

SISTEMA DIEDRICO

APUNTE DOCENTE
Autor: Arqto. Jing Chang Lou

BIBLIOGRAFÍA

SISTEMA DIÉDRICO

Ferrer Muñoz, José Luis
Ediciones Paraninfo (1999)

GEOMETRÍA DESCRIPTIVA

Izquierdo Asensi, Fernando
Edición Paraninfo (1995)

GEOMETRÍA DESCRIPTIVA APLICADA

Holliday-Darr, Kathryn
Thomson Editores. (2000)

DIBUJO TECNICO

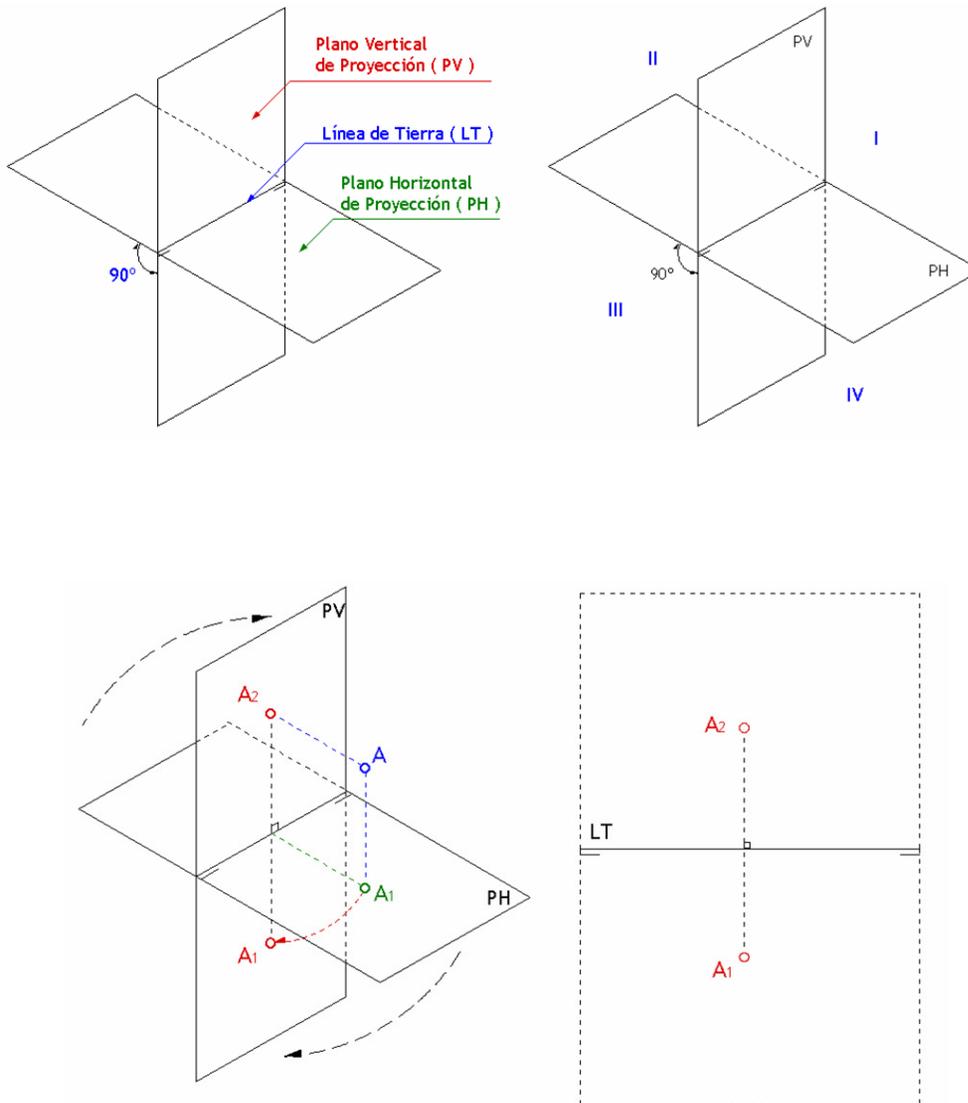
Eugenio Bargaño, Sofía Calvo, Elsa Díaz
Editorial McGraw-Hill. (1997)

EJERCICIOS DE GEOMETRÍA DESCRIPTIVA

Izquierdo Asensi, Fernando
Ediciones Paraninfo.(1994)

GEOMETRIA (Apunte Docente)

Marcelo Valenzuela Vargas
Editorial FAU. Santiago, Chile ()



SISTEMA DIÉDRICO.

El sistema diédrico es el que más se utiliza actualmente dentro de los ámbitos del diseño y de la industria. Esta manera de representar objetos del espacio, consiste en proyectar ortogonalmente de manera simultánea sobre dos planos de proyección perpendiculares entre sí.

Dichos planos reciben los nombres de plano horizontal de proyección (PH) y plano vertical de proyección (PV); y en ellos se obtienen las proyecciones horizontales y verticales de un mismo objeto.

La intersección de dichos planos de proyección es una recta denominada línea de tierra (LT). Se representa por una línea continua con dos pequeños trazos paralelos en la parte inferior y en los extremos.

Al ser los planos de proyección ilimitados, el espacio queda dividido en cuatro diedros o cuadrantes, denominados primero, segundo, tercero y cuarto cuadrante.

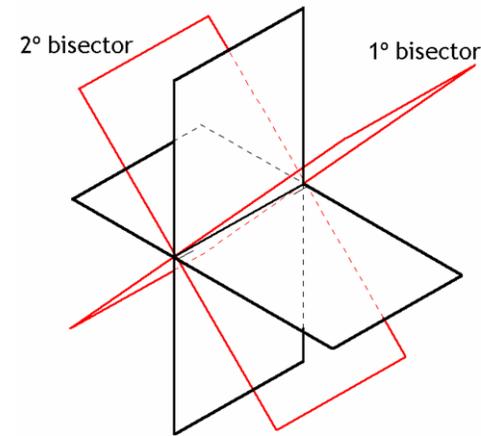
El observador siempre se ubica en el primer cuadrante, y como los planos de proyección son considerados opacos, por lo tanto son visibles sólo los objetos ubicados en el primer cuadrante, mientras que en el resto se los encuentran ocultos.

Para obtener las proyecciones horizontal (A_1) y vertical (A_2) de un objeto A en un solo plano, se abate uno de los planos de proyección sobre el otro, de manera que ambos se superpongan. Esta operación se realiza girando alrededor de la línea de tierra (LT) el plano horizontal (PH) hasta confundirlo con el vertical (PV). Este procedimiento se denomina depurado.

PLANOS BISECTORES.

Se denominan planos bisectores a los planos que dividen a cada cuadrante en dos partes iguales, denominados octantes.

Existen dos planos bisectores dado que los cuadrantes son opuestos con respecto a la línea de tierra. El primer plano bisector pasa por el primer y tercer cuadrante mientras que el segundo plano bisector pasa por el segundo y el cuarto cuadrante.



REPRESENTACION DEL PUNTO.

Un punto (A) del espacio se representa por sus dos proyecciones ortogonales (A₂, a) sobre los planos vertical y horizontal de proyección.

AL abatir el plano horizontal (PH), alrededor de la línea de tierra (LT), sobre el vertical (PV), la proyección horizontal A₁ se traslada con el plano, de manera que las dos proyecciones A₁ y A₂ quedarán situadas de forma alineadas sobre una línea perpendicular a la línea de tierra (LT)

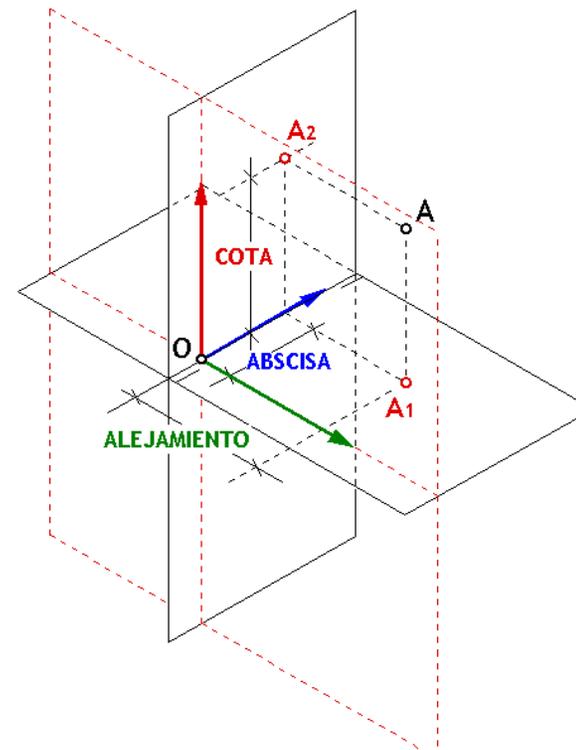
CONCEPTO DE ABCISIA, COTA Y ALEJAMIENTO.

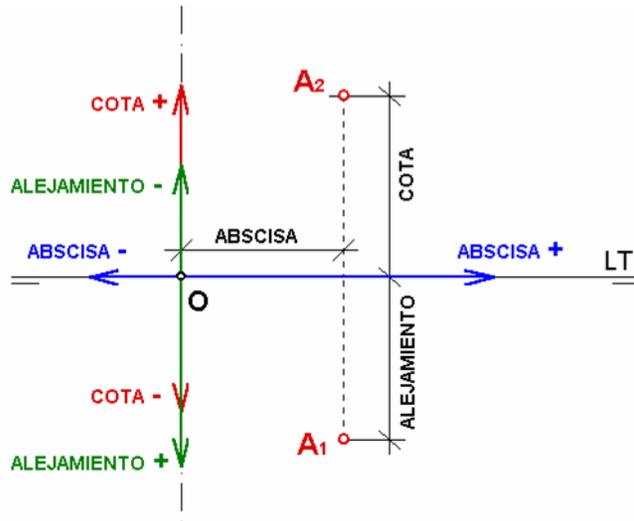
Para definir los conceptos de coordenadas del punto, se utiliza un plano auxiliar de perfil, es decir, un plano perpendicular tanto al plano vertical como al plano horizontal, que ayuda a definir lo siguiente:

La abscisa de un punto del espacio es la distancia entre el punto y el plano auxiliar de perfil.

La cota de un punto del espacio es la distancia entre el punto y el plano horizontal de proyección, que es lo mismo que la distancia que existe entre la proyección vertical del punto y la línea de tierra.

El alejamiento de un punto del espacio es la distancia entre el punto y el plano vertical de proyección, que es lo mismo





que la distancia entre la proyección horizontal del punto y la línea de tierra.

El punto puede ser representado por coordenadas:

A (abscisa, cota, alejamiento)

El origen de este sistema de coordenadas será el punto **O**, que es la intersección de los planos vertical, horizontal y el plano auxiliar.

El eje de las abscisas está determinado por la recta de intersección de los planos vertical y horizontal.

El eje de las cotas, por la recta de intersección de los planos vertical y de perfil.

El eje de los alejamientos, por la recta de intersección de los planos horizontal y de perfil.

El sentido positivo de los ejes está representado por las direcciones que marcan las flechas en el esquema anterior.

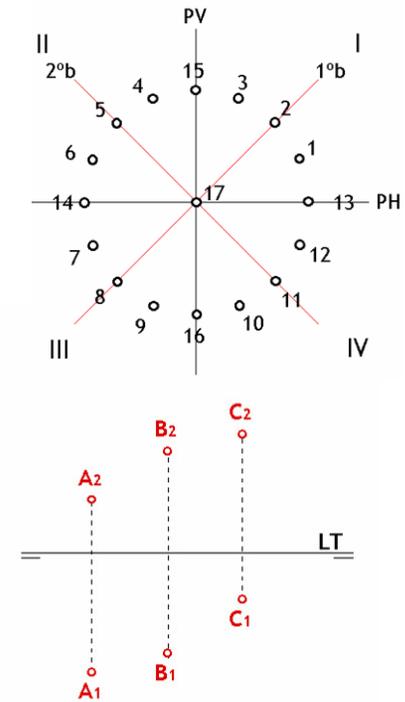
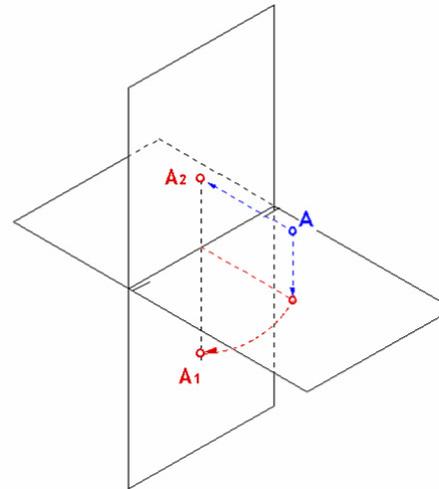
POSICIONES GENERALES DEL PUNTO

Las múltiples posiciones que un punto puede tener en el espacio con respecto a los planos de proyección se pueden reducirse a 17 posiciones generales.

PUNTOS CONTENIDOS EN EL PRIMER CUADRANTE:

Tendrá su proyección vertical sobre la línea de tierra, y su proyección horizontal bajo la línea de tierra. Es decir, tendrá cota y alejamiento positivo.

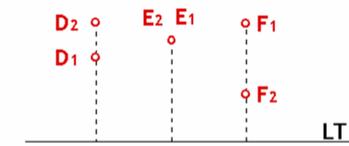
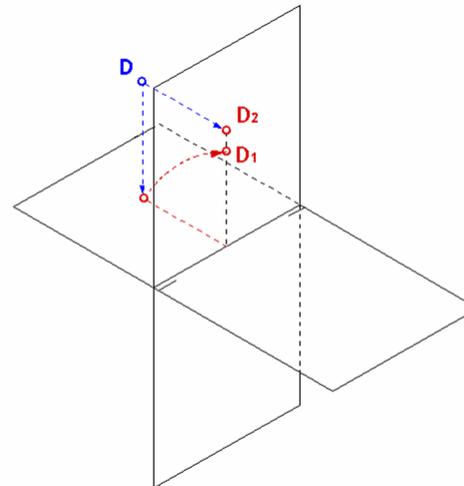
- 1) Punto A ubicado entre el plano horizontal y el primer bisector
Tendrá menor cota y mayor alejamiento.
- 2) Punto B ubicado en el primer bisector
Tendrá cota igual alejamiento.
- 3) Punto C ubicado entre el plano vertical y el primer bisector
Tendrá mayor cota y menor alejamiento.

