GUIA DE EJERCICIOS PROPUESTOS Y RESUELTOS.

EJERCICIOS PROPUESTOS.

1.- Dado un cuadrado ABCD de lado 4 cm., se pide, determinar la siguiente transformación:

$T = (T_3\ T_2\ T_1)^n$

Si $T_1 = R(Li)$; $T_2 = R(Ai, 90º)$; $T_3 = R(Ai)$

A = vértice del cuadrado dado.
L = recta que contiene a los puntos medios de los lados BC y CD.
i = subíndice de la última transformación realizada.

2.- Dado un cuadrado ABCD de lado 3 cm., se pide, determinar la siguiente transformación:

$T = (T_4\ T_3\ T_2\ T_1)^8$

Si $T_1 = R(Oi, 45º)$; $T_2 = H(Oi, 2)$; $T_3 = T(AiBi)$; $T_4 = H(Oi, 1/2)$

O = Intersección de las diagonales del cuadrado dado.
i = subíndice de la última transformación realizada.

3.- Dado un triángulo ABC rectángulo en C, si AC = 3 cm. y BC = 4 cm., se pide, determinar la siguiente transformación:

$T = (T_2\ T_3\ T_2\ T_1)^n$

Si $T_1 = H(mi, -2)$; $T_2 = R(AiCi)$; $T_3 = H(mi, -1/2)$;

m = punto medio de AB.
i = subíndice de la última transformación realizada.

4.- Dado un cuadrado ABCD de lado 3 cm., se pide, determinar la siguiente transformación:

$T = (T_2\ T_1)^n$

Si $T_1 = R(Oi, 45º)$; $T_2 = T(DiBi)$;

O = punto intersección de las diagonales del polígono.
i = subíndice de la última transformación realizada.
BD = Diagonal del cuadrado.

5.- Dado un cuadrado de lado 4 cm., se pide, determinar la siguiente transformación.

$T = (T_2\ T_3\ T_2\ T_1)^n$

Si $T_1 = H\ (O, 1/2)$; $T_2 = R\ (O, -135º)$; $T_3 = H\ (O, 2)$;

O = Punto exterior al cuadrado ubicado en la prolongación de la diagonal AC, a 5 cm. de C y en sentido CA.

6.- Dado un triángulo equilátero ABC, de lado 3 cm., se pide determinar la siguiente transformación.

a.- $T = (T_2\ T_1)^n$ Si $T_1 = T\ (CiAi/2)$; $T_2 = R\ (Ci, -60º)$;

i = subíndice de la última transformación realizada.

7.- Dado un hexágono regular ABCDEF de lado igual a 1 cm., se pide, determinar la siguiente transformación.

a.- $T = T_1\ T_2\ T_3\ T_2\ T_1$

Si $T_1 = H\ (A, 2)$; $T_2 = R\ (A, -120º)$; $T_3 = H\ (A, 1/2)$;

b.- Genere una banda a través del producto de dos transformaciones distintas propuestas por usted, las que se deben repetir n veces. El módulo inicial es la configuración obtenida en el item anterior.

8.- Dado un triángulo ABC isósceles rectángulo en A de lado AB = 3 cm., se pide, determinar la siguiente transformación.

a.- $T = T_4\ T_3^{-1}\ T_2\ T_1$

Si $T_1 = R\ (A)$; $T_2 = R\ (AiCi)$; $T_3 = H\ (A, 2)$; $T4 = R\ (Ai, -180º)$
AC = diagonal del cuadrado.

9.- Dado un triángulo ABC isósceles rectángulo en A de lado A igual a 7 cm., se pide, determinar la siguiente transformación.

$T = (T_6\ T_5^{-1}\ (T_4\ T_3^{-1}\ T_4\ T_3)^2\ T_2\ T_1)^4$

Si $T_1 = H\ (Ai, -1/2)$; $T_2 = R\ (Ai, 90º)$; $T_3 = T\ (AiCi)$;
$T_4 = R\ (AiBi)$; $T_5 = H\ (Ai, 2)$

i = subíndice de la última transformación realizada.
AC = Diagonal del cuadrado.

EJERCICIOS RESUELTOS.

Ejercicio Nº 1.
Desarrollo:

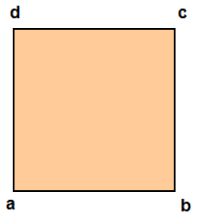
Dado un cuadrado ABCD de lado 4 cm., se pide, determinar la siguiente transformación:

$T = (T_3 \, T_2 \, T_1)^{n}$

Si $T_1 = R\,(Li)$; $T_2 = R\,(Ai, 90º)$; $T_3 = R\,(Ai)$

A = vértice del cuadrado dado.
L = recta que contiene a los puntos medios de los lados BC y CD.
i = subíndice de la última transformación realizada.

Paso1.-
Construir el primer cuadrado con la nomenclatura correspondiente.

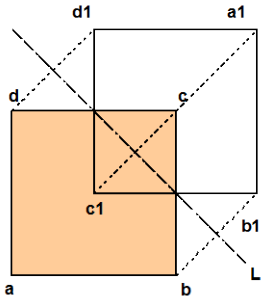


Paso 2.-
El producto de transformaciones propuestas indica que el paréntesis se repetirá n veces.

$T = (T_3 \, T_2 \, T_1)^{n}$

El orden de las transformaciones a realizar siempre será de derecha a izquierda.

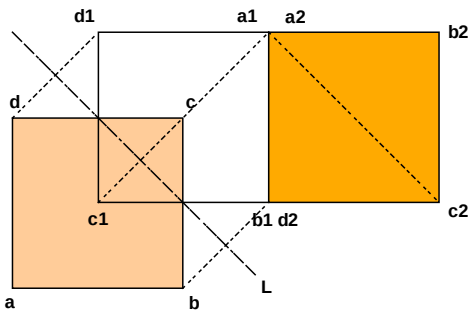
1º Transformación $T_1 = R\,(Li)$;
Li eje móvil es la simetral de todo punto y su imagen.



Paso 3.-
A la imagen obtenida de la transformación T_1 se le aplica la transformación T_2

$T_2 = R\,(Ai, 90º)$

Ai centro de rotación móvil, en este caso corresponde al punto a1.

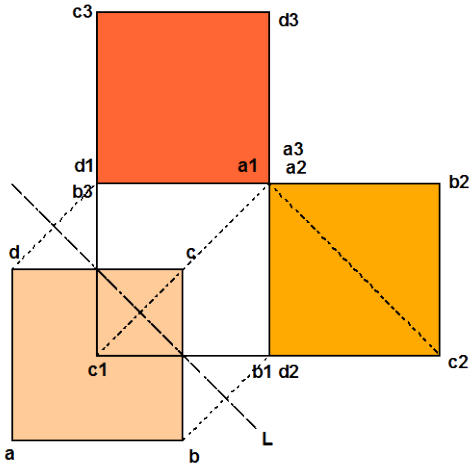


Paso 4.-
A la imagen obtenida de la transformación T_2 se le aplica la transformación T_3

$T_3 = R\ (\ Ai)$

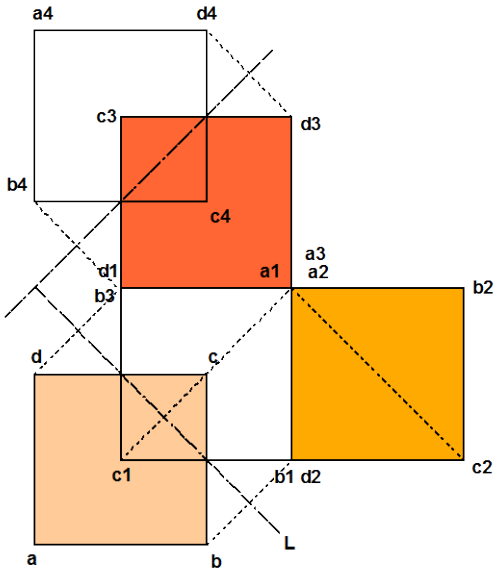
Reflexión con respecto a un punto, en este caso un punto móvil, que corresponde al punto a2, que debe ser punto medio de todo punto y su imagen.

