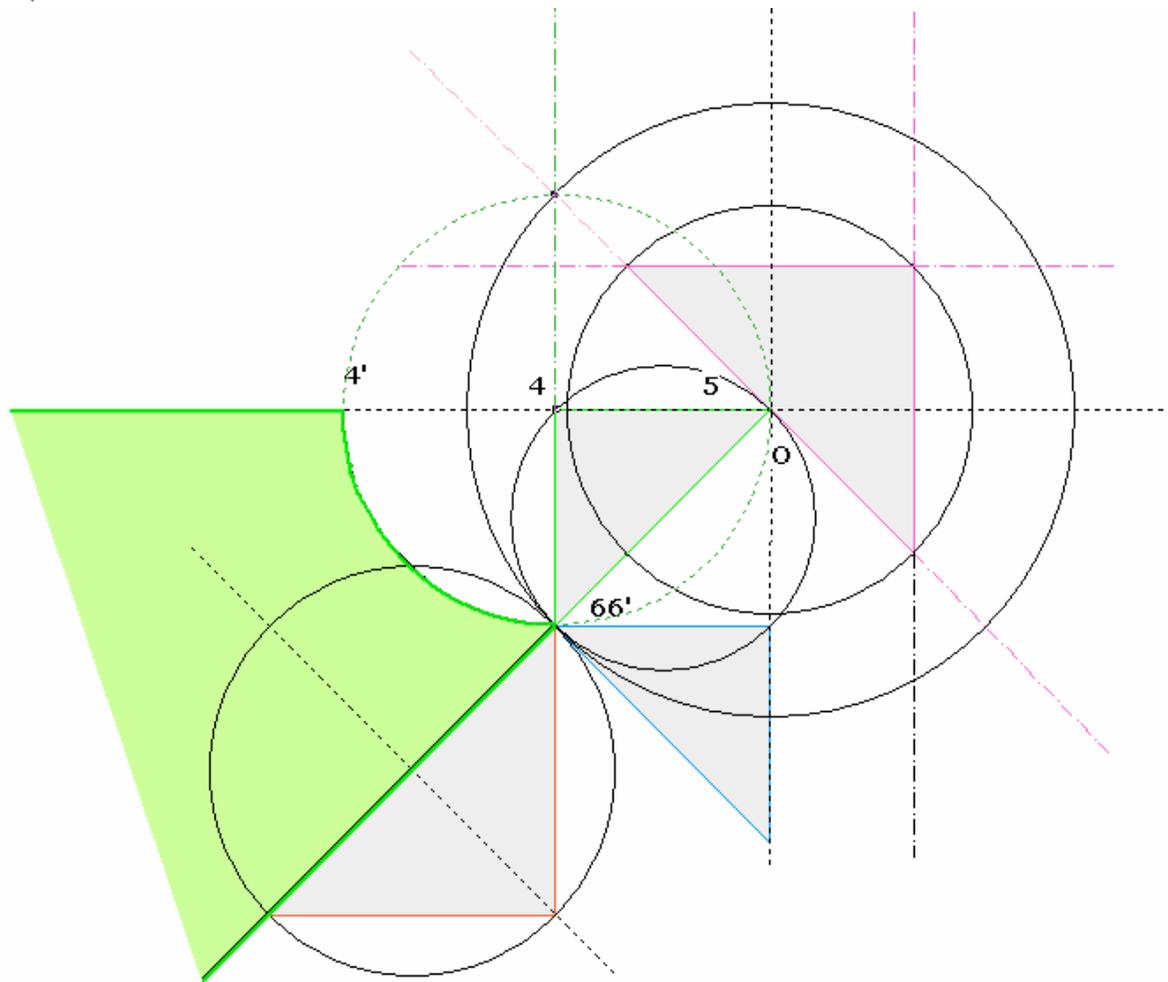
- Determine la inversión circular del perímetro y área de los triángulos 123, 456, 678 y 6910 de acuerdo a la circunferencia de inversión de centro O y radio 6 cm.