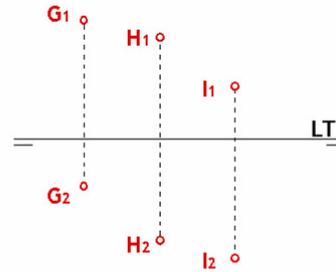
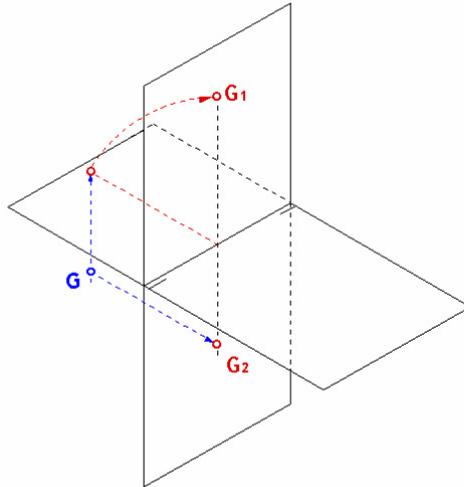


PUNTOS CONTENIDOS EN EL SEGUNDO CUADRANTE:

Las proyecciones, tanto la vertical como la horizontal se ubicarán sobre la línea de tierra, por lo tanto la cota es positiva mientras que el alejamiento es negativo.

- 4) Punto D ubicado entre el plano vertical y el segundo bisector
Tendrá mayor cota y menor alejamiento.
- 5) Punto E ubicado en el segundo bisector
Tendrá cota igual alejamiento.
- 6) Punto F ubicado entre el plano horizontal y el segundo bisector
Tendrá menor cota y mayor alejamiento.

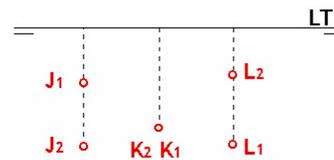
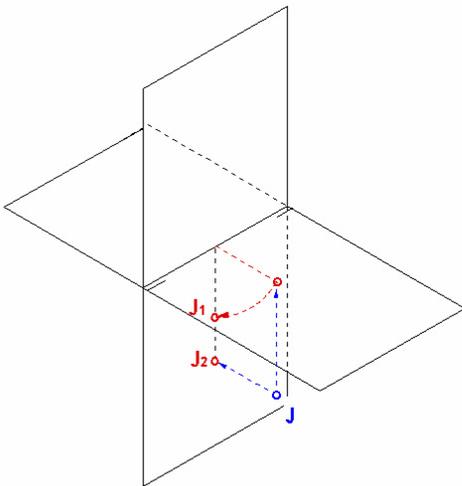




PUNTOS CONTENIDOS EN EL TERCER CUADRANTE:

Su proyección vertical estará bajo la línea de tierra, mientras que su proyección horizontal estará sobre la línea de tierra. Su cota y alejamiento son negativos

- 7) Punto G ubicado entre el plano horizontal y el primer bisector
Tendrá menor cota y mayor alejamiento.
- 8) Punto H ubicado en el primer bisector
Tendrá cota igual alejamiento.
- 9) Punto I ubicado entre el plano vertical y el primer bisector
Tendrá mayor cota y menor alejamiento.



PUNTOS CONTENIDOS EN EL CUARTO CUADRANTE:

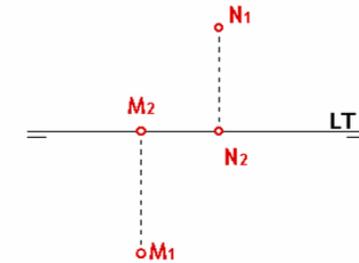
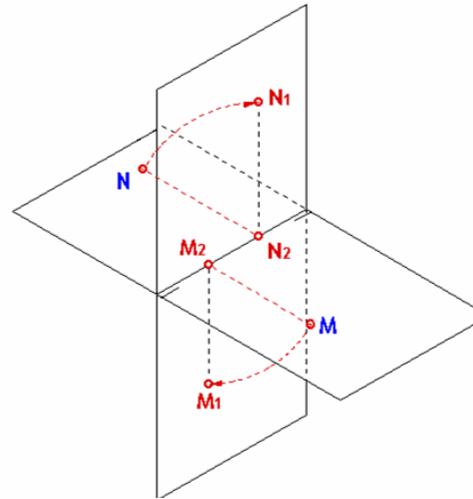
Las proyecciones, tanto la vertical como la horizontal se ubicarán bajo la línea de tierra. Tendrá cota negativo y alejamiento positivo.

- 10) Punto J ubicado entre el plano vertical y el segundo bisector
Tendrá mayor cota y menor alejamiento.
- 11) Punto K ubicado en el segundo bisector
Tendrá cota igual alejamiento.
- 12) Punto L ubicado entre el plano horizontal y el segundo bisector
Tendrá menor cota y mayor alejamiento.

PUNTOS CONTENIDOS EN EL PLANO HORIZONTAL DE PROYECCIÓN:

El punto coincide con su proyección horizontal, sin embargo, su proyección vertical estará confundida en la línea de tierra, es decir, tiene cota cero.

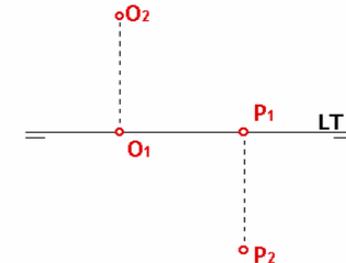
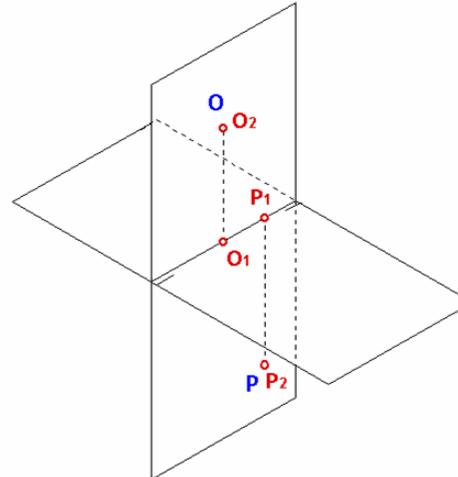
- 13) Punto **M** ubicado en el plano horizontal anterior.
Tendrá su proyección horizontal bajo la línea de tierra, porque su alejamiento es positivo.
- 14) Punto **N** ubicado en el plano horizontal posterior.
Tendrá su proyección horizontal sobre la línea de tierra, su alejamiento es negativo.



PUNTOS CONTENIDOS EN EL PLANO VERTICAL DE PROYECCIÓN:

El punto coincide con su proyección vertical, mientras que su proyección horizontal estará confundida en la línea de tierra, por lo tanto su alejamiento es nulo.

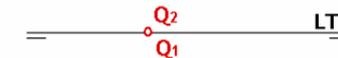
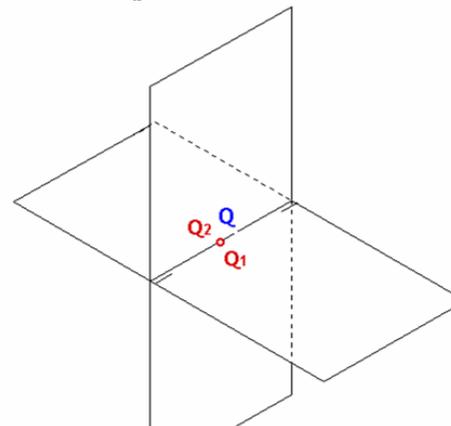
- 15) Punto **O** ubicado en el plano vertical superior.
Tendrá su proyección vertical sobre la línea de tierra, su cota es positiva.
- 16) Punto **P** ubicado en el plano vertical inferior.
Tendrá su proyección vertical bajo la línea de tierra, porque su cota es positiva.

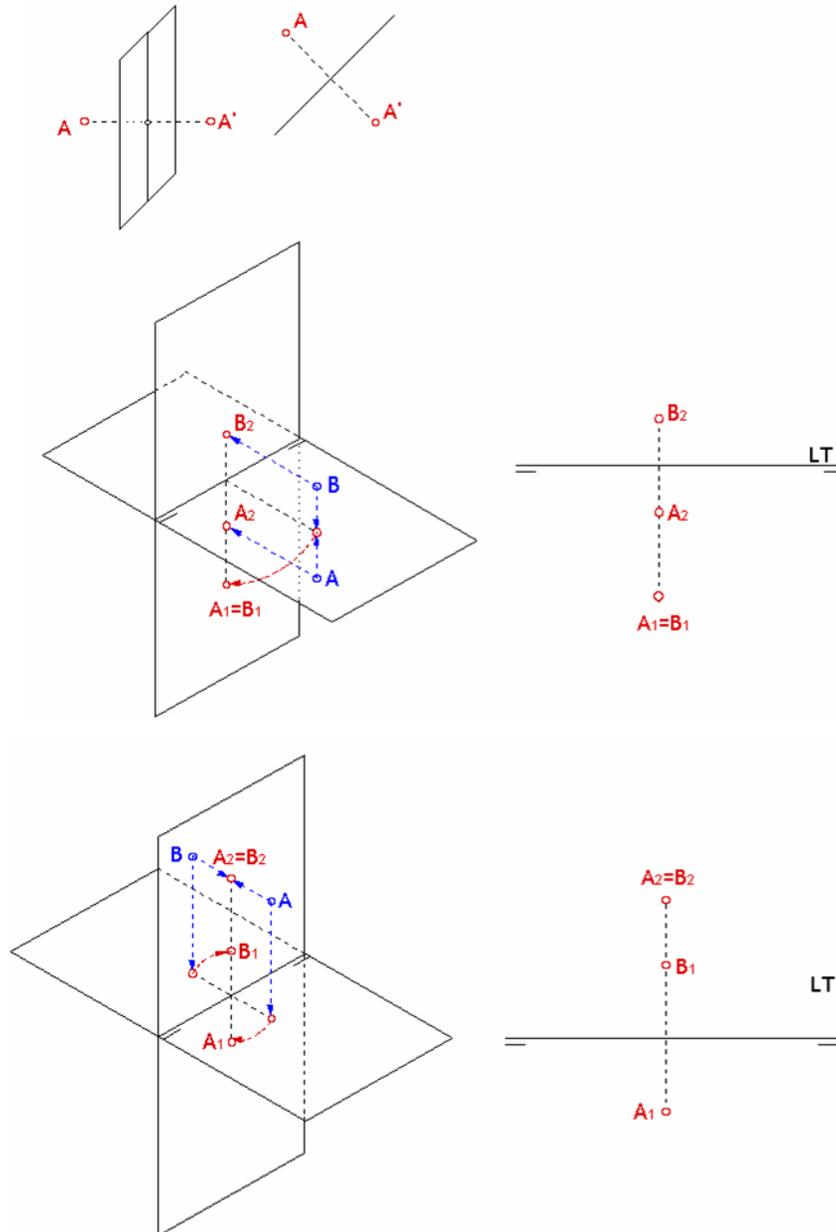


PUNTOS UBICADOS EN LA LÍNEA DE TIERRA:

- 17) Punto **Q** ubicado en la intersección de los planos de proyección.

Sus proyecciones, vertical y horizontal, estarán confundidas en un mismo punto en la línea de tierra.





PUNTOS SIMÉTRICOS

Puntos simétricos con respecto a una recta son aquellos puntos que están a distintos lados de ella, en la perpendicular a dicha recta y a la misma distancia de ella. La recta se denomina eje de simetría del trazo definido por dichos puntos simétricos.

Puntos simétricos con respecto a un plano son aquellos puntos que se encuentran a distintos lados de él, ubicados en la perpendicular a dicho plano y a igual distancia.

PUNTOS SIMÉTRICOS CON RESPECTO AL PLANO HORIZONTAL DE PROYECCIÓN

Dos puntos son simétricos con respecto al plano horizontal cuando ambos puntos poseen el mismo alejamiento, las cotas iguales pero de signos contrarios.

Las proyecciones horizontales de ambos puntos estarán confundidas mientras que las proyecciones verticales estarán a distintos lados de la línea de tierra pero a la misma distancia.

PUNTOS SIMÉTRICOS CON RESPECTO AL PLANO VERTICAL DE PROYECCIÓN

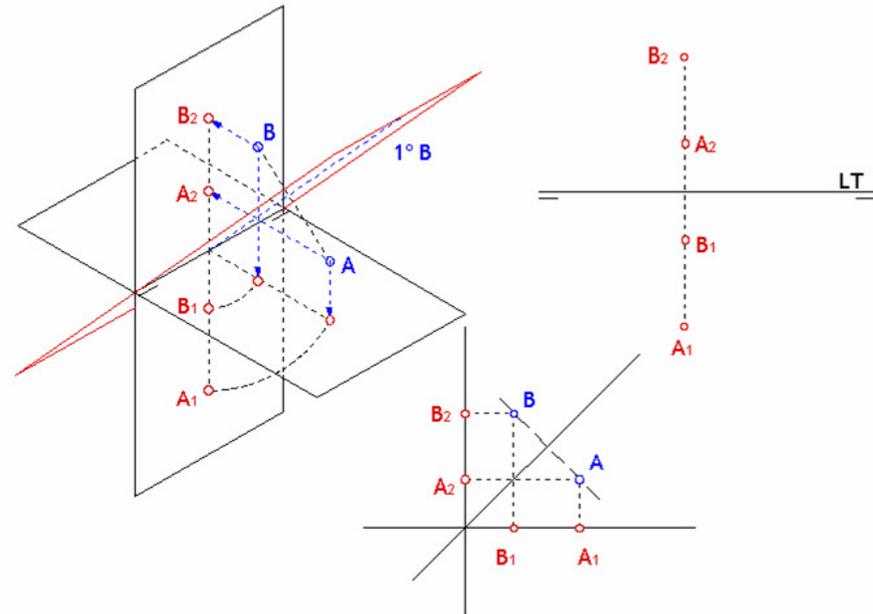
Dos puntos son simétricos con respecto al plano vertical cuando ambos puntos poseen la misma cota, pero los alejamientos iguales pero de signos contrarios.

Las proyecciones verticales de ambos puntos estarán confundidas mientras que las proyecciones horizontales estarán a distintos lados de la línea de tierra pero a la misma distancia.

PUNTOS SIMÉTRICOS CON RESPECTO AL PRIMER PLANO BISECTOR

Dos puntos son simétricos con respecto al primer bisector cuando uno de los puntos tiene su alejamiento igual que la cota del otro, y su cota igual al alejamiento del otro.

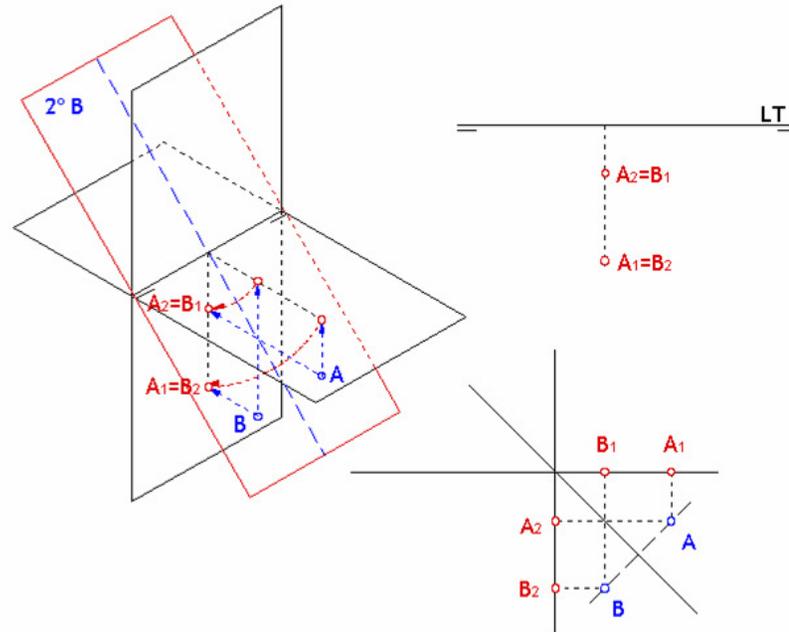
En depurado, las proyecciones no homónimas se encuentran a distintos lados de la línea de tierra y a la misma distancia.