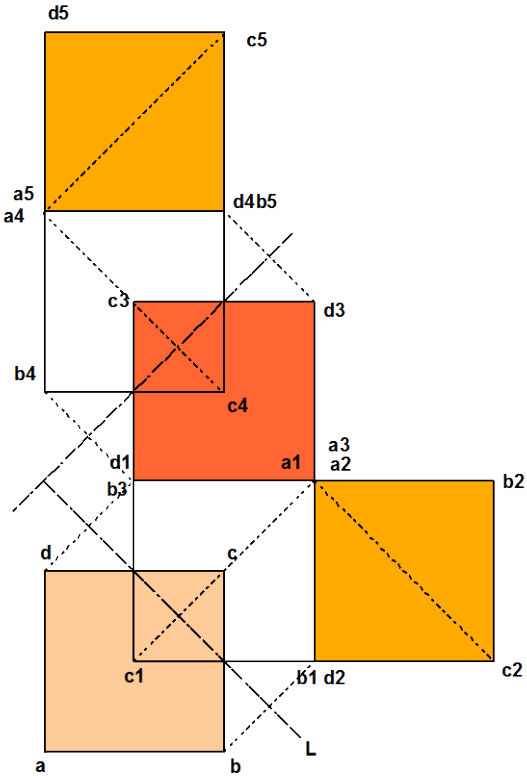
Hasta aquí se ha desarrollado el primer paréntesis, el que debe repetirse n veces.

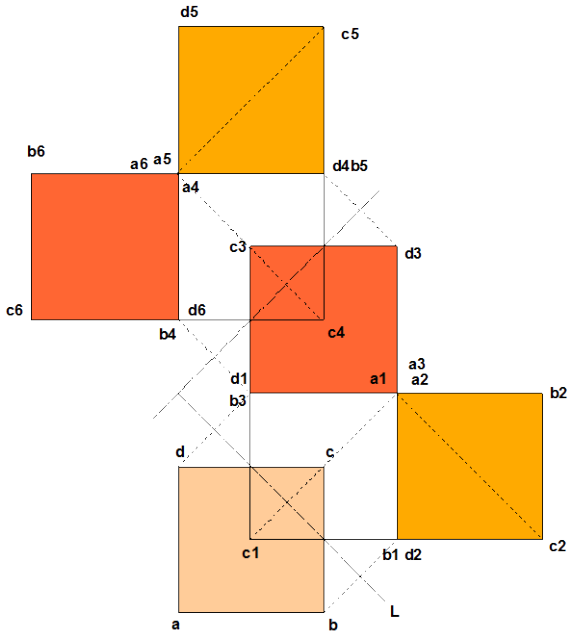


Paso 5.-
Segunda repetición del paréntesis.

1.- A la imagen con subíndice 3 se le aplica T_1 obteniendo la imagen con subíndice 4, luego se aplica T_2 y finalmente a esta última imagen se la aplica T_3



