UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE ARQUITECTURA Y URBANISMO
ESCUELA DE GEOGRAFÍA
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA CONSTRUCCIÓN

ASIGNATURA	: MATEMATICAS	MATERIAL DE APOYO
NIVEL	: 1er. AÑO	PROF. L. ALTIMIRAS R.
CARRERA	: GEOGRAFÍA	AYUD. C. ESCOBEDO C.
AÑO	: 2009	

GEOMETRÍA ANALÍTICA

1.- Si P es un punto del plano cartesiano tal que P(5 , 3k + 7) ; determine el valor de k para que P pertenezca al eje de las abscisas.

2.- El punto P_1(5 , -2) está a 4 unidades de un segundo punto P_2 cuya ordenada es 1 . Determine la abscisa del punto P_2 . (2 soluciones).

3.- Uno de los extremos de un segmento rectilíneo de longitud 5 es el punto (3 , -2). Si la abscisa del otro punto es 6 ; hallar su ordenada. (2 soluciones).

4.- Los vértices de un rectángulo son A(4 , 5) ; B(9 , 5) ; C(9 , 12) y D(4 , 12), respectivamente. Calcule :

a) su perímetro

b) su área

c) la medida de cada diagonal

d) las coordenadas del punto de intersección de sus diagonales

e) la medida del ángulo obtuso que forman las diagonales.

5.- Si A(-2 , -3) es el extremo de un segmento cuyo punto medio es (4 , 5) ; calcule las coordenadas del otro extremo del segmento.

6.- Encuentre la pendiente y la medida del ángulo de inclinación de la recta determinada por los puntos A(4 , -5) y B(6 , 3).

7.- Compruebe que la recta que pasa por los puntos A(3 , 7) y B(-1 , 1) es perpendicular a la recta determinada por los puntos C(-2 , 5) y D(4 , 1).

8.- Considere el triángulo de vértices A(-4 , 6) ; B(-2 , -1) y C(0 ,4). Determine :

a) El tipo de triángulo según sus lados.

b) Su perímetro.

c) La pendiente de cada uno de sus lados.

d) Las coordenadas del punto medio del lado $\overline{AB}$ y la medida de cada uno de los segmentos determinados en ella.

e) La medida de la transversal de gravedad t_c (es decir, la distancia entre el vértice C y el punto medio de su lado opuesto).

9.- Determine el valor de k, de manera que la recta que une los puntos (1 , k) con (k , -2) , tenga pendiente igual a 4.

10.- Use las pendientes para demostrar que los puntos A(-4 , -1) ; B(2 , 3) ; C(1 , -3) y D(7 , 1) son los vértices de un paralelógramo.

11.- Calcule la medida de los ángulos interiores del triángulo cuyos vértices son los puntos A(1 , 6) ; B(-3 , -2) y C(4 , 4). (aproxime los resultados al grado más cercano).

12.- Si la pendiente de una recta L_1 es $\frac{1}{2}$; calcule la pendiente de una recta L_2 tal que el ángulo entre L_1 y L_2 sea igual a 135°.

13.- Determine el ángulo de inclinación de las rectas cuyas pendientes son :

a) -1 b) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ c) 2 d) tan 20°

14.- Escriba la ecuación de la recta que satisface las siguientes condiciones:

a) tiene pendiente $m = 2$ y pasa por P(-2 , 3)

b) pasa por los puntos P(2 , 3) y Q(5 , 4)

c) corta al eje X en A(-2 , 0) y al eje Y en B(0 , 5)

Grafique cada una de ellas

15.- Hallar la ecuación de la simetral del segmento que une los puntos P(-3 , 2) y Q(1 , 6).

16.- Una recta pasa por el punto P(7 , 8) y es paralela a la recta que pasa por los puntos A(-2 , 2) y B(3 , -4). Hallar su ecuación.

17.- Demuestre de dos formas distintas que los puntos P(-5 , 2) ; Q(1 , 4) y R(4 , 5) son colineales.

18.- Hallar los vértices del triángulo formado por las rectas que pasan por los vértices A(-2 , 1) ; B(4 , 7) y C(6 , -3) y son paralelas a los lados opuestos.

19.- Hallar la ecuación general de la recta que pasa por P(-1 , -3) y es perpendicular a la recta $L : 3x - 4y + 11 = 0$.