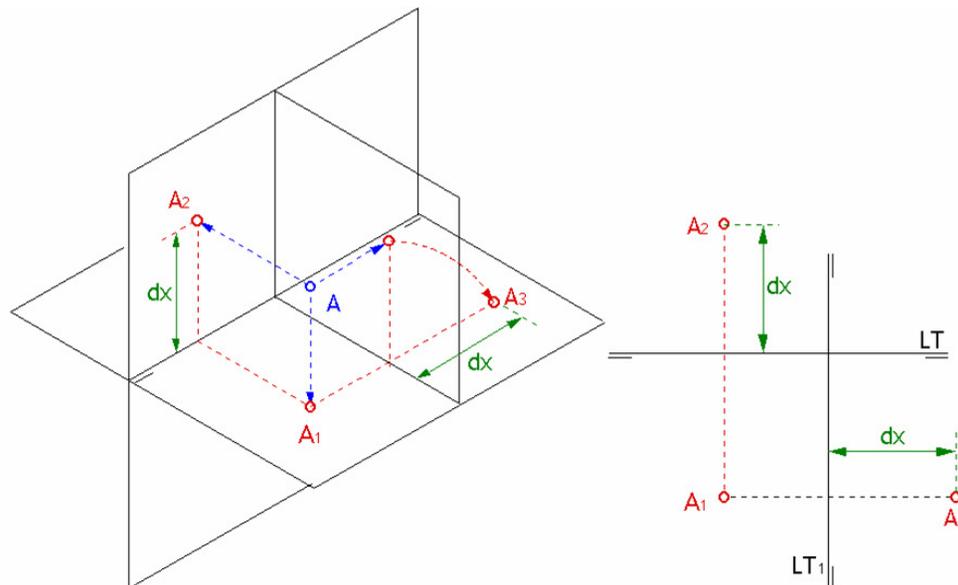
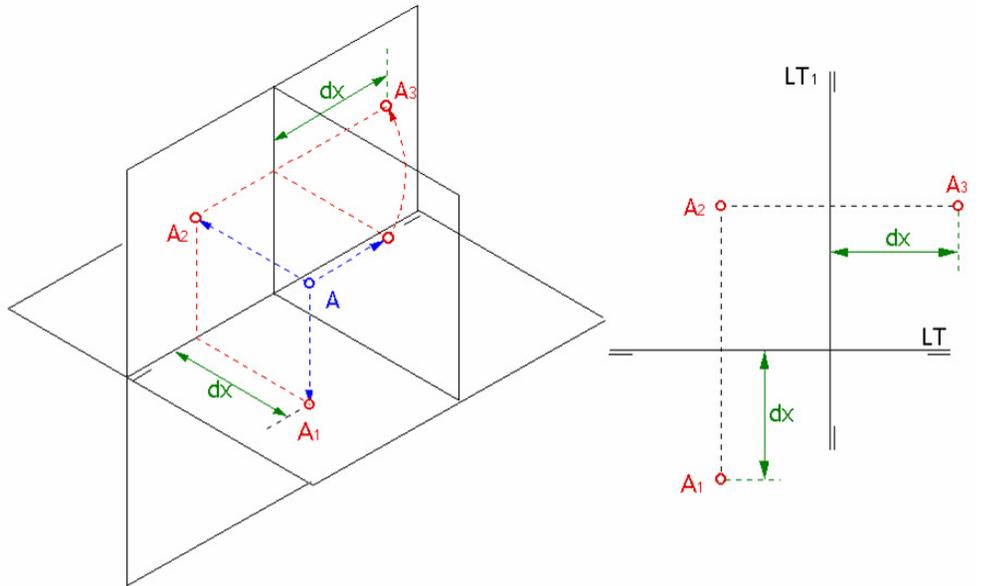


PUNTOS SIMÉTRICOS CON RESPECTO AL SEGUNDO PLANO BISECTOR

Dos puntos son simétricos con respecto al segundo bisector cuando uno de los puntos tiene el alejamiento igual que la cota del otro punto, y la cota igual al alejamiento del otro.

En depurado las proyecciones no homónimas estarán confundidas y a un mismo lado de la línea de tierra





PERFIL DE UN PUNTO.

Un punto A en el espacio tiene sus proyecciones: A_1 en el plano horizontal y A_2 en el plano vertical.

Con la ayuda de un tercer plano de proyección, perpendicular a los dos anteriores, conocido como plano de perfil, se puede determinar en él una tercera proyección del punto A .

Entonces proyectando perpendicularmente el punto A hacia el plano de perfil se tiene la proyección A_3 del punto.

Si se abate el plano de perfil sobre el plano vertical, girando el plano en torno a la recta de intersección del plano de perfil y el plano vertical de proyección, llamada LT_1 . La distancia de la proyección A_3 con respecto a LT_1 , es la misma que la distancia de la proyección A_1 con respecto a LT , es decir, el alejamiento.

Del mismo modo, también se puede abatir el plano de perfil sobre el plano horizontal de proyección, girando el plano en torno a la recta de intersección del plano de perfil y el plano horizontal. La distancia de la proyección A_3 con respecto a LT_1 , es la misma que la distancia de la proyección A_2 con respecto a LT , es decir, la cota.

GUIA DE EJERCICIOS

1.- Grafique en depurado los siguientes puntos e identifique su posición en el espacio:

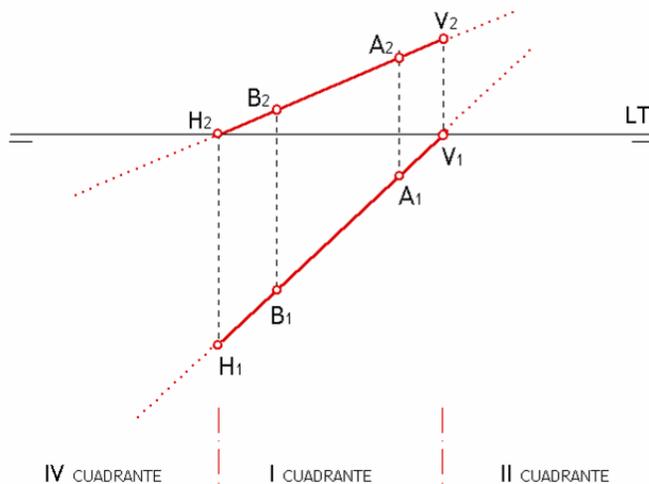
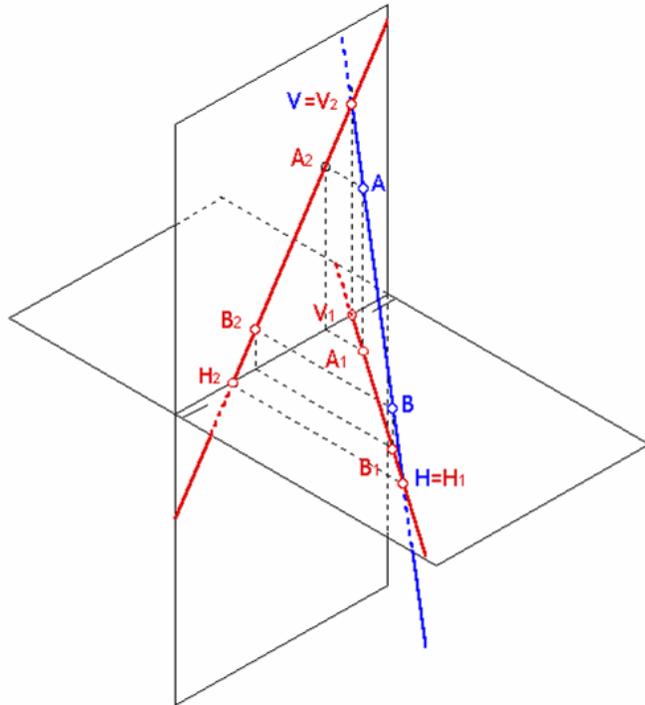
A (3, 2, 6) B (-3, 0, 3) C (0, -4, 2)

D (-3, -5, 0) E (3, 4, 4) F (-4, 3, -3)

G (-2, 0, 0) H (2,-2,-2) I (-1, 1, 5)

Las coordenadas dadas son abscisa, cota y alejamiento.

2. Dado un punto X (2, 4, -6); determine el o los puntos de impacto sobre los planos bisectores si el punto se desplaza en dirección perpendicular al plano vertical de proyección.
3. Dada un punto Y (-2, 3, 6); determine el o los puntos de impacto sobre los planos de proyección y en los bisectores si el punto se deja caer verticalmente.
4. Determine las proyecciones y posición de los impactos que tendría un punto A (6, 7, -3) que rota en torno a LT. Dibuje la solución en depurado
5. Dado un punto A (5, 2, 1), determine las proyecciones de otro punto del mismo cuadrante e igual cota que el punto A cuyo alejamiento sea 3 y dista 4 cm del punto A.
6. Dada un punto X de cota 3 se pide determinar sus proyecciones, si el punto dista 6 cm de la línea de tierra. Indique su posición en el espacio.
7. Dado un punto X (2,-4, 3); determine la posición de los puntos simétricos que tendría el punto dado, con respecto a los planos de proyección.
8. Determine la posición de los puntos simétricos que tendría un punto R ubicado en el tercer diedro, en relación a los planos bisectores.



REPRESENTACIÓN DE LA RECTA

Una recta del espacio está definida por dos puntos, por lo tanto bastará conocer las proyecciones de dos puntos cualesquiera de ella, **A** y **B**. Bastará unir las proyecciones homónimas, es decir A_1 con B_1 , y A_2 con B_2 , se obtienen las representaciones horizontal y vertical de la recta **AB** sobre los planos de proyección.

Entonces una recta queda definida por dos de sus puntos, recta **AB** ($A_2B_2-A_1B_1$).

Puntos pertenecientes a una recta. Por lógica, si un punto **X** pertenece a una recta su proyección horizontal X_1 debe estar contenida en la proyección horizontal (A_1B_1) de la recta y del mismo modo su proyección vertical X_2 debe estar en la proyección vertical (A_2B_2) de la misma.

PUNTOS NOTABLES: TRAZAS DE UNA RECTA.

PUNTO TRAZA CON LOS PLANOS DE PROYECCIÓN

Las trazas de una recta son los puntos de intersección con los planos de proyección y con los bisectores, a estos puntos se les denominan trazas de la recta.

La intersección de una recta con el plano horizontal se llama traza horizontal **H** (H_2 , H_1) y la intersección con el plano vertical se llama traza vertical **V** (V_2 , V_1). Estos puntos además de formar parte de la recta, están contenidos en los planos de proyección.

Entonces, el punto **H** (H_2 , H_1) contenido en el plano horizontal tendrá cota cero; mientras que el punto **V** (V_2 , V_1) contenido en el plano vertical tendrá alejamiento nulo.

Los puntos trazas, vertical y horizontal, permite reconocer el recorrido de la recta, ya que estos puntos nos indican cuando la recta atraviesa los planos de proyección y el paso de un cuadrante al otro.

Dada las proyecciones de una recta A_1B_1 y A_2B_2 , se puede determinar las trazas de ésta. Prolongando la proyección

horizontal A_1B_1 hasta que ésta corte a la línea de tierra y por ese punto se traza una perpendicular a la LT cuya intersección con la proyección homóloga A_2B_2 de la recta se obtiene la traza vertical de la recta (V). Procediendo de la misma manera con la otra proyección $a'b'$ se obtiene la traza horizontal (H).

PUNTO TRAZA CON LOS PLANOS BISECTORES

La traza con los planos bisectores son puntos que pertenece a los planos bisectores por lo tanto tienen igual alejamiento que cota.

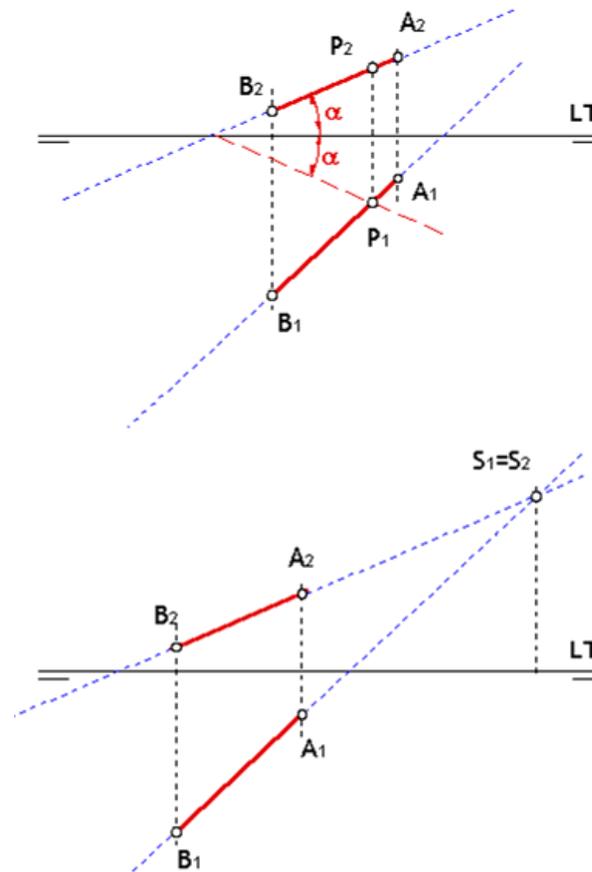
La traza con los planos bisectores son puntos que ha de tener sus proyecciones formando parte de la recta y situarse equidistantes de la línea de tierra.

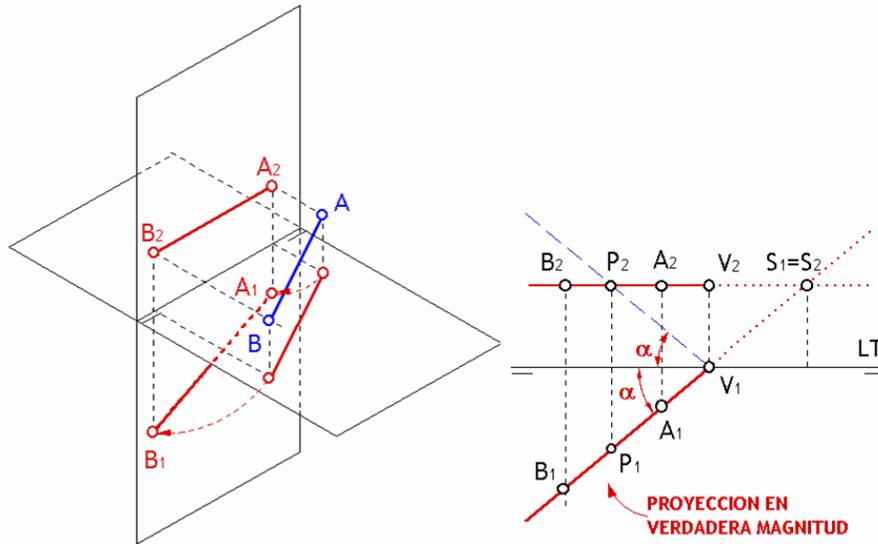
Para determinar la traza de una recta AB con el primer bisector, se traza una recta simétrica a una de las proyecciones de la recta con respecto a la línea de tierra, y cuando la recta simétrica corta a la otra proyección de la recta, se encontrará una de las proyecciones del punto traza con el plano bisector.