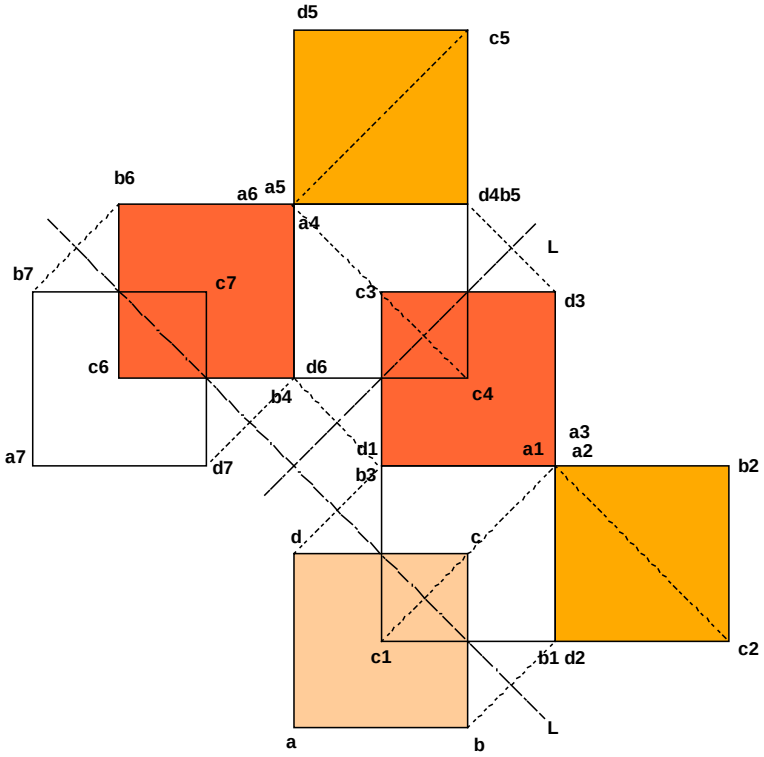


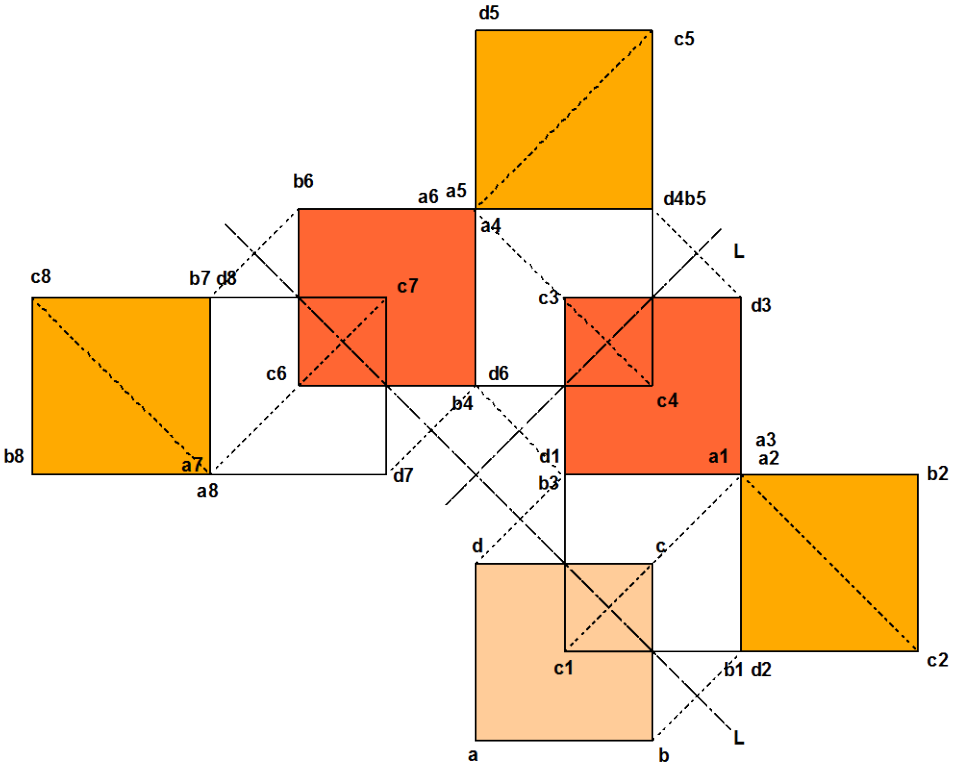


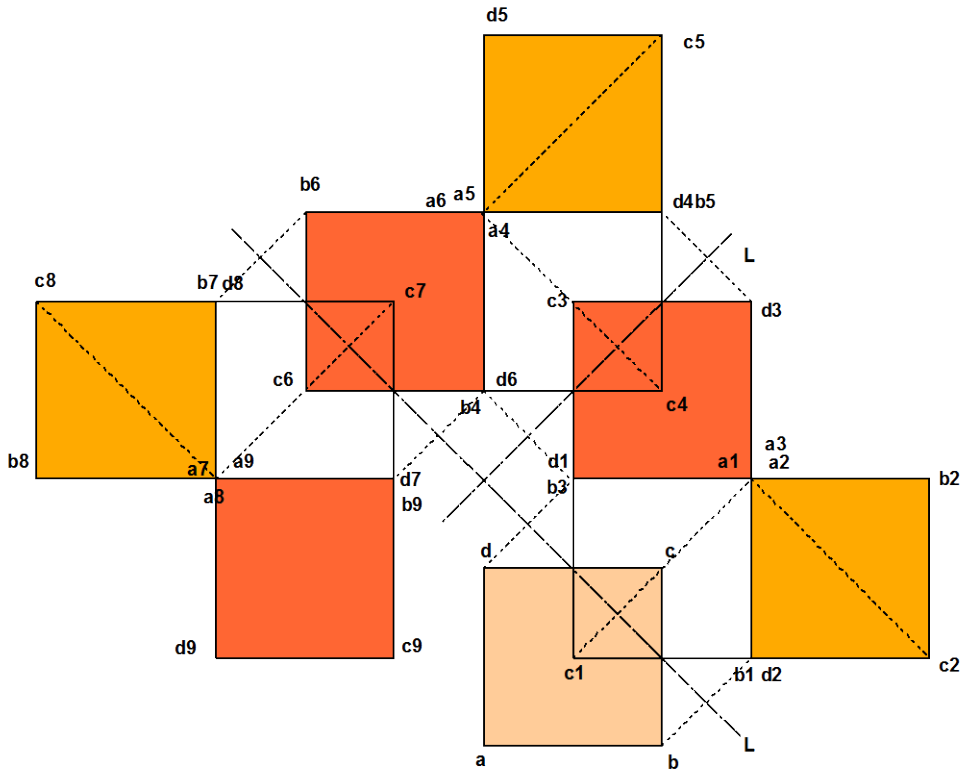
Paso 6.-

Tercera repetición del paréntesis.

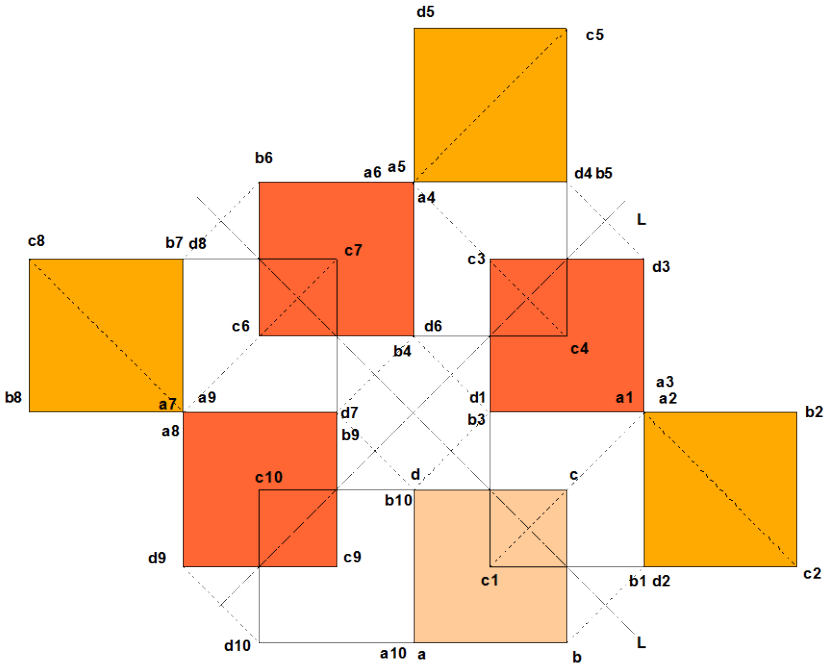
Se repite el procedimiento indicado en el paso 5.

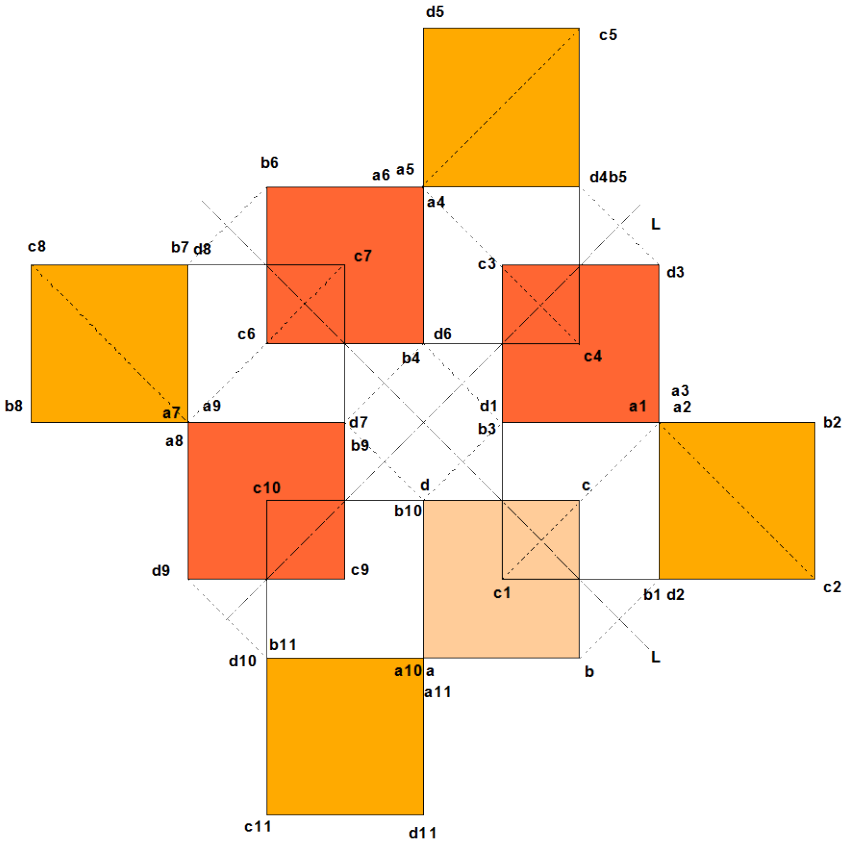



d5
c5
b6
a6
a5
d4b5
a4
L
c8
b7
d8
c7
c3
d3
c6
d6
c4
b4
a3
a2
b8
a7
d1
a1
b2
a8
d7
b3
d
c
c1
b1
d2
c2
L
a
b