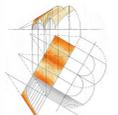


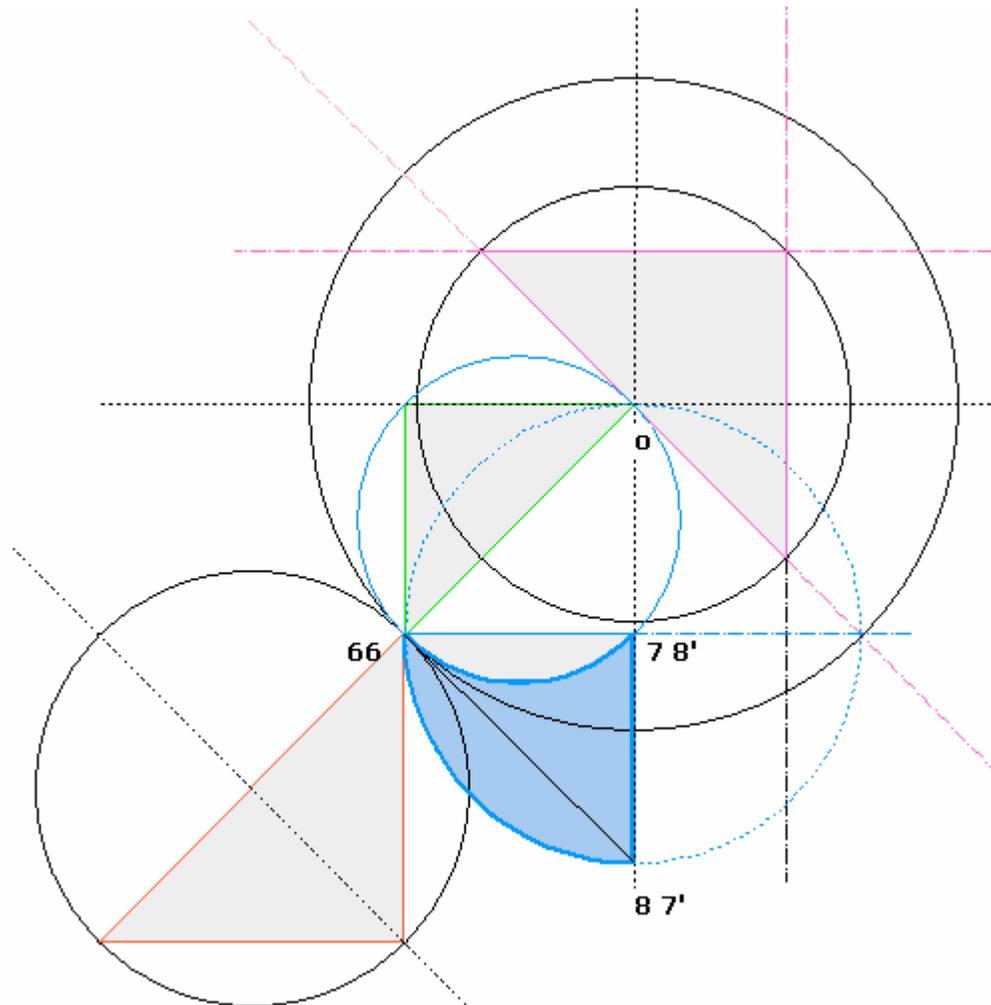
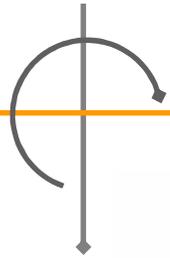
GEOMETRÍA

::: 1º CICLO: Teoría de las Transformaciones.

