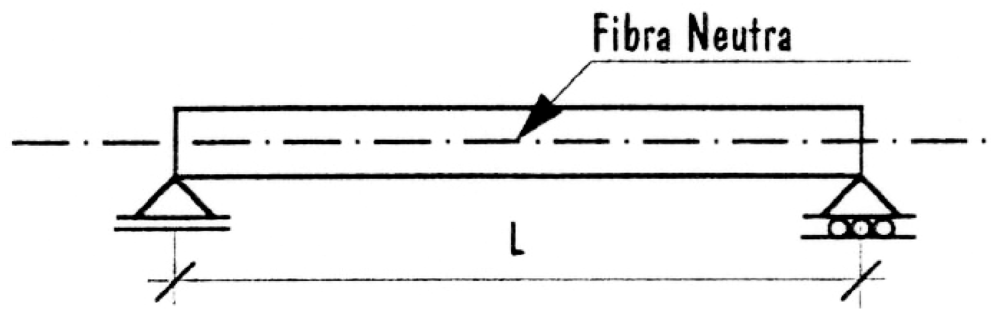
001

DEFORMACION EN VIGAS

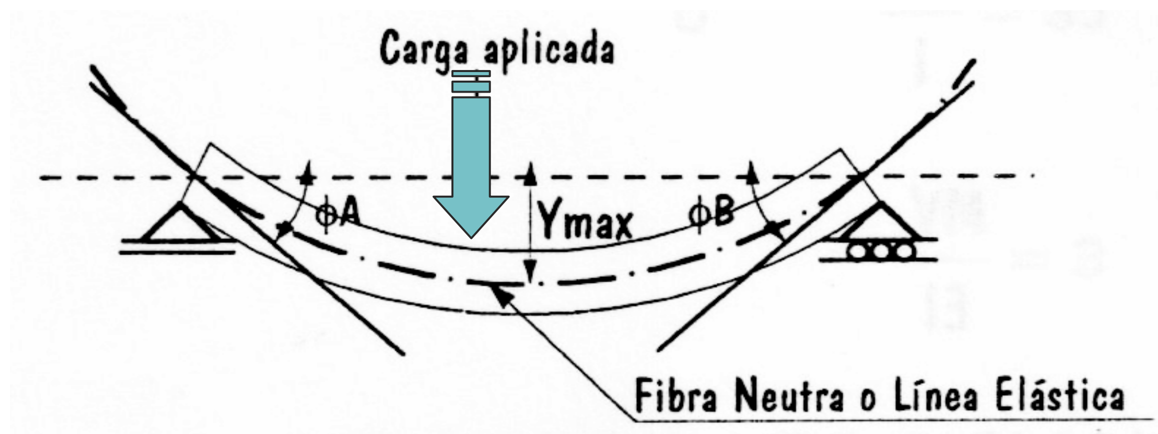
Verónica Veas B. – Gabriela Muñoz S.

LINEA ELASTICA

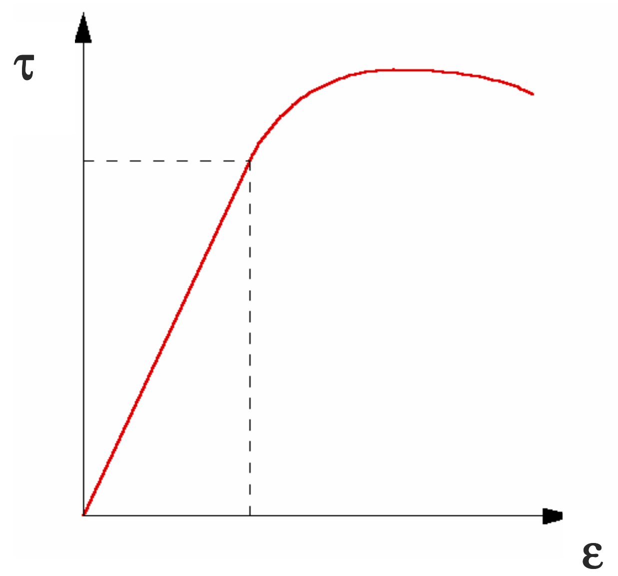
VIGA SIN CARGA



VIGA CON CARGA



LEY DE HOOKE



E = Elasticidad (kg/cm^2)

τ = Tensión (kg/cm^2)

ε = Deformación Unitaria

$$\mathbf{E} = \frac{\tau}{\varepsilon}$$

$$\boxed{1} \quad \tau = \mathbf{E} * \varepsilon$$

DEDUCCION FORMULA DE FLEXION

$$\tau = \frac{M}{W} \qquad W = \frac{I}{V} \qquad \boxed{2} \quad \tau = \frac{MV}{I}$$

τ = Tensión (kg/cm^2)