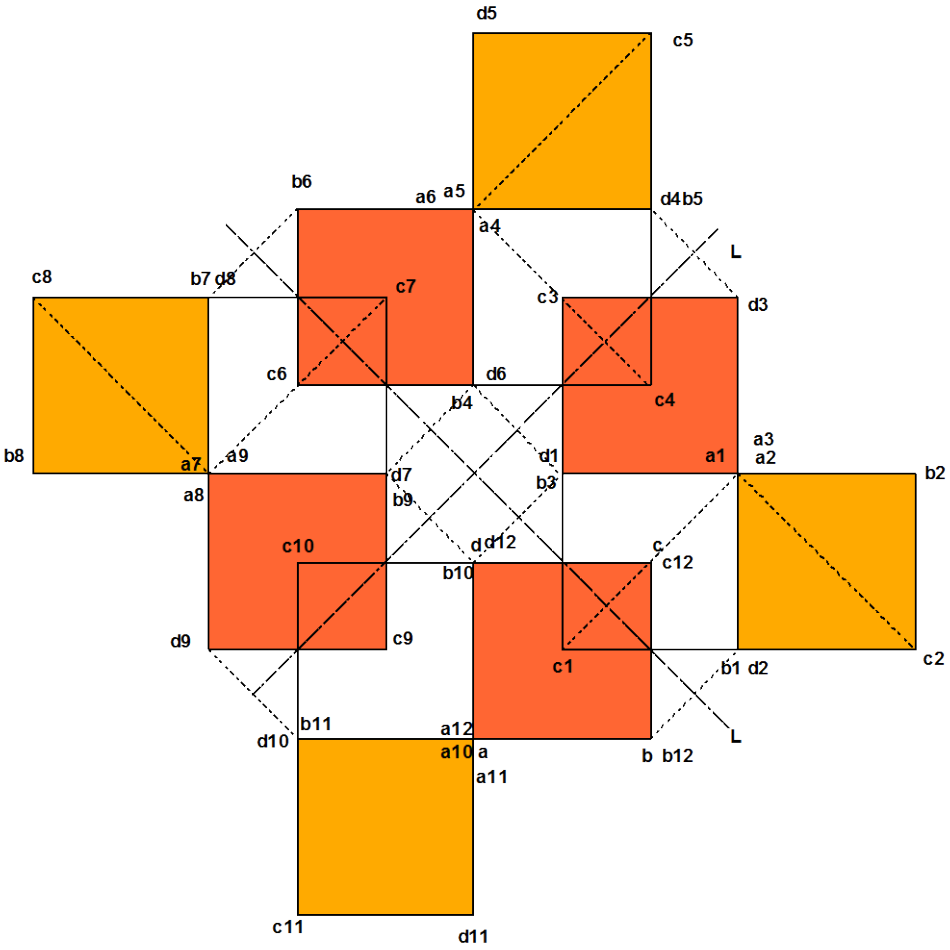

d5
c5
b6
a6
a5
d4b5
a4
L
c8
b7
d8
c7
c3
d3
c6
d6
c4
b4
a3
a2
b8
a7
a9
d1
a1
b2
a8
d7
b9
b3
d
c
d9
c9
c1
b1
d2
c2
L
a
b

Paso 7.-
Tercera repetición del paréntesis.





Al aplicar la transformación T_3 la imagen de subíndice 1_2 coincide con la imagen inicial produciéndose una involución.



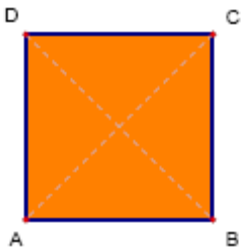
Ejercicio N° 2.
Desarrollo:

Dado un cuadrado ABCD de lado 3 cm., se pide, determinar la siguiente transformación:

$T = (T_4 T_3 T_2 T_1)^8$

Si $T_1 = R(Oi, 45º)$; $T_2 = H(Oi, 2)$; $T_3 = T(AiBi)$; $T_4 = H(Oi, 1/2)$

O = Intersección de las diagonales del cuadrado dado.
i = subíndice de la última transformación realizada.

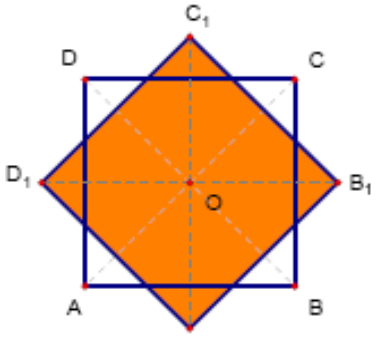


Paso1.-
Construir el primer cuadrado con la nomenclatura correspondiente.

Paso 2.-
El producto de transformaciones propuestas indica que el paréntesis se repetirá n veces.

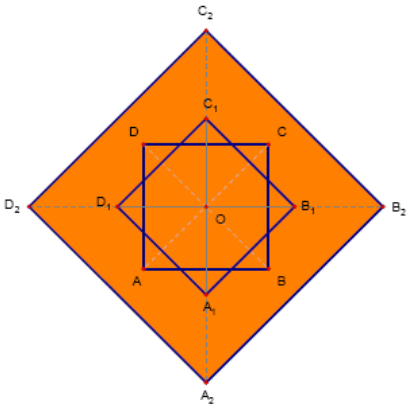
$T = (T_4\ T_3\ T_2\ T_1)^8$

El orden de las transformaciones a realizar siempre será de derecha a izquierda.



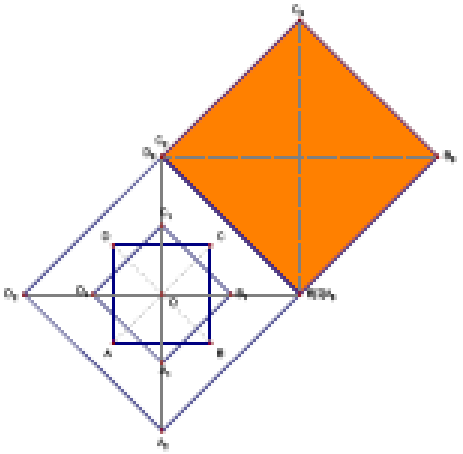
1º Transformación T_1
Oi centro de rotación móvil, en este caso corresponde al punto centro cuadrado inicial.

Paso 3.-
A la imagen obtenida de la transformación T_1 se le aplica la transformación T_2 = H(Oi, 2)



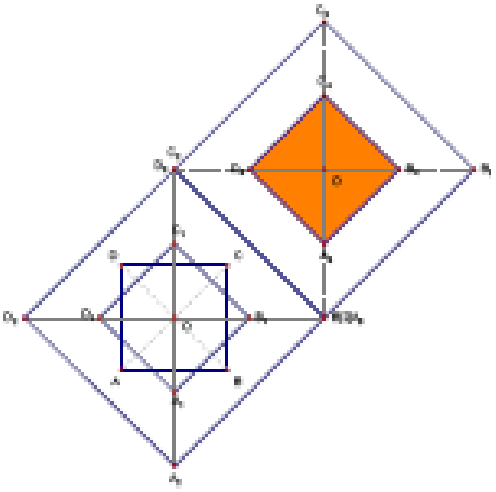
Es una homotecia directa la forma aumenta y al ser K positivo el punto y su imagen quedan ubicados al mismo lado del Oi.

Paso 4.-
A la imagen obtenida de la transformación T_2 se le aplica la transformación T_3 = T(AiBi)



La imagen resultante se debe trasladar en la misma dirección magnitud y sentido del vector a2b2.

Paso 5.-
A la imagen obtenida de la transformación T_3 se le aplica la transformación T_4 = H(Oi, 1/2)

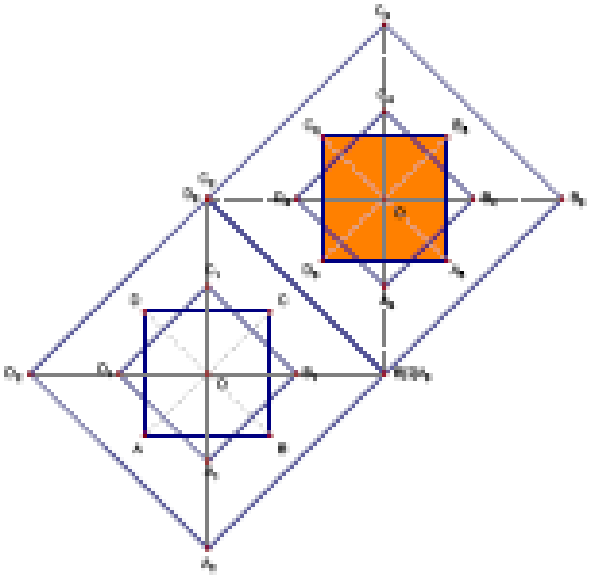


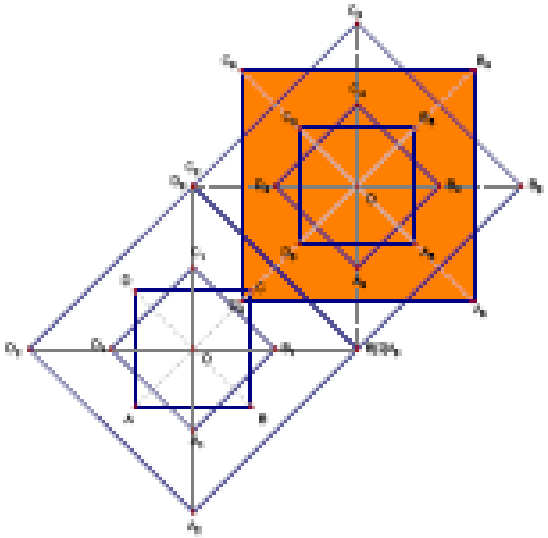
Es una homotecia directa la forma disminuye y al ser K positivo el punto y su imagen quedan ubicados al mismo lado del Oi.