En el ejemplo se reflejó la proyección A_2B_2 de la recta dada, con respecto a la línea de tierra, cuya intersección con la otra proyección A_1B_1 nos define una de las proyecciones del punto traza (P_1) con el primer bisector. Y trazando por ese punto una perpendicular a la línea de tierra, se obtiene su homólogo (P_2) en la proyección A_2B_2 de la recta dada.

La traza con el segundo bisector es un punto que además de formar parte de la recta, sus proyecciones ha de estar confundidas.

Para determinar la traza de la recta AB con el segundo bisector, basta determinar la intersección de sus dos proyecciones S (S_2, S_1).





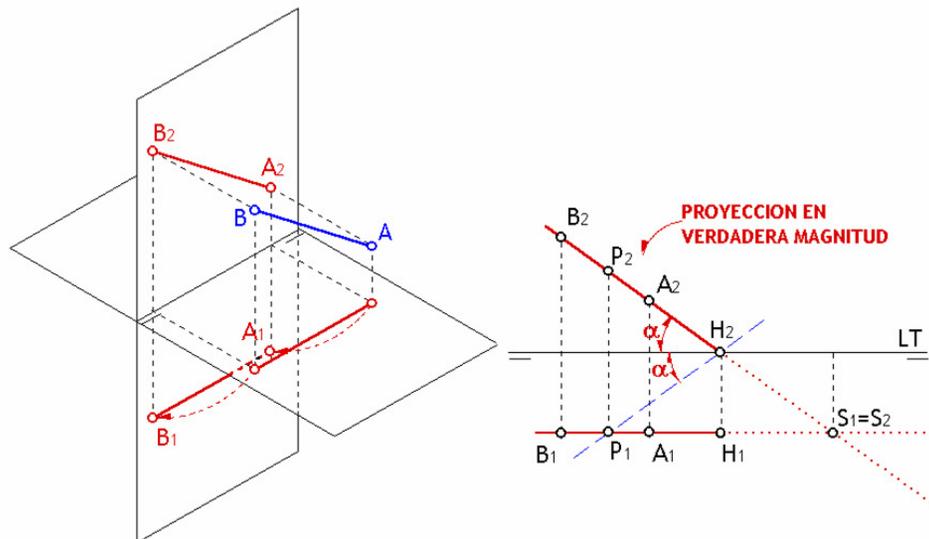
TIPOS DE RECTA

RECTA HORIZONTAL

Es una recta paralela al plano horizontal y oblicua al plano vertical de proyección.

Tiene cota constante en todo su recorrido por lo que su proyección vertical es una recta paralela a la línea de tierra. Sin embargo, su proyección horizontal se encuentra en verdadera magnitud.

Por ser paralela al plano horizontal recorre dos cuadrantes (I-II ó III-IV) y tiene como traza horizontal un punto impropio.



RECTA FRONTAL

Es una recta paralela al plano vertical y oblicua al plano horizontal de proyección.

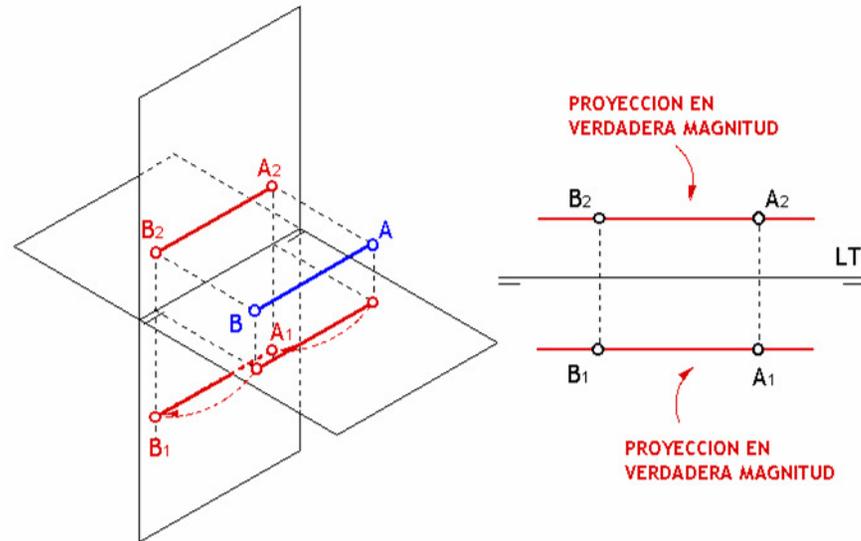
Tiene alejamiento constante en todo su recorrido, de ahí que su proyección horizontal es una recta paralela a la línea de tierra. Mientras que su proyección vertical se encuentra en verdadera magnitud.

Por ser paralela al plano vertical recorre dos cuadrantes (I-IV ó II-III) y tiene como traza vertical un punto impropio.

RECTA PARALELA A LA LINEA DE TIERRA

Es una recta que es paralela a los dos planos de proyección simultáneamente. Por lo tanto, tiene cota y alejamiento constante. Sus proyecciones tanto vertical como horizontal son rectas paralelas a la línea de tierra y ambas proyecciones se encuentran en verdadera magnitud.

Tanto su traza vertical como horizontal son puntos impropios, puesto que no intercepta con ninguno de los planos de proyección, entonces en todo su recorrido siempre permanece en el mismo cuadrante.

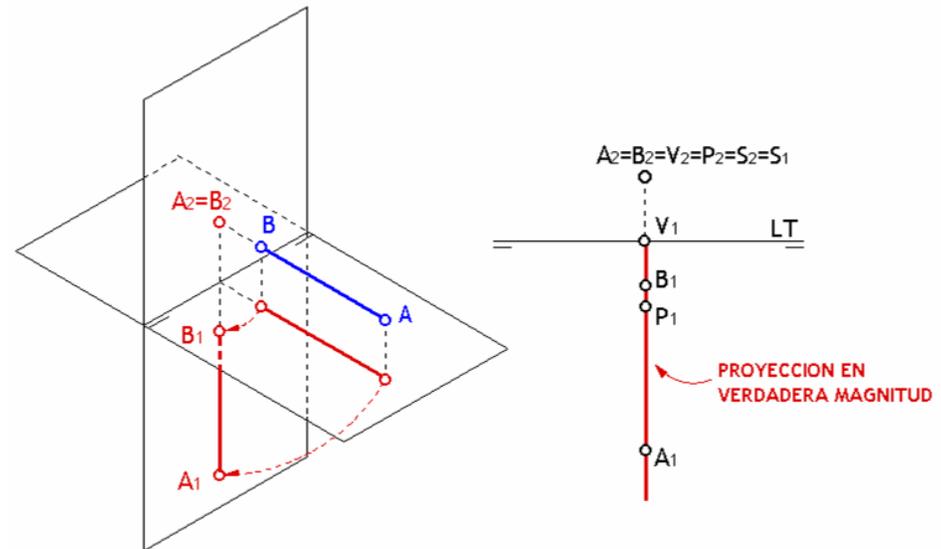


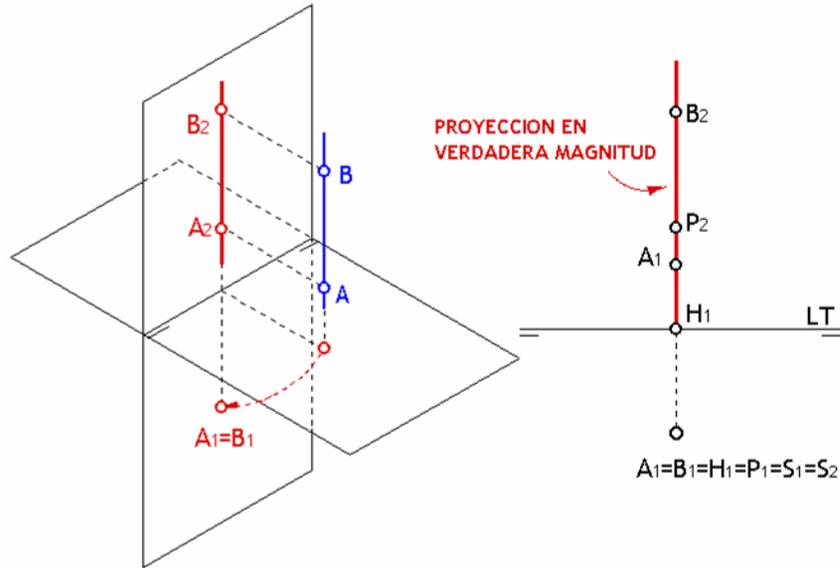
RECTA DE FUGA

Es una recta paralela al plano horizontal de proyección, y perpendicular al plano vertical de proyección. Tiene abscisa y cota constante.

Su proyección horizontal se encuentra en verdadera magnitud y se proyecta como una recta perpendicular a la línea de tierra. En cambio, su proyección vertical es un punto.

La recta por ser paralela al plano horizontal tiene como traza horizontal un punto impropio, y en su recorrido pasará por dos cuadrantes: I-II ó III-IV.



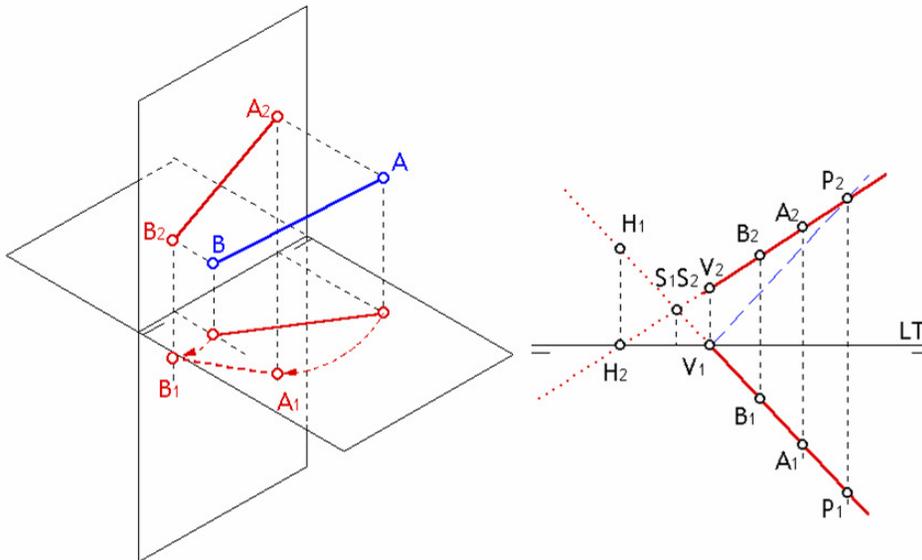


RECTA VERTICAL

Es una recta paralela al plano vertical de proyección y perpendicular al plano horizontal. Tiene abscisa y alejamiento constante.

Su proyección vertical es una recta perpendicular a la línea de tierra y se encuentra en verdadera magnitud. Sin embargo, su proyección horizontal queda confundida en un solo punto.

La recta por ser paralela al plano vertical tiene como traza vertical un punto impropio, y en su recorrido pasará por dos cuadrantes: I-IV ó II-III.



RECTA GENERICA U OBLICUA A LOS PLANOS DE PROYECCION

Es una recta que es oblicua a ambos planos de proyección, es decir, forma un ángulo cualquiera tanto con el plano vertical como el plano horizontal.

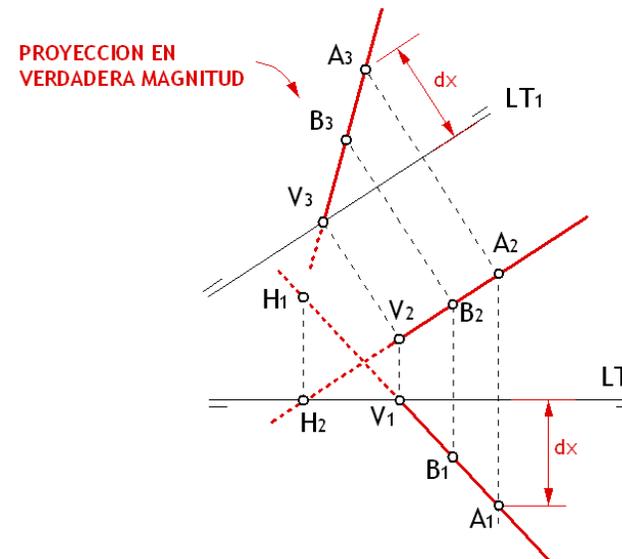
Sus proyecciones también son oblicuas con respecto a la línea de tierra.

Esta recta por su inclinación, por lo general, recorre tres cuadrantes, a excepción de la recta oblicua que pasa por la línea de tierra, que recorre dos cuadrantes.

Como la recta es oblicua a los planos de proyección, sus proyecciones se encuentran deformadas. Para definir la verdadera magnitud de esta recta, se debe realizar un procedimiento auxiliar. Sin embargo, existen varios métodos para resolver el problema, en este apunte se aplicará el método de cambio de plano de proyección.

El método consiste en colocar un plano auxiliar de proyección que sea paralelo a la recta oblicua, se proyecta la recta sobre este nuevo plano y luego se abate sobre uno de los planos de proyección.

Desarrollando el procedimiento en depurado se traduce en: trazar una nueva línea de tierra (LT_1) paralela a una de las proyecciones, en el ejemplo a la proyección vertical (A_2B_2), y luego se proyecta en dirección perpendicular a LT_1 , una nueva proyección de la recta utilizando las medidas de los alejamientos, obteniendo de esta manera la verdadera magnitud de la recta en la proyección (A_3B_3).



RECTA DE PERFIL

Es una recta que está contenida en un plano de perfil.