M = Momento flector (kgcm)

V = Distancia desde la fibra neutra a la fibra más traccionada o más comprimida (cm)

I = Inercia (cm^4)

Igualando expresiones $\boxed{1}$ y $\boxed{2}$

$$\tau = E\varepsilon = \frac{MV}{I} \quad \text{ó} \quad \varepsilon = \frac{MV}{EI} \qquad \boxed{3}$$

ANALISIS DE LA SECCION

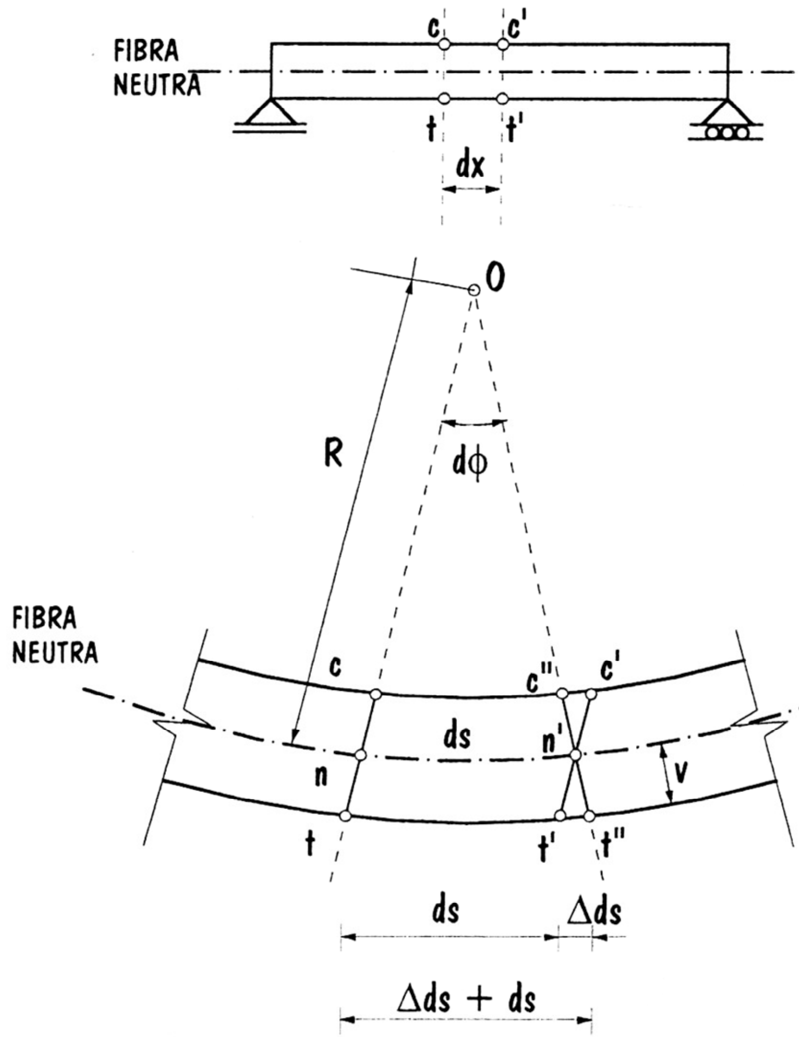
Por relación de triángulos semejantes

$\triangle$ 0 n n' y $\triangle$ n' t' t''