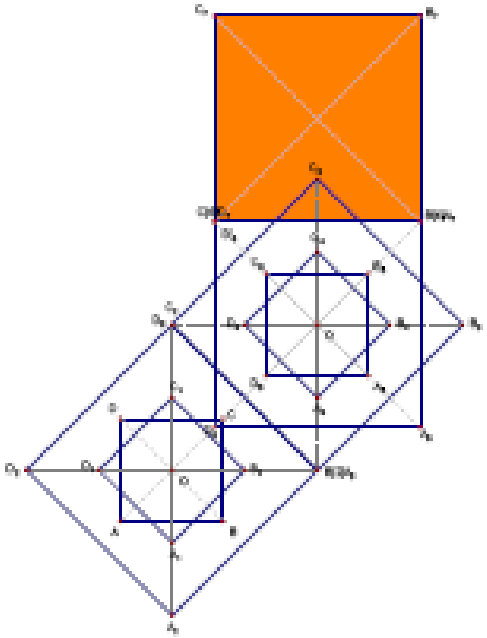
Hasta aquí se ha desarrollado el primer paréntesis, el que debe repetirse 7 veces más.

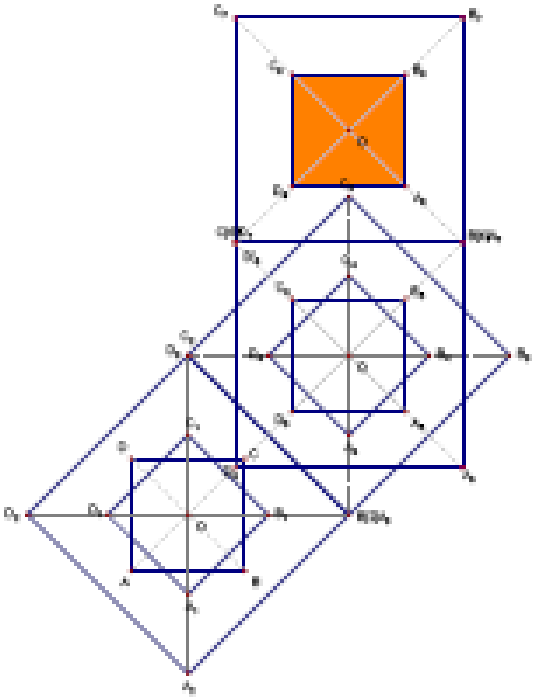
Paso 6.-
Segunda repetición del paréntesis.

1.- A la imagen con subíndice 4 se le aplica T_1 obteniendo la imagen con subíndice 5, luego se aplica T_2, luego T_3 y finalmente a esta última imagen se la aplica T_4





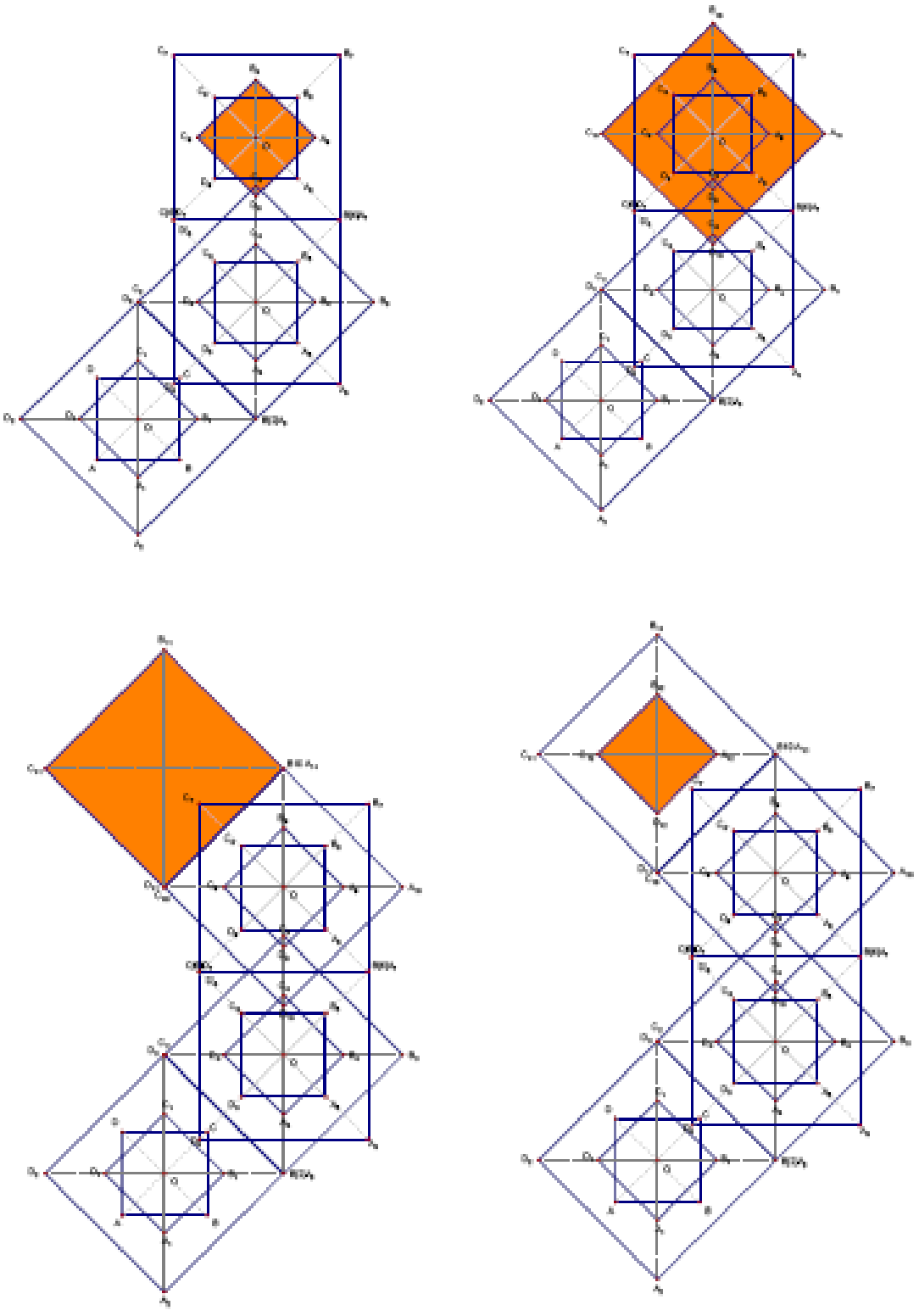




Paso 7.-

Tercera repetición del paréntesis.