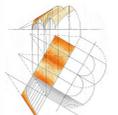


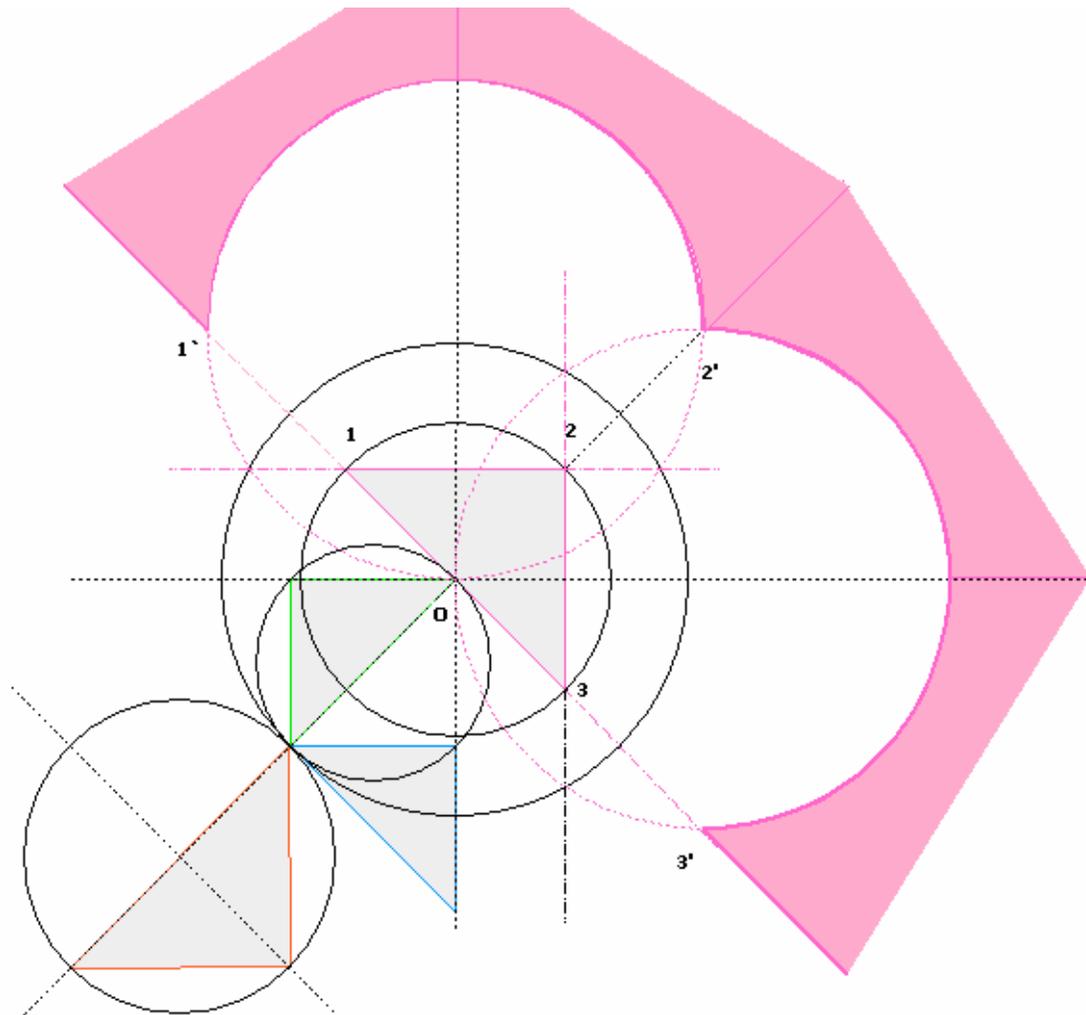
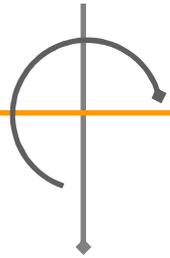
• Determine la inversión circular del perímetro y área de los triángulos 123, 456, 678 y 6910 de acuerdo a la circunferencia de inversión de centro O y radio 6 cm.



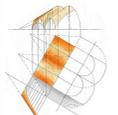


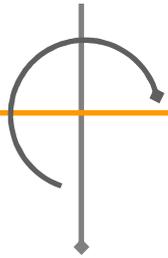
- Determine la inversión circular del perímetro y área de los triángulos 123, 456, 678 y 6910 de acuerdo a la circunferencia de inversión de centro O y radio 6 cm.