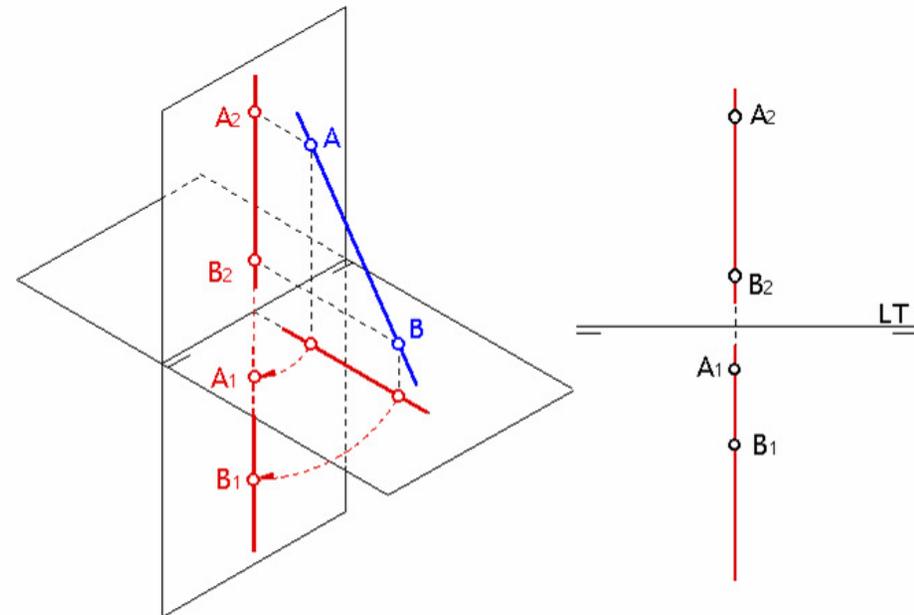
Su representación en depurado queda indefinida, porque sus proyecciones tanto horizontal como vertical están confundidas en una recta perpendicular a la línea de tierra.

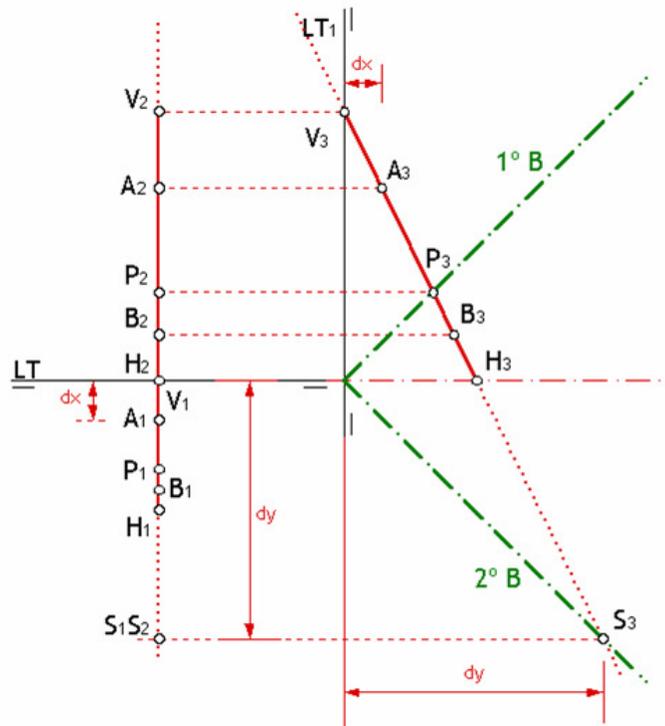
Para definir la recta, en depurado, es necesario generar una nueva proyección de la recta de perfil que se encuentre en verdadera magnitud.

Para ello se proyecta la recta dada sobre un plano paralelo a una de las proyecciones de la recta del mismo modo que la recta genérica.

En el ejemplo, se trazó un eje LT_1 paralelo a la proyección vertical y con la distancia de los alejamientos se obtiene la proyección A_3B_3 de la recta que se encontrará en verdadera magnitud. En dicha proyección se podrá definir los puntos trazas de la recta.

Extendiendo la proyección A_3B_3 hasta cortar a los ejes LT y LT_1 se obtienen las proyecciones 3 de las trazas horizontal (H_3) y vertical (V_3), ya que estos ejes son las rectas de





intersección del plano auxiliar de proyección con los planos de proyección.

Proyectando desde los puntos H_3 y V_3 hacia LT_1 se obtiene las proyecciones H_2 y V_2 , y tomando las distancias LT_1H_3 y LT_1V_3 se obtienen las proyecciones H_1 y V_1 .

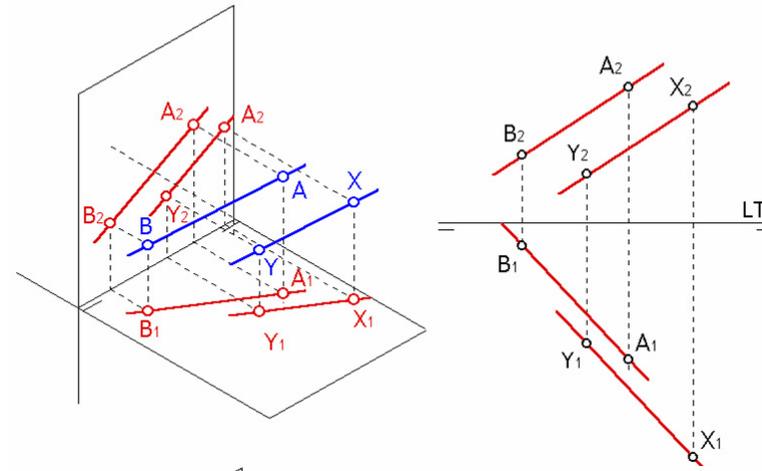
Para encontrar las trazas con los planos bisectores, se trazan los planos bisectores confundidos en líneas que forman 45° con los ejes LT y LT_1 , que cortarán a la proyección A_3B_3 en los puntos trazas P_3 y S_3 .

Proyectando desde los puntos P_3 y S_3 hacia LT_1 se obtiene las proyecciones P_2 y S_2 , y tomando las distancias LT_1P_3 y LT_1S_3 se obtienen las proyecciones P_1 y S_1 .

POSICIONES RELATIVAS ENTRE DOS RECTAS.

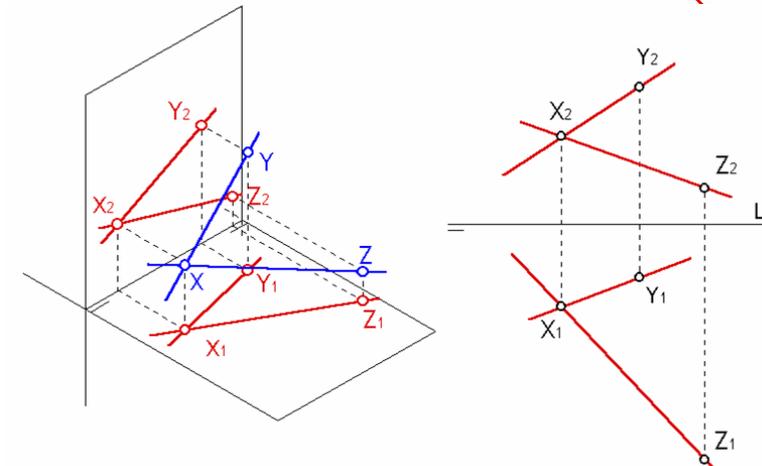
RECTAS PARALELAS.

Dos rectas paralelas tienen sus proyecciones homónimas paralelas, dado que sus planos proyectantes son paralelos entre sí, y sus intersecciones con los planos de proyección son también paralelas.



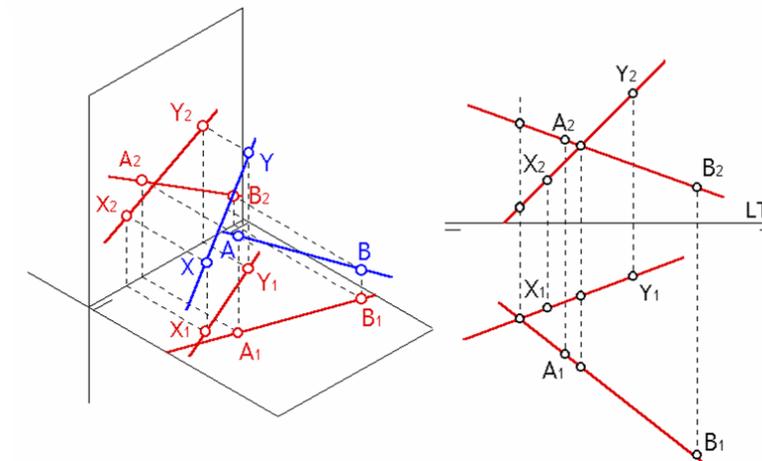
RECTAS QUE SE CORTAN.

Dos rectas que se cortan en el espacio tienen un punto en común y en depurado se observa que el punto (X) de intersección es común a ambas rectas en todas las proyecciones.



RECTAS QUE SE CRUZAN.

Son rectas que no están contenidas en un mismo plano, que no tienen ningún punto en común y que tampoco son paralelas entre sí.



GUIA DE EJERCICIOS

1. Grafique en depurado los siguientes puntos:

A (-2, 6, 2) **B** (3, -4, -3) **C** (2, 2, 2)

- Identifique la posición de cada uno de los puntos.
- Determine la recta que define los puntos **A** y **B**, identificando las trazas vertical y horizontal, además, defina su recorrido y visibilidad.
- Determine si el punto **C** (C_2 , C_1) pertenece o no a la recta que define los puntos **A** y **B**. Justifique.

2. Dado los siguientes puntos

M (1, 3, 2) **N** (-7, 8, 2)

- Identifique los cuadrantes donde se encuentran cada uno de los puntos.
- Determine la recta que define los puntos **M** y **N**, identificando las trazas con los bisectores, su recorrido y visibilidad.

3. Dado los siguientes puntos

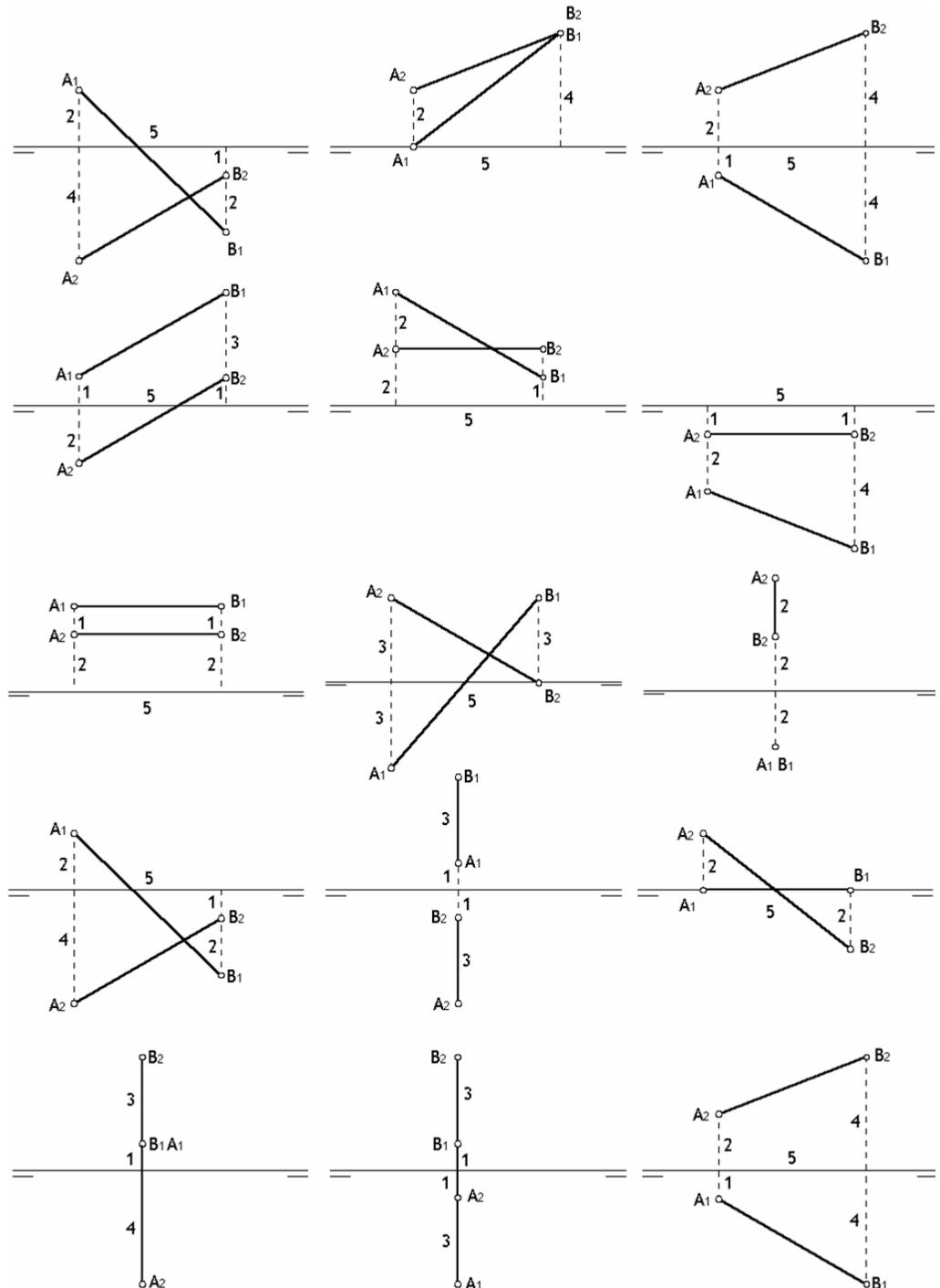
O (4, 2, 4) **P** (-3, -6, -2)

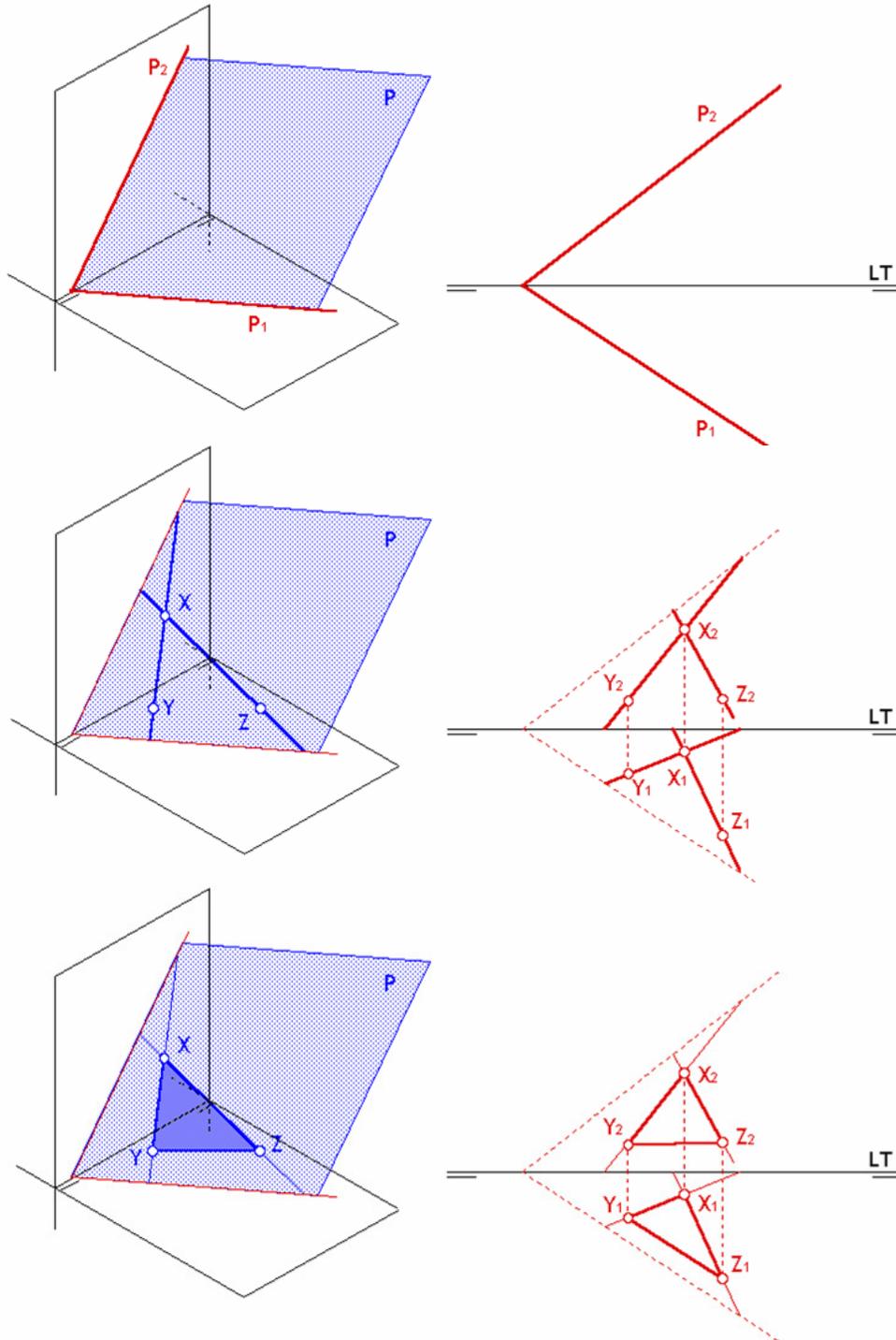
- Identifique los cuadrantes donde se encuentran cada uno de los puntos.
- Determine la recta que define los puntos **O** y **P**, identificando las trazas vertical y horizontal, además, defina su recorrido y visibilidad.