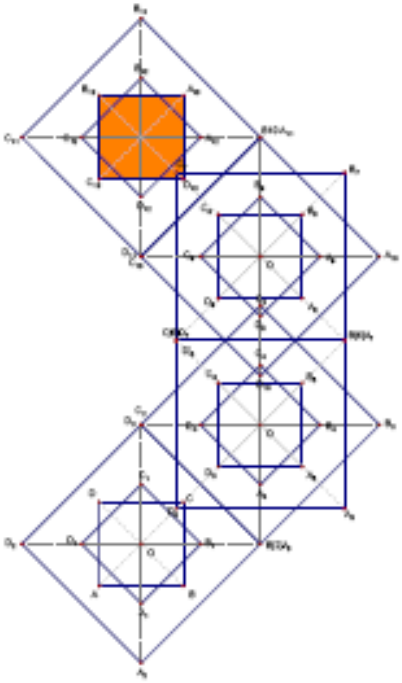
Se repite el procedimiento aplicado en el paso 6.

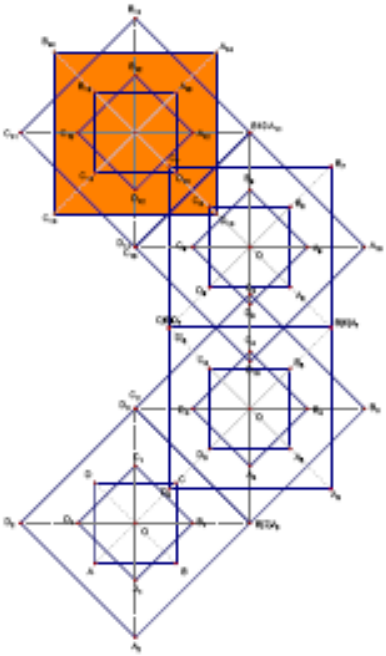


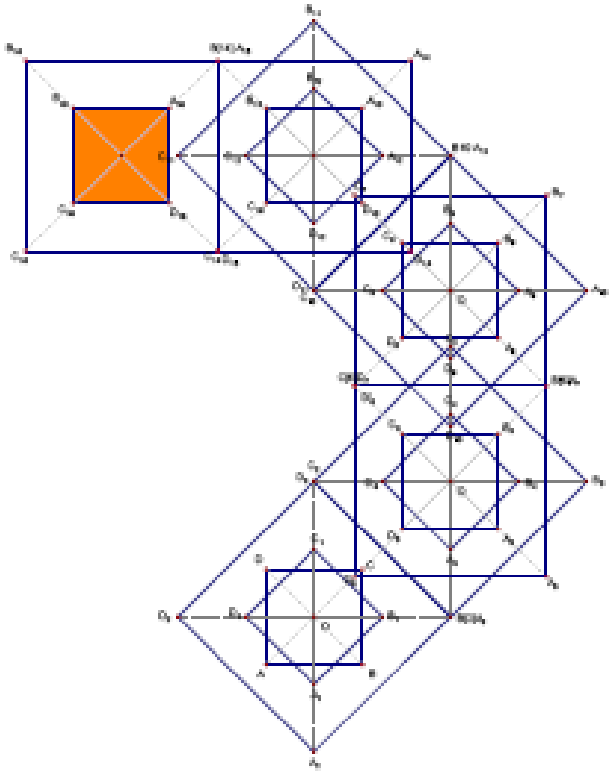
Paso 8.-

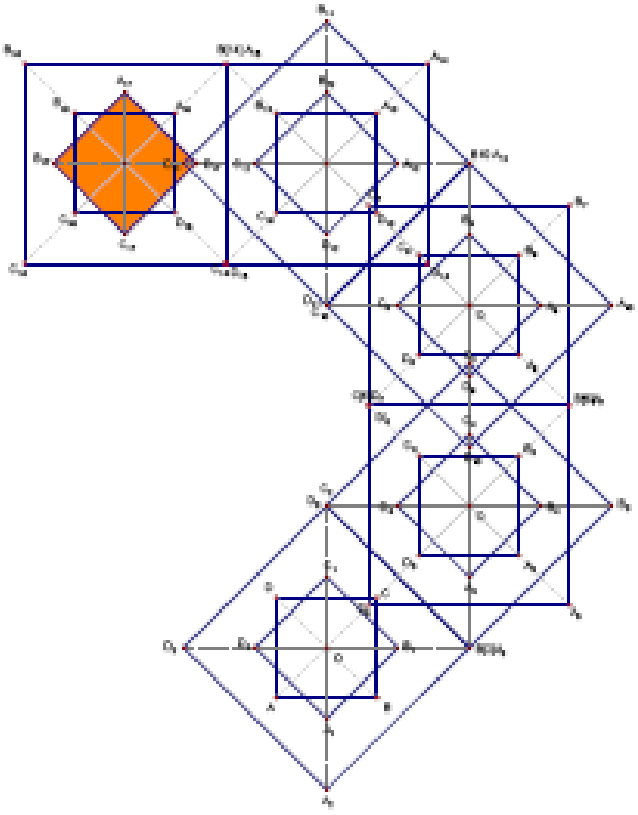
Cuarta repetición del paréntesis.

Se repite el procedimiento aplicado en el paso 6.