20.- Determinar el valor de k para que la recta $k^2 x + (k + 1)y + 3 = 0$ sea perpendicular a la recta $3x - 2y - 11 = 0$.

21.- Hallar el valor de k para que la recta $kx + (k - 1)y - 18 = 0$ sea paralela a la recta $4x + 3y + 7 = 0$.

22.- Demostrar que la recta que pasa por los puntos A(4 , -1) y B(7 , 2) bisecta al segmento cuyos extremos son C(8 , -3) y D(-4 , -3).

23.- Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto P(3 , 1) y tal que la distancia de ésta recta al punto Q(-1 , 1) sea igual a $2\sqrt{2}$ unidades. (dos soluciones).

24.- Determinar el valor de k para que la distancia desde el origen a la recta $x + ky - 7 = 0$ sea igual a 2 unidades.

25.- Hallar la ecuación general de la recta cuya pendiente es -3 y cuya intersección con el eje Y es -2.

26.- Los vértices de un cuadrilátero son A(0 , 0) ; B(2 , 4) ; C(6 , 7) y D(8 , 0). Hallar las ecuaciones de sus lados.

27.- Hallar la ecuación de la simetral del segmento que los ejes coordenados determinan en la recta $5x + 3y - 15 = 0$.

28.- Determinar el valor de k para que la recta $4x + 5y + k = 0$ forme con los ejes coordenados un triángulo rectángulo de área igual a $\frac{5}{2}$ (u^2).

29.- Hallar la ecuación simétrica de la recta que pasa por los puntos A(-3 , -1) y B(2 , -6).

30.- Encuentre, si es que existe, el punto de intersección de los siguientes pares de rectas:

a) $2x + y = 5$; $3x - y = 5$

b) $5x + 2y - 6 = 0$; $6x + 3y = 8$

c) $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 5$; $\frac{x}{5} + 3y = -7$

31.- Determine si los siguientes pares de rectas son o no paralelas:

a) $2x + y = -7$; $2x + 4y = 4$

b) $4x - y = -7$; $3y = 8 + 12x$

32.- Demostrar que las rectas L_1 , L_2 y L_3 son concurrentes y calcule el punto de concurrencia:

L_1 : $5x + 3y - 7 = 0$; L_2 : $3x - 4y - 10 = 0$; L_3 : $x + 2y = 0$

33.- Hallar la ecuación de la recta cuya pendiente es -4 y pasa por el punto de intersección de las rectas L_1 : $2x + y - 8 = 0$ y L_2 : $3x - 2y + 9 = 0$

34.- Determinar los valores de a y b de tal manera que la recta de ecuación $(2a - b + 5)x + (a + 3b - 2)y + 2a + 7b + 19 = 0$ sea paralela al eje Y y corte al eje X a una distancia de 5 unidades del origen. Escriba la ecuación de dicha recta.

35.- Hallar la distancia de la recta:

i) $4x - 5y + 10 = 0$; al punto (2, -3).

ii) $x + 2y + 7 = 0$; al punto (1, 4).

36.- Obtenga la ecuación de la circunferencia, determinada por las condiciones dadas

i) C (2, -1) ; r = 2

ii) los extremos de un diámetro son los puntos (-2, 3) y (4, -1).

iii) C (-2, 3) ; tangente al eje Y.

iv) C (-1, -2) ; pasa por el punto (-2, 2).

37.- Identifique el lugar geométrico generado por las siguientes ecuaciones de segundo grado y determine centro y radio (en el caso de ser circunferencia) y vértice, foco, eje focal y ecuación de la directriz (en el caso de ser parábola).

i) $2x^2 + 2y^2 - 6x + 10y + 7 = 0$

ii) $3x^2 + 3y^2 + 24x - 6y + 51 = 0$

iii) $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 2 = 0$

38.- Encuentre la ecuación de la circunferencia que pasa por A (-3, 3) y B (1, 4) si su centro está en la recta de ecuación $3x - 2y - 23 = 0$.

39.- Determinar la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto (-2, 4) y tiene el mismo centro que la representada por la ecuación $x^2 + y^2 - 5x + 4y = 1$.

40.- Obtenga la ecuación de la recta tangente a la circunferencia dada, en el punto dado.

i) $x^2 + y^2 + 5x - 6y - 21 = 0$; P (2, -1)

ii) $x^2 + y^2 - 2x - 19 = 0$; P (3, 4)

41.- Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto (1, 4) y es tangente a la circunferencia $x^2 + y^2 + 6x + 2y + 5 = 0$, en el punto (-2, 1).