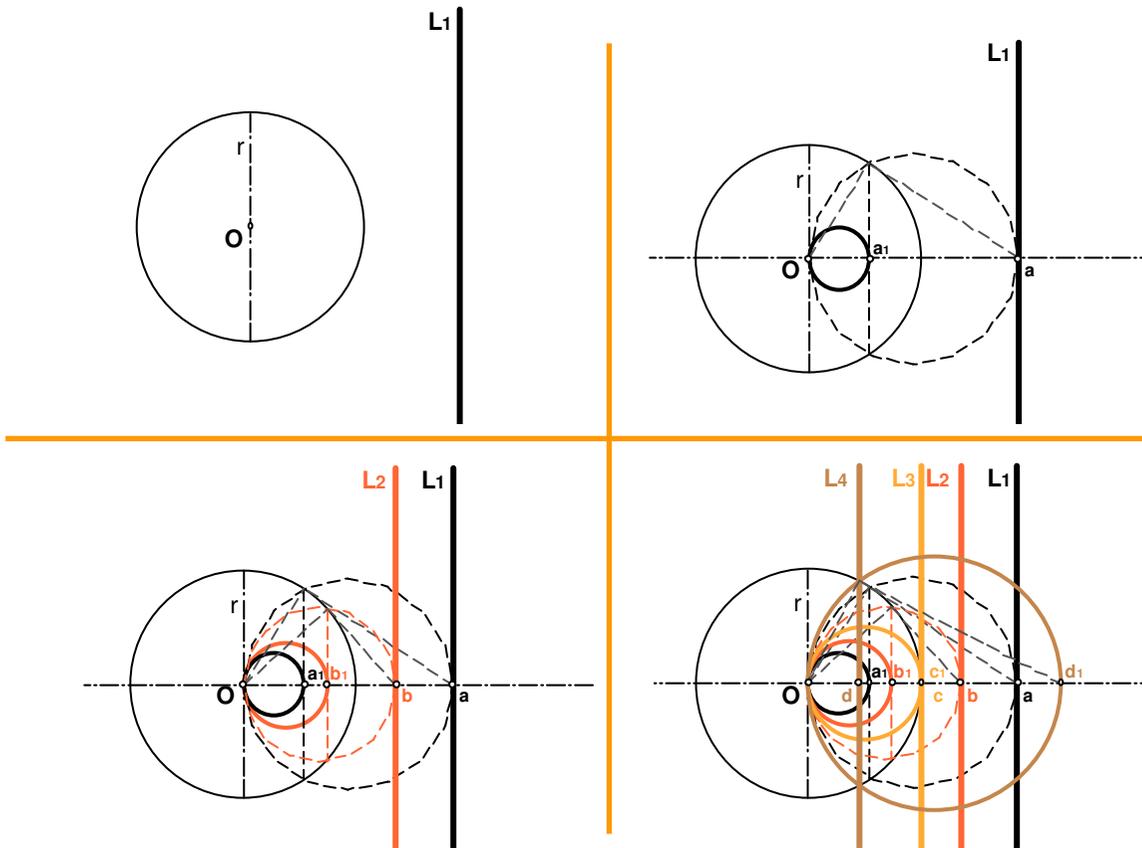


- Determine la inversión circular del perímetro y área de los triángulos 123, 456, 678 y 6910 de acuerdo a la circunferencia de inversión de centro O y radio 6 cm.





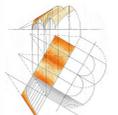
INVERSAS de Rectas Paralelas.

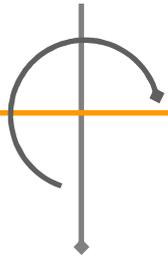


- Si ninguna de las rectas para por el centro de inversión, sus inversas serán circunferencias tangentes.