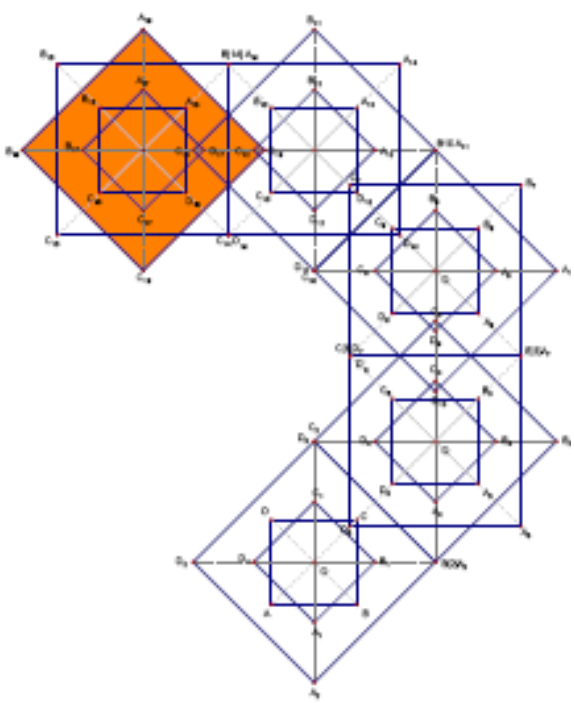


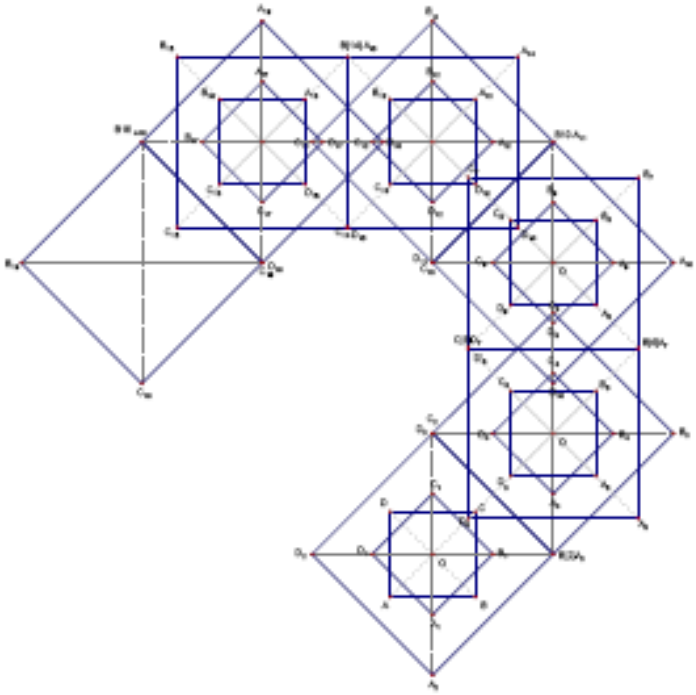


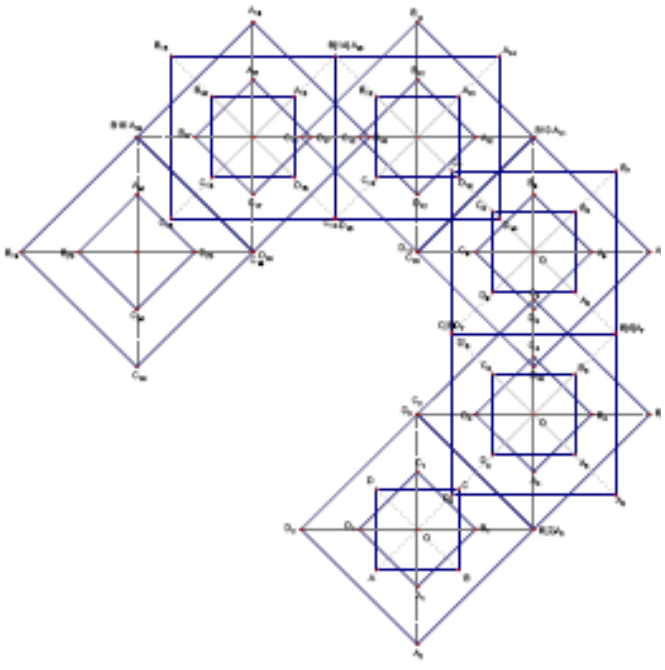
Paso 9.-

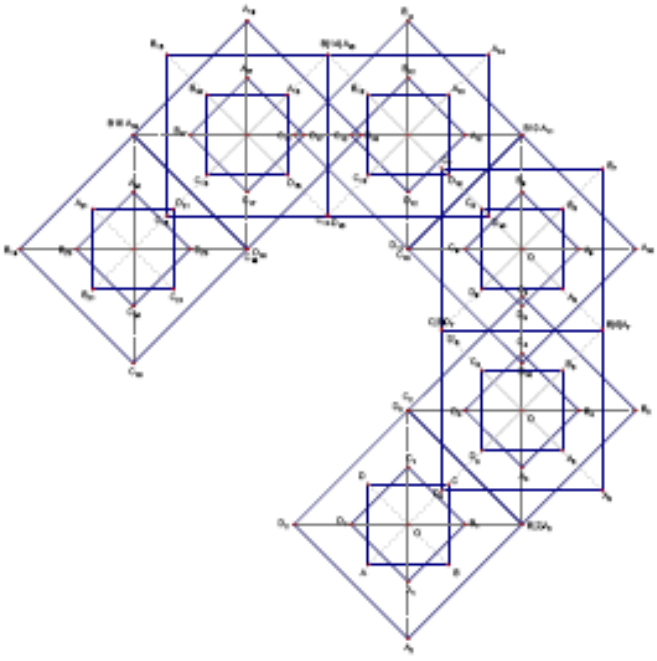
Quinta repetición del paréntesis.

Se repite el procedimiento aplicado en el paso 6.

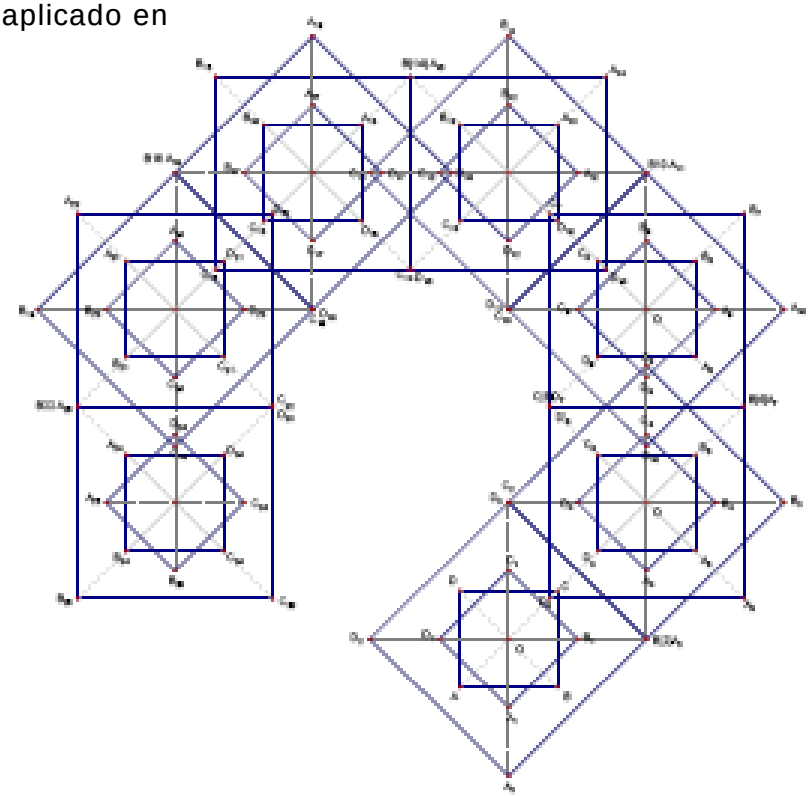




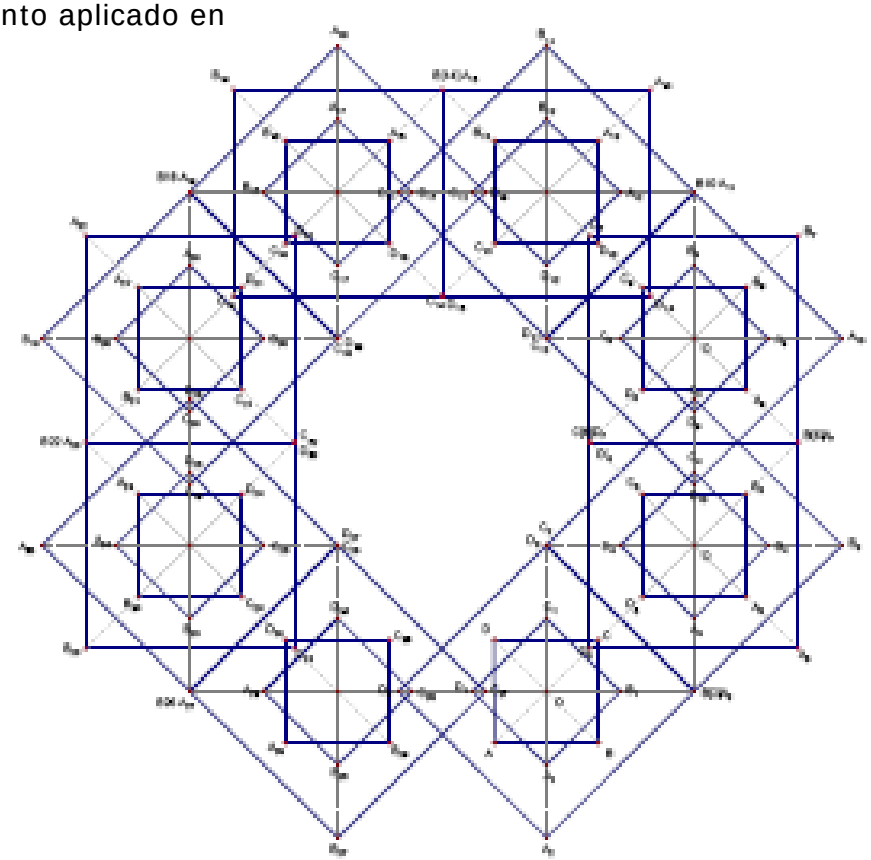




Paso 10.-
Sexta repetición del paréntesis.
Se repite el procedimiento aplicado en el paso 6.