42.- Determine la ecuación de la circunferencia con centro en (-3, -4) y tangente a la recta de ecuación $3x + 4y + 16 = 0$.

RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS PROPUESTOS

1.- $k = \frac{-7}{3}$

2.- $x_1 = 5 + \sqrt{7}$; $x_2 = 5 - \sqrt{7}$

3.- $y_1 = 2$; $y_2 = -6$

4.- a) Perímetro = 24 (u.) b) Area = 35 (u^2)

c) $|AC| = |BD| = \sqrt{74}$

d) diag 1 $\cap$ diag 2 = $(\frac{13}{2}, \frac{17}{2})$

e) medida del ángulo = 108,9246°

5.- B(10 , 13)

6.- $m\overline{AB} = 4$; $\alpha = 75{,}9638°$

7.- $m\overline{AB} = \frac{3}{2}$; $m\overline{CD} = \frac{-2}{3}$ $\therefore$ $L_1 \perp L_2$

8.- a) triángulo escaleno b) perímetro ≈ 17,2 (u.)

c) $m\overline{AB} = \frac{-7}{2}$; $m\overline{BC} = \frac{5}{2}$; $m\overline{AC} = \frac{-1}{2}$

d) coordenadas punto medio = D(-3 , $\frac{5}{2}$) ; $|AD| = |BD| = \frac{\sqrt{53}}{2}$

f) $|DC| = \frac{\sqrt{45}}{2}$

9.- $k = \frac{2}{5}$

10.- $m\overline{AB} = m\overline{CD}$ y $m\overline{AC} = m\overline{BD}$

11.- 83° ; 23° ; 74°

12.- $m_2 = \frac{-1}{3}$

13.- a) 135° ; b) 30° ; c) 63,43° ; d) 20°

14.- a) $2x - y + 7 = 0$; b) $x - 3y + 7 = 0$; c) $5x - 2y + 10 = 0$

15.- $x + y - 3 = 0$

16.- $6x + 5y - 82 = 0$

18.- (-4 , 11) ; (12 , 3) ; (0 , -9)

19.- $4x + 3y + 13 = 0$

20.- $k_1 = \frac{1 + \sqrt{7}}{3}$; $k_2 = \frac{1 - \sqrt{7}}{3}$

21.- $k = 4$

23.- $x + y - 4 = 0$; $y - x + 2 = 0$

24.- $k_1 = \frac{3\sqrt{5}}{2}$; $k_2 = -\frac{3\sqrt{5}}{2}$

25.- $3x + y + 2 = 0$

36.- L_{AB} : $2x - y = 0$; L_{BC} : $3x - 4y + 10 = 0$

L_{CD} : $7x + 2y - 56 = 0$; L_{AD} : $y = 0$

27.- $3x - 5y + 8 = 0$

28.- $k = 10$

29.- $\frac{x}{-4} + \frac{y}{-4} = 1$

30.- a) (2 , 1) ; b) $\left(\frac{2}{3}, \frac{4}{3} \right)$; c) $\left(\frac{185}{9}, \frac{-100}{27} \right)$

31.- a) no son paralelas ; b) si son paralelas

32.- punto de concurrencia (2 , -1)

33.- $4x + y – 10 = 0$

34.- $a = -4$; $b = 2$; ec. Recta $x = 5$

35.- i) $\frac{33\sqrt{41}}{41}$ (u) ii) $\frac{16\sqrt{5}}{5}$ (u)

36.- i) $(x – 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$

ii) $(x – 1)^2 + (y - 1)^2 = 13$

iii) $(x + 2)^2 + (y --3)^2 = 4$

iv) $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 17$

37.- i) Circunferencia C (3 / 2, - 5 / 2); r = 5.

ii) Punto aislado

iii) Circunferencia C (1, -2); $r = \sqrt{3}$

38.- $(x - 2)^2 + (y + 17 / 2)^2 = 629 / 4$

39.- $(x – 5 / 2)^2 + (y + 2)^2 = 225 / 4$

40.- i) $9x – 8y – 2 6 = 0$

ii) $x + 2y – 11 = 0$

41.- $(x + 1)^2 + (y – 3)^2 = 5$

42.- $(x + 3)^2 + (y – 4)^2 = 81 / 25$