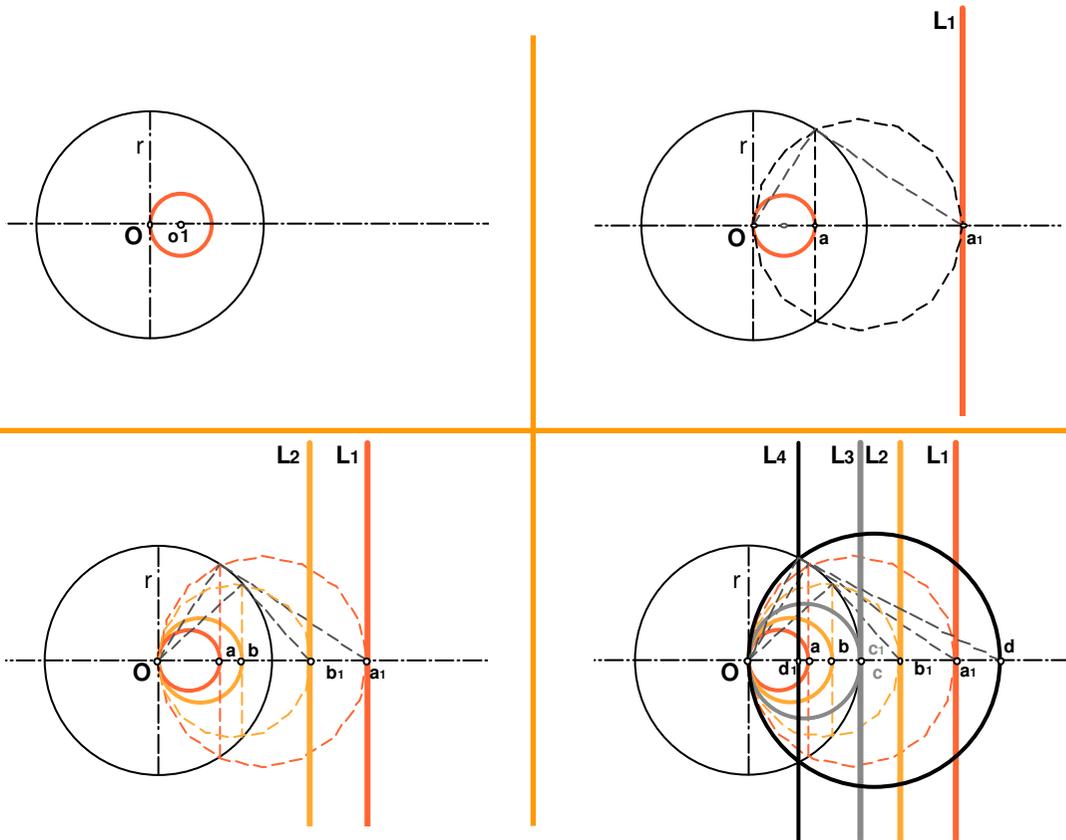
- El punto de tangencia es el centro de inversión.

- Mientras más cerca esté la recta del centro de inversión, más grande será su circunferencia inversa.

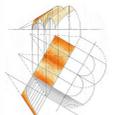


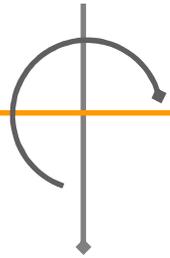


INVERSAS de Circunferencias Tangentes en el punto centro de inversión.

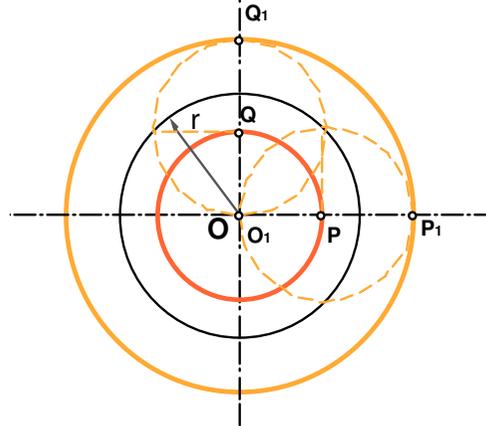
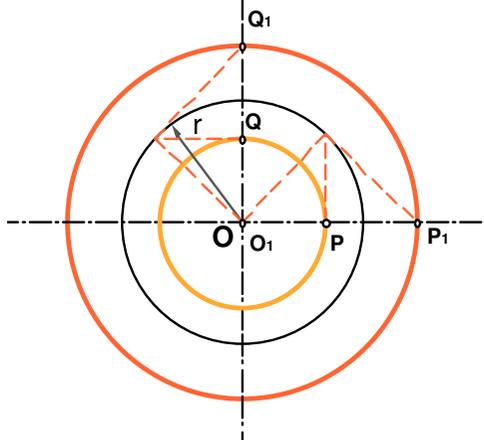
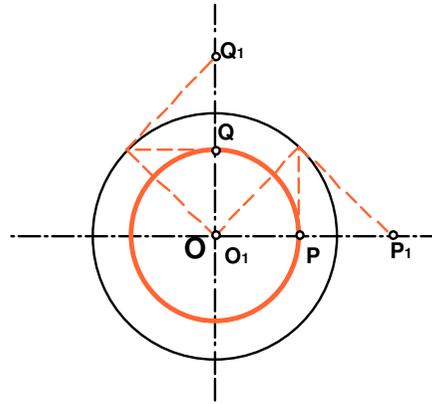
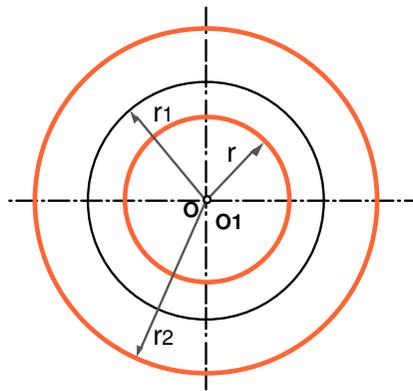