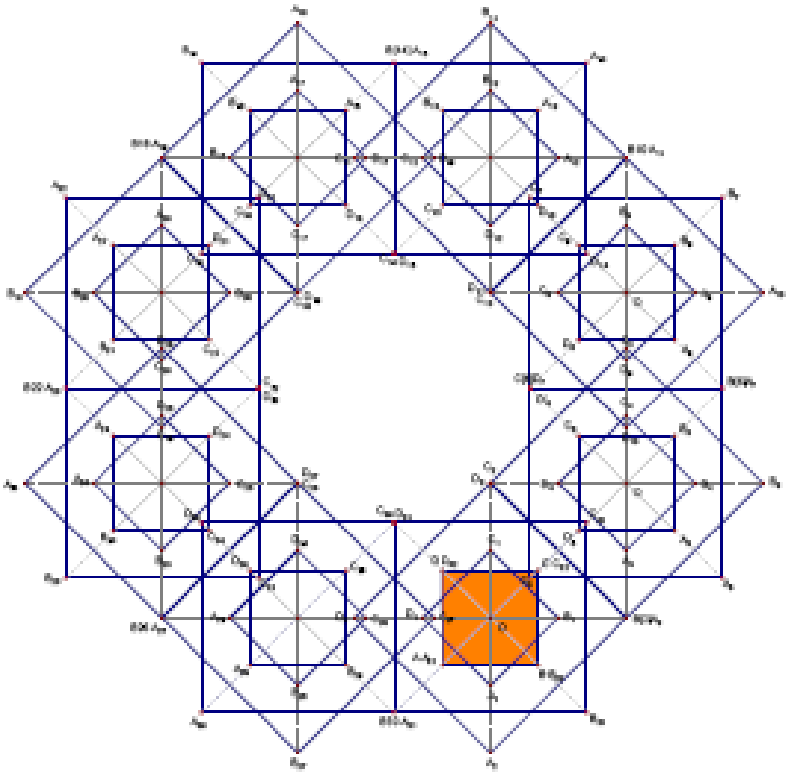


Paso 11.-
Séptima repetición del paréntesis.
Se repite el procedimiento aplicado en el paso 6.



Paso 12.-

Octava y última repetición del paréntesis.
Se repite el procedimiento aplicado en el paso 6.
Al aplicar la última transformación vemos que coincide con la imagen inicial produciéndose una involución

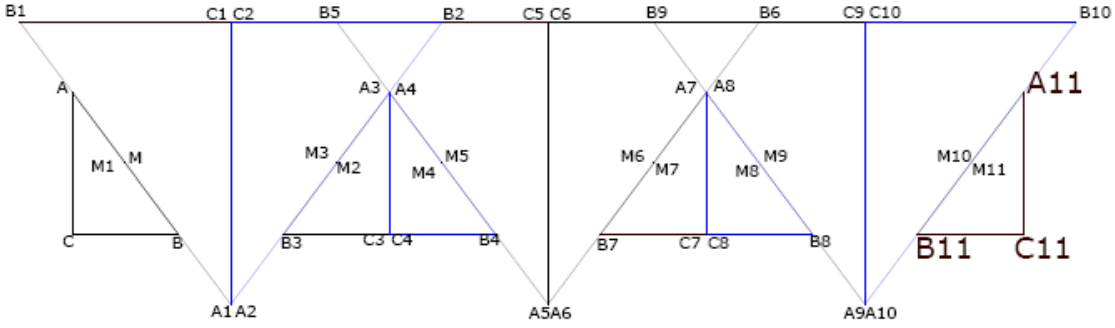


3.- Dado un triángulo ABC rectángulo en C, si AC = 3 cm. y BC = 4 cm., se pide, determinar la siguiente transformación:

$T = (T_2\ T_3\ T_2\ T_1)^n$

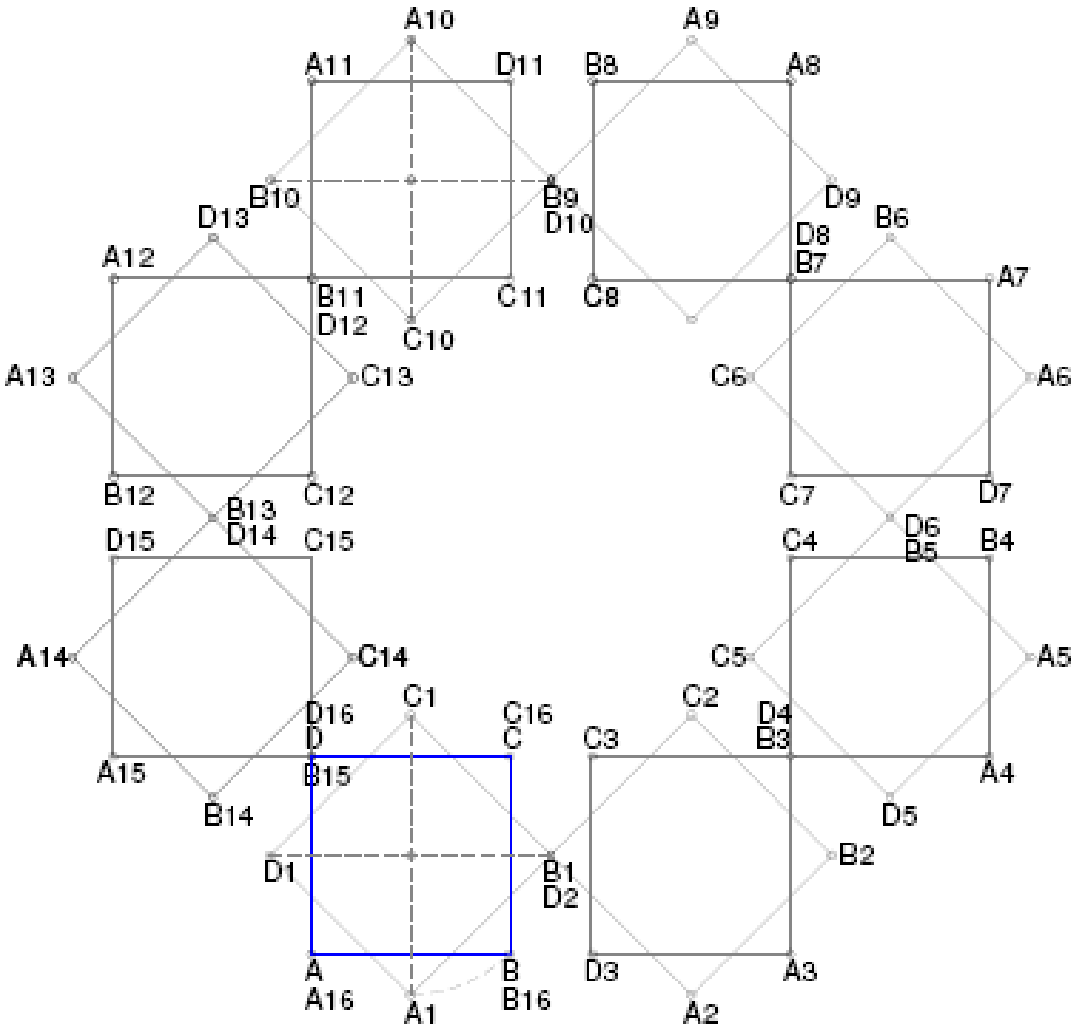
Si T_1 = H (mi, -2); T_2 = R (AiCi) ; T_3 = H (mi, -1/2);

m = punto medio de AB.
i = subíndice de la última transformación realizada.



4.- Dado un cuadrado ABCD de lado 3 cm., se pide, determinar la siguiente transformación:

$T = (T_2\, T_1)^n$

Si $T_1 = R(Oi, 45º)$; $T_2 = T(DiBi)$;

O = punto intersección de las diagonales del polígono.
i = subíndice de la última transformación realizada.
BD = Diagonal del cuadrado.