4. Determine una recta que contiene al punto **C** (3,-2, 1), sabiendo que la recta pasa por los cuadrantes tercero, cuarto y primero. Defina sus trazas con los bisectores y defina sus partes vistas y ocultas.

5. Grafique en depurado una recta genérica de recorrido II-I-IV que contiene un punto **P** que pertenece al primer cuadrante y determine sus puntos notables, recorrido y visibilidad.

6. Defina el recorrido de una recta horizontal que pasa por un punto X (0, 2, 3) sabiendo que ésta forma un ángulo de 45° con el plano vertical de proyección, indicando sus trazas con los bisectores y visibilidad. Ubique en la recta un punto A de alejamiento -4
7. Grafique una recta de fuga que contiene un punto R (R₂,R₁) que pertenece al primer bisector y al tercer cuadrante sabiendo que el punto R tiene cota -2 y determine su recorrido, trazas con los bisectores y visibilidad.
8. Defina el recorrido de una recta frontal que pasa por un punto M (-2, 1, 3) si esta forma un ángulo de 60° con el plano horizontal de proyección, indicando sus trazas con los bisectores y visibilidad.
9. Dado un punto S (-2,-3, 4) se pide determinar una recta vertical que contiene al punto S, Determine sus puntos notables, recorrido y visibilidad.
10. Dado los puntos M (-2,-1, 1) y N (3,-1, 4) Grafique en depurado la recta MN y determine los puntos notables, recorrido y visibilidad. Ubique en la recta un punto A de alejamiento -3.
11. Determine las proyecciones una recta oblicua que contiene al punto X(-2,-2,-4), sabiendo que la recta pasa por los cuadrantes segundo, tercero y cuarto. Defina sus trazas con los bisectores y su visibilidad. Ubique en la recta un punto A de cota 3.
12. Determine las proyecciones una recta de perfil que contiene al punto A (1, 3,-2), sabiendo que la recta forma 45° con el plano horizontal de proyección. Defina sus puntos trazas, recorrido y su visibilidad. Ubique en la recta un punto A de cota 3.
13. Dada las siguientes rectas, en depurado, se pide definir el tipo de recta, sus puntos trazas, recorrido y visibilidad.





EL PLANO.

Un plano queda determinado por tres puntos no alineados, por una recta y un punto exterior a ella, por dos rectas que se cortan y por dos rectas paralelas.

El plano se puede representar por sus trazas vertical y horizontal $P(P_2, P_1)$, es decir, por las rectas de intersección con los planos vertical y horizontal de proyección. También puede representarse con las proyecciones de los elementos contenidos en el plano, como ejemplo: dos rectas **AB** y **AC**, una figura **ABC**, etc.

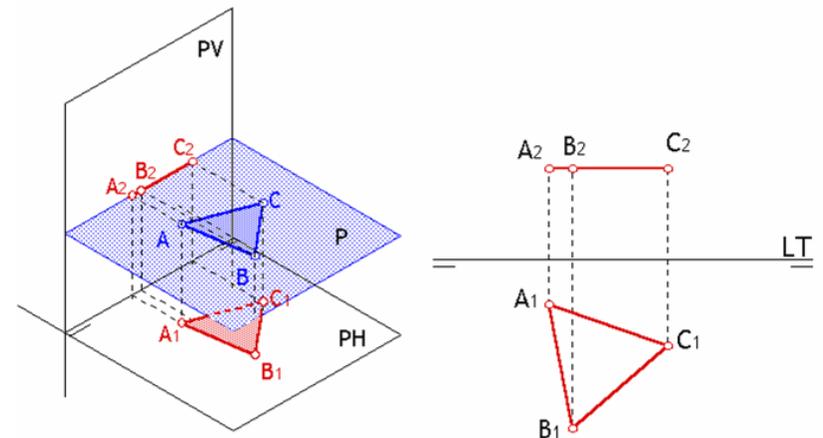
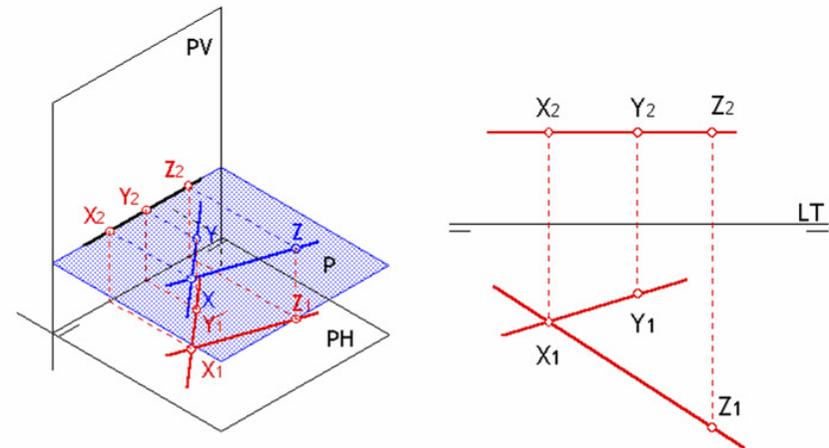
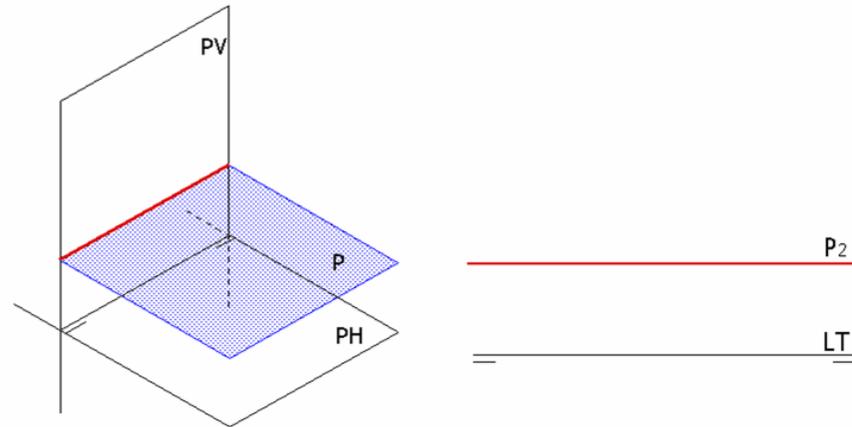
TIPOS DE PLANO

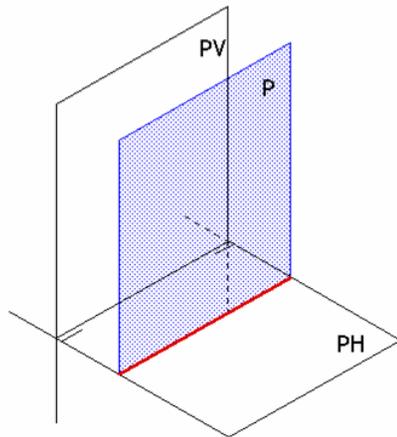
PLANO HORIZONTAL

Es un plano paralelo al plano horizontal de proyección y perpendicular al plano vertical de proyección, por lo tanto, tiene su traza vertical paralela a la línea de tierra y carece de traza horizontal.

Todos los elementos contenidos en el plano se proyectan en verdadera magnitud en el plano horizontal de proyección mientras que en el plano vertical se confunden en una recta paralela a LT.

De esta forma, si un triángulo **ABC** está contenido en un plano **P** horizontal, su proyección horizontal es exactamente igual al triángulo **ABC**, sin embargo, su proyección vertical estará confundida en la traza vertical del plano.



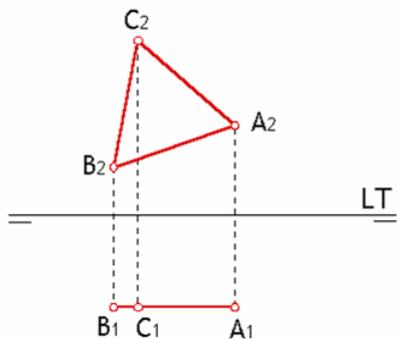
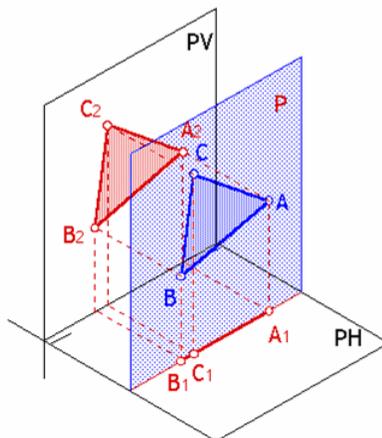
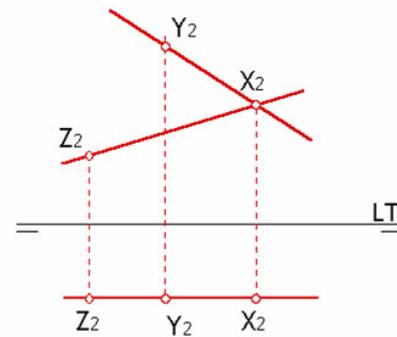
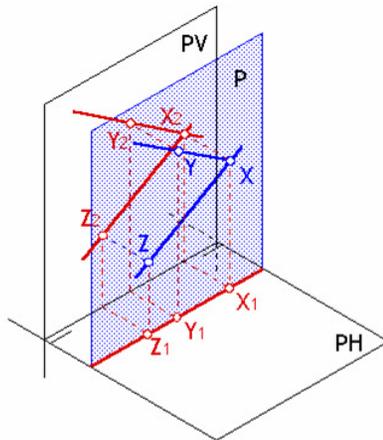


PLANO FRONTAL.

Es un plano paralelo al plano vertical de proyección y perpendicular al plano horizontal de proyección, por lo tanto, tiene su traza horizontal paralela a la línea de tierra y carece de traza vertical.

Todos los elementos contenidos en el plano se proyectan en verdadera magnitud en el plano vertical de proyección mientras que en el plano horizontal se confunden en una recta paralela a LT.

De esta forma, si un triángulo ABC está contenido en un plano P frontal, su proyección vertical es exactamente igual al triángulo ABC, sin embargo, su proyección horizontal estará confundida en la traza horizontal del plano.



PLANO DE FUGA.

Es un plano perpendicular al plano vertical de proyección y forma un ángulo cualquiera con el plano horizontal de proyección, y se caracteriza por tener su traza horizontal perpendicular a la línea de tierra, mientras que su traza vertical puede situarse en cualquier posición.

Todos los elementos contenidos en el plano se proyectan con las magnitudes deformadas en el plano horizontal mientras que en el plano vertical se confunden en la una recta oblicua con respecto a LT.

De esta forma, si un triángulo **ABC** está contenido en un plano **P** de fuga, su proyección horizontal es un triángulo **ABC** deformado, y su proyección vertical estará confundida en la traza vertical del plano.

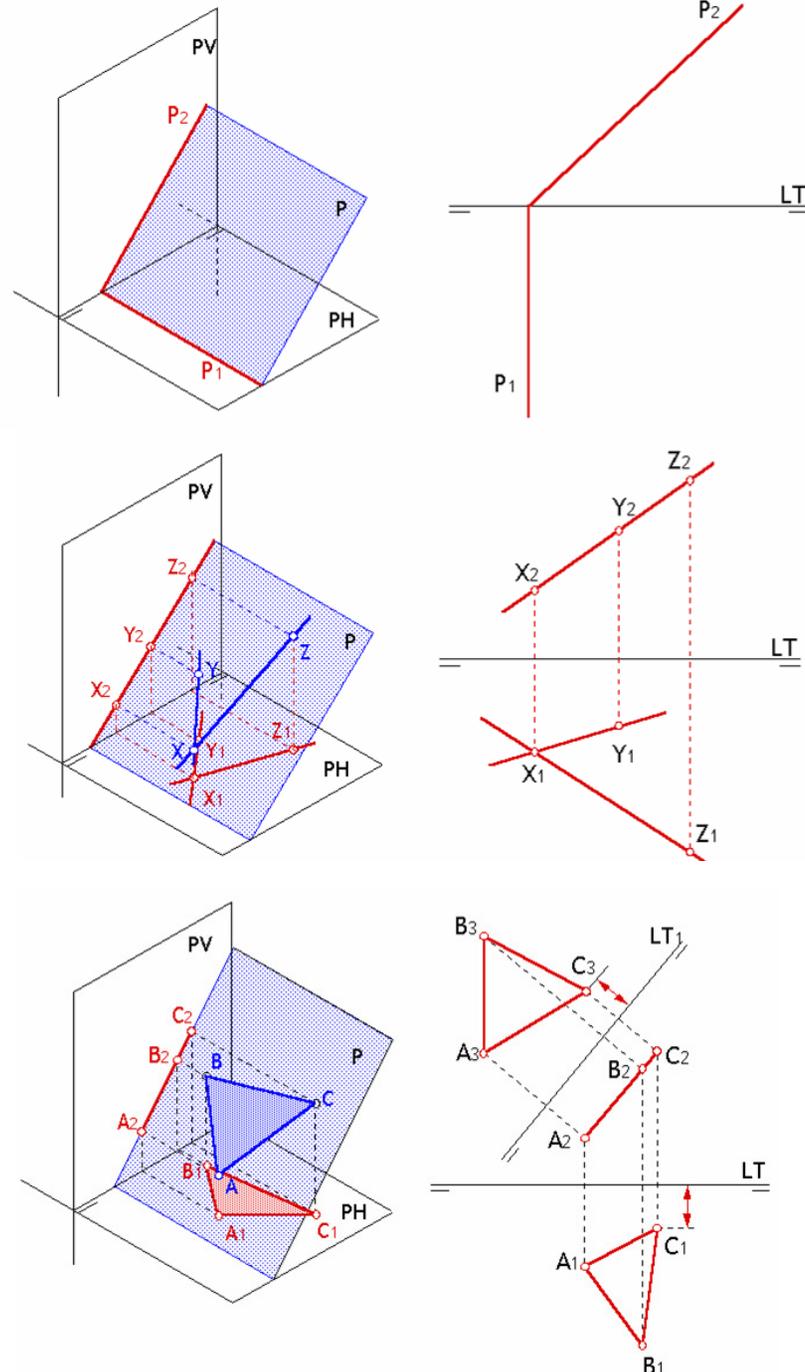
Para definir la verdadera magnitud de cualquier elemento contenido en el plano de fuga, es necesario recurrir a una proyección auxiliar. Se debe transformar el plano proyectante a un plano paralelo (horizontal), en que éste último se encontrará en verdadera magnitud.