- Sus inversas serán rectas paralelas cuya dirección es perpendicular a la línea que une los centros de las circunferencias tangentes





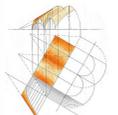
INVERSAS de Circunferencias Concéntricas.

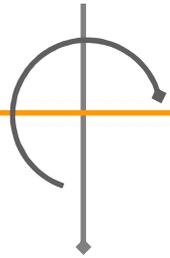


• Circunferencias concéntricas a la circunferencia de inversión se invertirán también en circunferencias concéntricas.

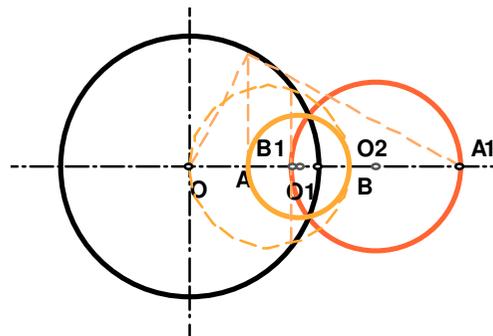
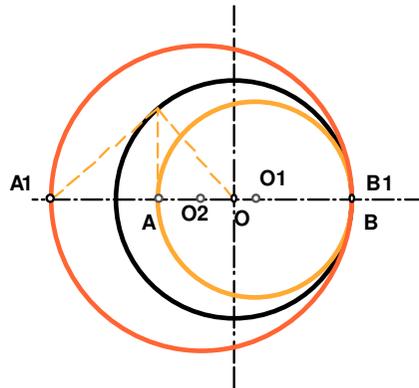
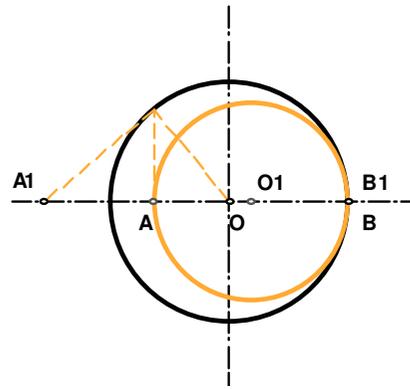
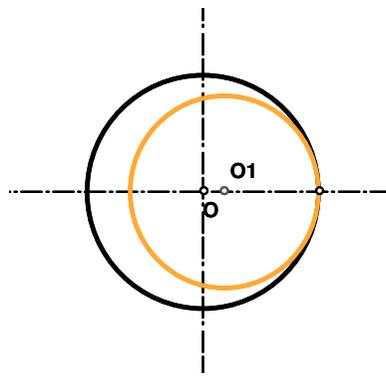
• Circunferencia de radio menor a la circunferencia de inversión se invertirá en una circunferencia de radio mayor y viceversa.

• Circunferencia de igual radio a la circunferencia de inversión se invertirá en si misma.





INVERSAS de Circunferencias de radio finito no concéntrica y que no pasa por el centro de inversión.



- Su inversa será una circunferencia de radio finito no concéntrica y que no pasa por el centro de inversión.

- Se unen los centros, se determinan los puntos diámetros, se sacan sus puntos inversos, cuya unión es el diámetro de la circunferencia inversa.