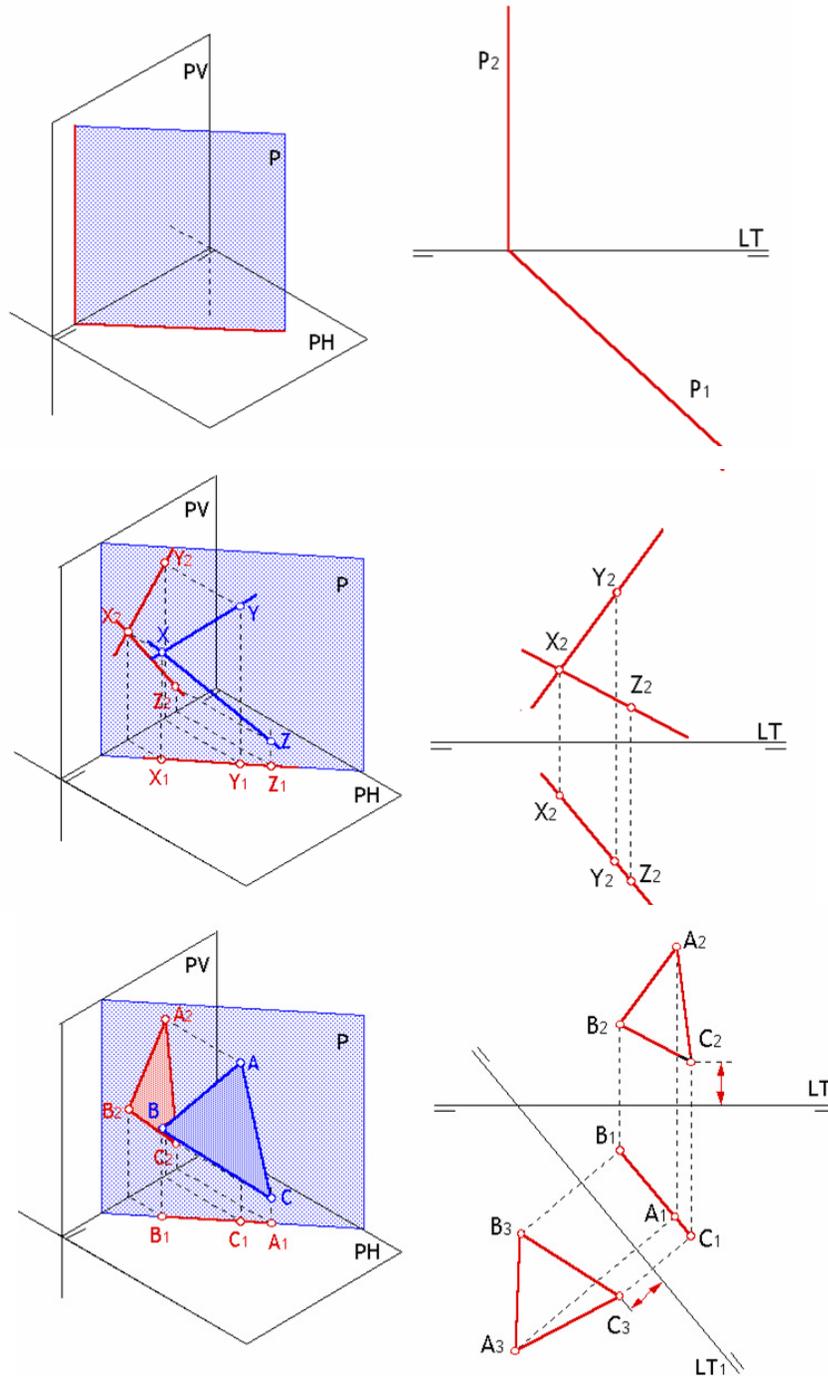
El procedimiento consiste en trazar un eje LT_1 paralelo a la proyección vertical $A_2B_2C_2$ del elemento y luego proyectarlo en dirección perpendicular al eje tomando las distancias de alejamiento de todos los puntos del elemento

$$A_1LT = A_3LT_1$$

$$B_1LT = B_3LT_1$$

$$C_1LT = C_3LT_1$$





PLANO VERTICAL.

Es un plano perpendicular al plano horizontal de proyección y forma un ángulo cualquiera con el plano vertical de proyección, y se caracteriza por tener su traza vertical perpendicular a la línea de tierra, mientras que su traza horizontal puede situarse en cualquier posición.

Todos los elementos contenidos en el plano se proyectan con las magnitudes deformadas en el plano vertical mientras que en el plano horizontal se confunden en una recta oblicua con respecto a LT.

De esta forma, si un triángulo ABC está contenido en un plano P vertical, su proyección vertical es un triángulo ABC deformado, y su proyección horizontal estará confundida en la traza vertical del plano.

Para definir la verdadera magnitud de cualquier elemento contenido en el plano vertical, es necesario recurrir a una proyección auxiliar. Se debe transformar el plano proyectante a un plano paralelo (frontal), en que éste último se encontrará en verdadera magnitud.

El procedimiento consiste en trazar un eje LT₁ paralelo a la proyección horizontal A₁B₁C₁ del elemento y luego proyectarlo en dirección perpendicular al eje tomando las distancias de cota de todos los puntos del elemento.

$$A_2LT = A_3LT_1$$

$$B_2LT = B_3LT_1$$

$$C_2LT = C_3LT_1$$

PLANO DE PERFIL

Es un plano perpendicular a los planos de proyección y sus trazas vertical y horizontal están confundidas en una sola recta perpendicular a la línea de tierra.

Todos los elementos contenidos en el plano se proyectan en una recta perpendicular a la línea de tierra y con las magnitudes deformadas.

De esta forma, si un triángulo **ABC** está contenido en un plano **P** de perfil, sus proyecciones tanto vertical como horizontal estarán confundidas en las trazas del plano.

Para definir la verdadera magnitud de cualquier elemento contenido en el plano de perfil, es necesario recurrir a una proyección auxiliar. Se debe transformar el plano proyectante a un plano paralelo (horizontal o frontal), en que éste último se encontrará en verdadera magnitud.

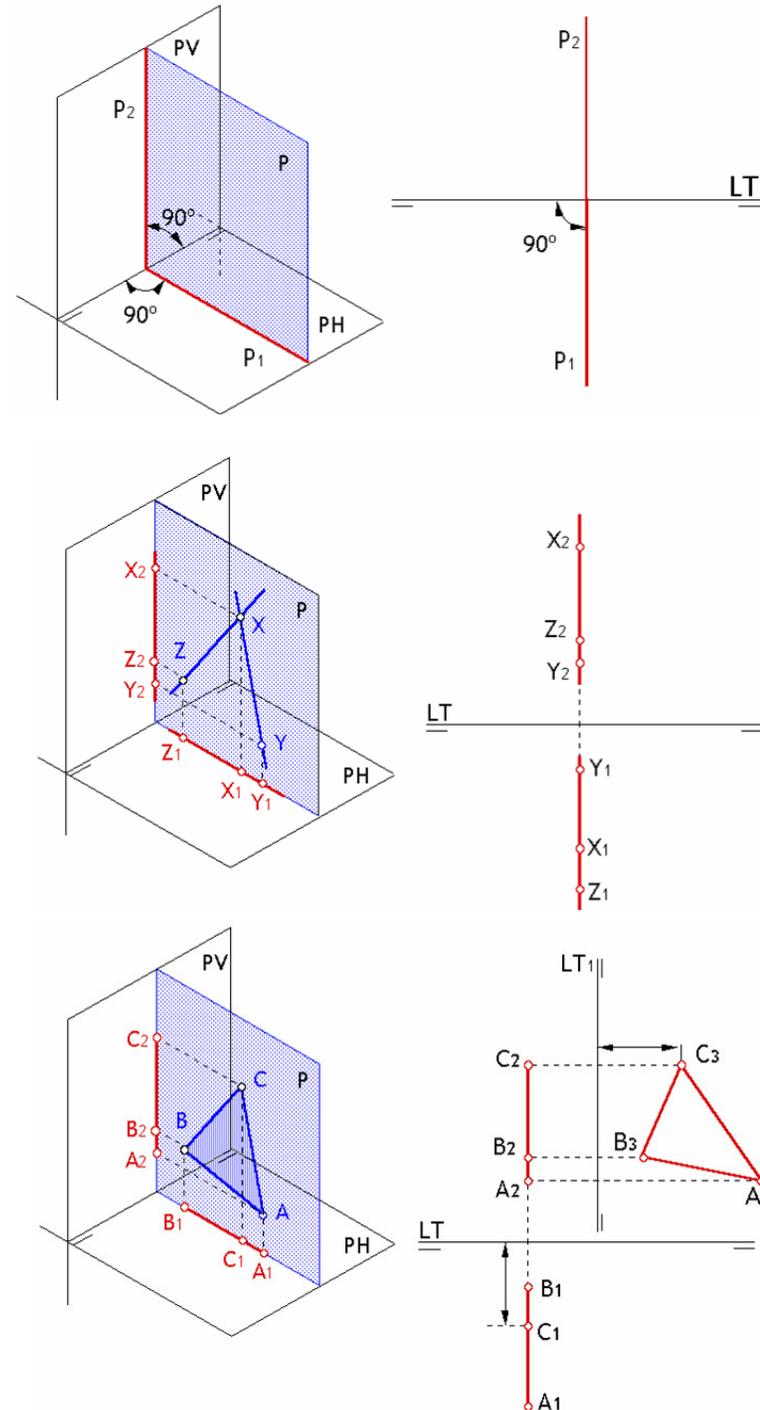
El procedimiento consiste en trazar un eje paralelo a una de las proyecciones del elemento y luego proyectarlo en dirección perpendicular al nuevo eje.

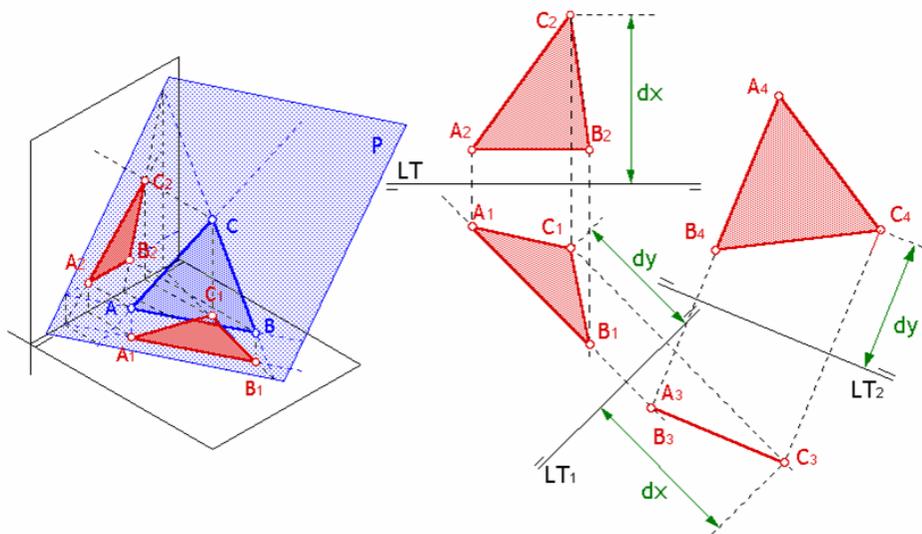
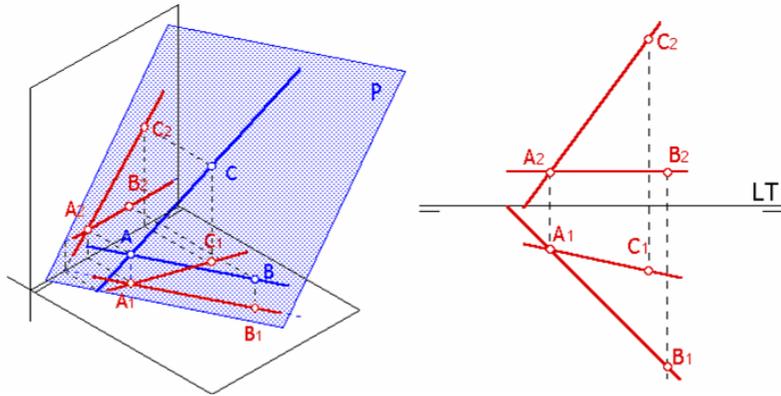
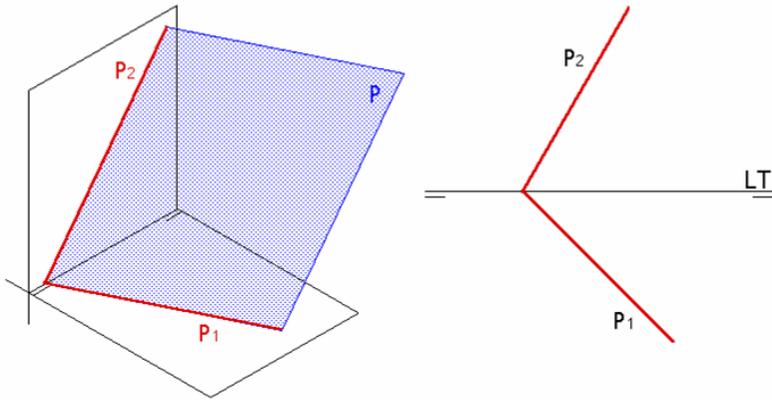
En el ejemplo, el eje LT_1 trazado es paralelo a la proyección vertical $A_2B_2C_2$ del elemento y tomando las distancias de alejamiento de todos los puntos del elemento se obtiene la proyección en verdadera magnitud.

$$A_1LT = A_3LT_1$$

$$B_1LT = B_3LT_1$$

$$C_1LT = C_3LT_1$$





PLANO GENÉRICO U OBLICUO.

Es un plano que tiene sus trazas vertical y horizontal oblicuas a la línea de tierra, es decir, el plano puede situarse en cualquier posición.

Todos los elementos contenidos en el plano se proyectan en los planos vertical y horizontal de proyección con las magnitudes deformadas.

Para definir las proyecciones de cualquier elemento contenido en el plano genérico, es necesario recurrir a dos proyecciones auxiliares. Primero se debe transformar el plano genérico a un plano proyectante (de fuga o vertical) y luego del proyectante al paralelo (horizontal o frontal), en que éste último se encontrará en verdadera magnitud.

El procedimiento consiste en trazar primero un eje LT_1 perpendicular y luego otro eje LT_2 paralelo.

El eje LT_1 debe ser perpendicular a una de las proyecciones de una recta que se encuentre en verdadera magnitud, en el ejemplo A_1B_1 , y se proyecta con las distancias cotas de todos los puntos del elemento.

$$A_2LT = A_3LT_1 \quad B_2LT = B_3LT_1 \quad C_2LT = C_3LT_1$$

El eje LT_2 debe ser paralelo a la proyección que se encuentra confundida en una línea, en el ejemplo $A_3B_3C_3$, y se proyecta con las distancias de la proyección horizontal al eje LT_1 .

$$A_1LT = A_4LT_2 \quad B_1LT = B_4LT_2 \quad C_1LT = C_4LT_2$$

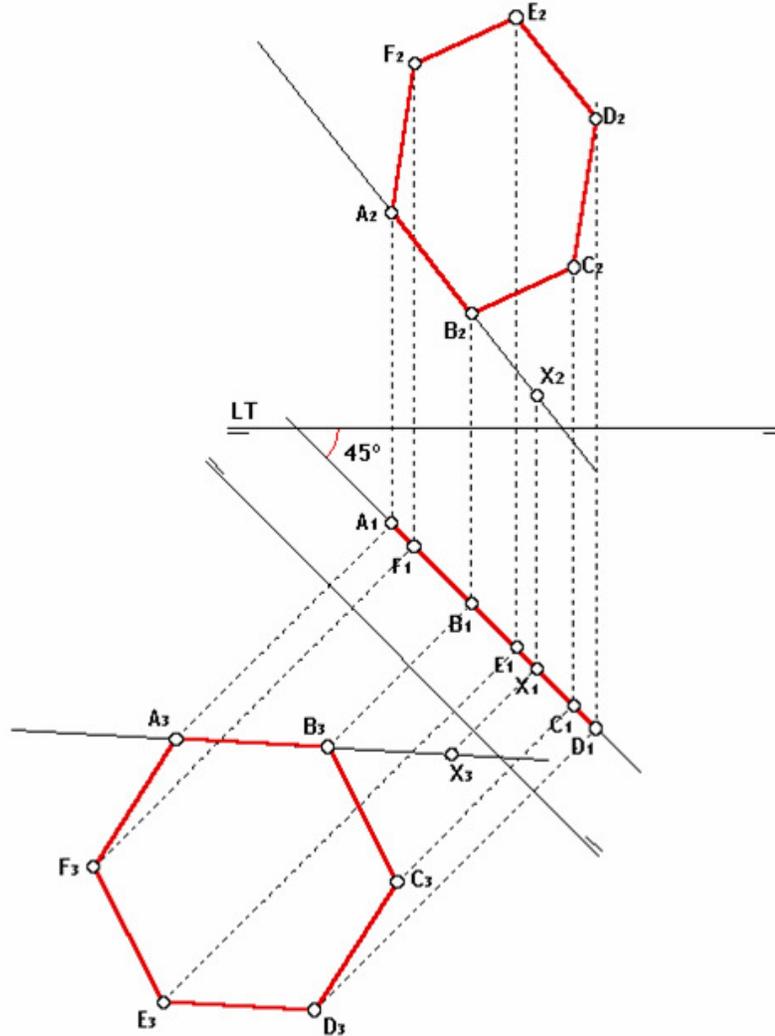
La proyección 4 es la que se encuentra en verdadera magnitud.

GUIA DE EJERCICIOS

1. Determine las proyecciones y visibilidad de un cuadrado **ABCD** de lados 3 cm, contenido en un plano horizontal de cota 3, si el centro del cuadrado es un punto del primer bisector y el lado **AB** forma 60° con el plano vertical de proyección.
2. Determine las proyecciones y visibilidad de un triángulo equilátero **ABC** de lados 4 cm, contenido en un plano frontal de alejamiento 3, si el vértice **C** se encuentra en el cuarto cuadrante y el lado **AB** es paralela al plano horizontal de proyección.
3. Determine las proyecciones y visibilidad de un rectángulo **ABCD** de lados 2 y 4 cm, contenido en un plano horizontal de cota -2, si el centro del polígono es un punto del segundo bisector y la diagonal **AC** forma 45° con el plano vertical de proyección.
4. Determine las proyecciones y visibilidad de un triángulo **ABC** rectángulo en **A** de lados 3, 4 y 5 cm, contenido en un plano frontal de alejamiento -2, si el vértice **A** se encuentra en el segundo cuadrante y el lado **BC** es perpendicular al plano horizontal de proyección.
5. Determine las proyecciones y visibilidad de un rectángulo **ABCD** de lados 3 y 4 cm, contenido en un plano de fuga que forma 45° con el plano horizontal de proyección, si el vértice **A** se encuentra en el segundo cuadrante y la diagonal **BD** es paralela al plano horizontal de proyección.
6. Determine las proyecciones y visibilidad de un triángulo equilátero **ABC** de lado 4 cm, contenido en un plano vertical que forma 60° con el plano vertical de proyección, si el vértice **C** se encuentra en el segundo cuadrante y el lado **AB** es perpendicular al plano horizontal de proyección
- 7.- Determine las proyecciones y visibilidad de un cuadrado **ABCD** de lados 4 cm, contenido en un plano de fuga que forma 30° con el plano horizontal de proyección, si el vértice **C** se encuentra en el tercer cuadrante y la diagonal **AC** es paralela al plano horizontal de proyección.
- 8.- Determine las proyecciones y visibilidad de un triángulo equilátero **ABC** de lado 4 cm, contenido en un plano de perfil, si el lado **AB** forma 45° con plano horizontal de proyección.
- 9.- Determine las proyecciones y visibilidad de un cuadrado **ABCD** de lado 3 cm, contenido en un plano de perfil, si la diagonal **AC** es paralela al plano horizontal de proyección.
- 10.- Determine las proyecciones y visibilidad de un rectángulo **ABCD** de lados 3 y 4 cm, contenido en un plano de perfil, si la diagonal **AC** forma 60° con el plano vertical de proyección.
- 11.- Determine las proyecciones y visibilidad de un triángulo equilátero **ABC** de lados 4 cm, contenido en un plano genérico definido por las rectas frontal **AX** y horizontal **AY** que se cortan en el punto **A**, si el lado **BC** es paralelo al plano horizontal de proyección.
- 12.- Determine las proyecciones y visibilidad de un cuadrado **ABCD** de lado 3 cm, contenido en un plano genérico definido por dos rectas que se cortan en el punto **X** (3,4), si el centro del cuadrado es el punto **X** y el lado **AB** es paralela al plano vertical de proyección.
- 13.- Determine las proyecciones y visibilidad de un rectángulo **ABCD** de lados 3 y 4 cm, contenido en un plano genérico definido por las rectas genéricas **AX** y **AY** que se cortan en el punto **A**, si el lado **AB** está contenido en la recta **AY** que define el plano.

EJERCICIO RESUELTO

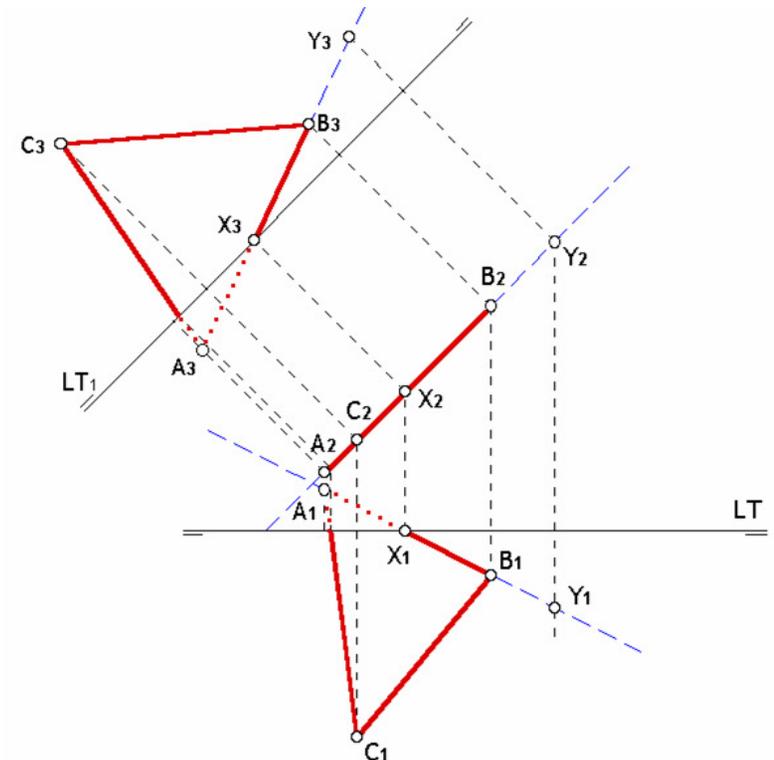
- Determine las proyecciones y visibilidad de un hexágono regular $ABCDEF$ de lado 3 cm, contenido en un plano P vertical que forma 45° con el plano vertical de proyección, si el lado AB es una recta genérica de recorrido II-I-IV.



EJERCICIO RESUELTO

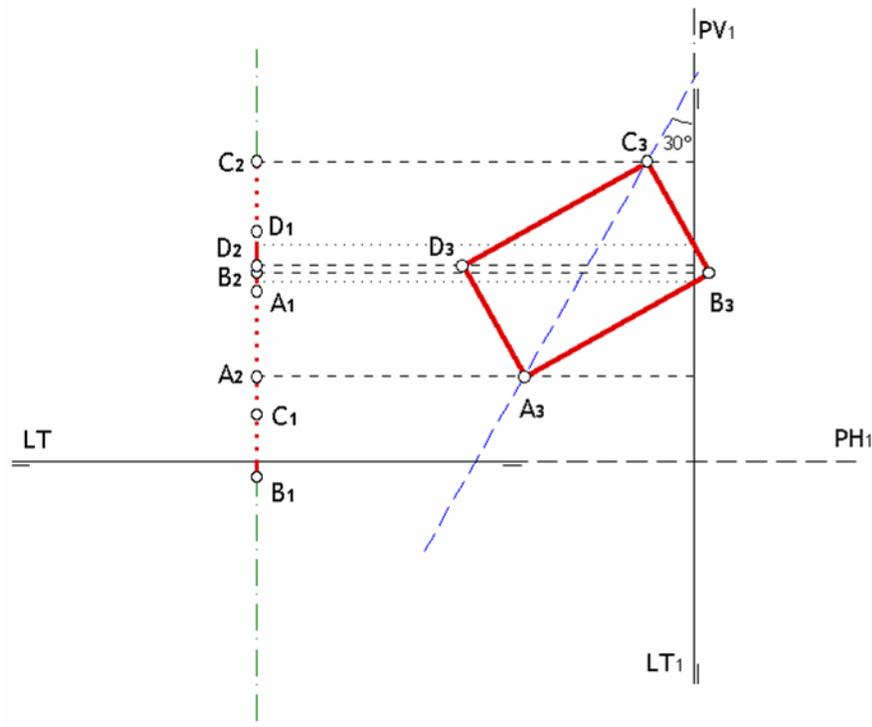
- Dada la recta XY de recorrido III-II-I contenido en un plano P de fuga que forma 45° con el plano horizontal de proyección, se pide:

Determinar las proyecciones y visibilidad de un triángulo ABC equilátero de lados 3 cm, si el lado AB está contenido en la recta XY dada y el punto X es punto medio del lado AB .



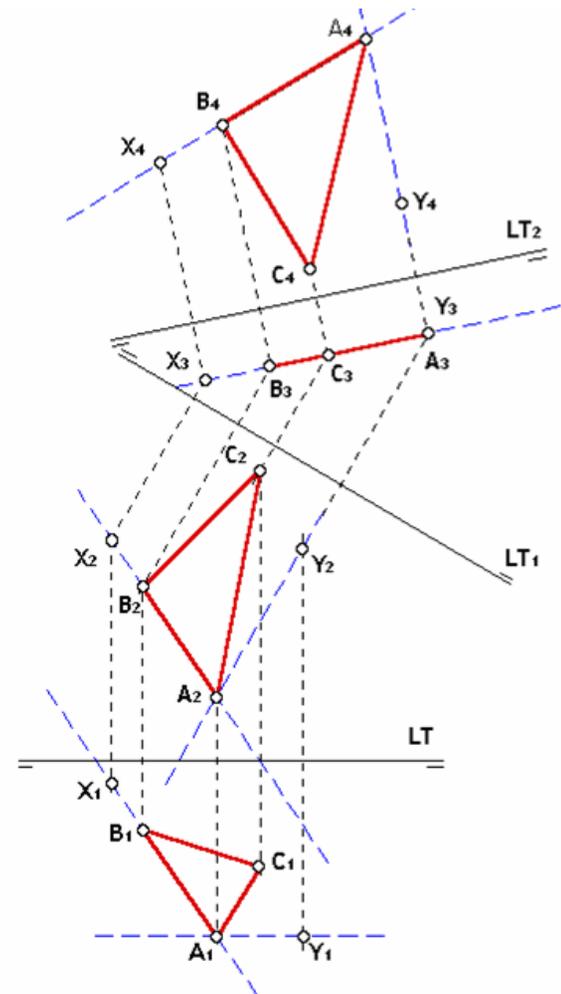
EJERCICIO RESUELTO

- Dado un punto $A(0, 1, -2)$ contenido en un plano P de perfil, se pide determinar las proyecciones y visibilidad de un rectángulo $ABCD$ de lados $AB = CD = 2,5$ cm y $AD = BC = 1,5$ cm, si el punto A dado es uno de los vértices del polígono y la diagonal AC forma 30° con el plano vertical de proyección.



EJERCICIO RESUELTO

- Determine las proyecciones y visibilidad de un triángulo ABC isósceles rectángulo en B de lado AB y $BC = 3$ cm, contenido en un plano genérico definido por las rectas AX y Ay que se cortan en el punto A , siendo la recta AX es una recta genérica de recorrido II-I-IV y la recta Ay es una recta frontal, sabiendo que el punto A es vértice del polígono y el lado AB está contenida en la recta AX .



EJERCICIO RESUELTO

- Determine las proyecciones y visibilidad de un cuadrado $ABCD$ de lado 4 cm, contenido en un plano genérico definido por las rectas XY y XZ que se cortan en el punto X , si el centro del polígono es el punto X y la diagonal AC está contenida en la recta XY .