$\boxed{4}$ $$\frac{\Delta ds}{ds} = \frac{V}{R} = \varepsilon$$

$$ds = d\phi * R \quad /:R :ds$$

$$\frac{1}{R} = \frac{d\phi}{ds}$$



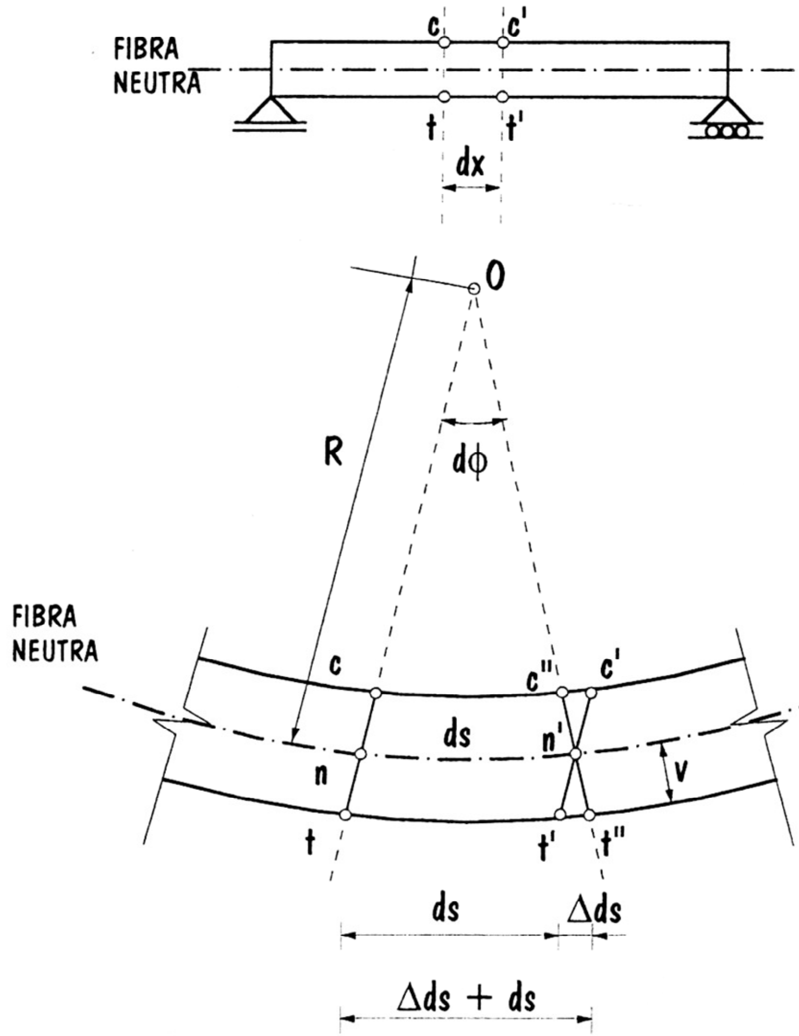
Igualando $\boxed{3}$ y $\boxed{4}$

$$\varepsilon = \frac{V}{R} = \frac{MV}{EI} \qquad /:V$$

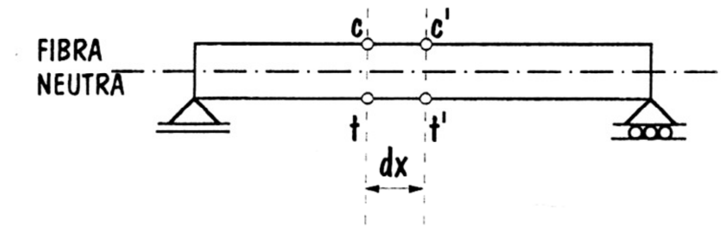
$$\frac{1}{R} = \frac{M}{EI}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{M}{EI} = \frac{d\phi}{ds}$$

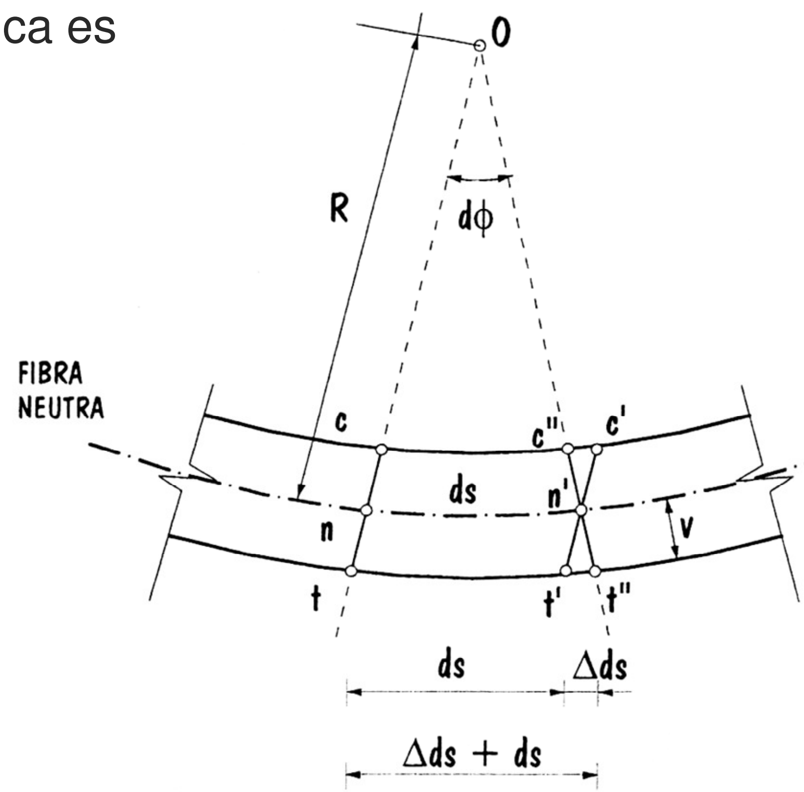
$$d\phi = \frac{M*ds}{EI}$$



Si **ds ≈ dx**



La curvatura de la línea elástica es una variable proporcional al momento flector.



$$\boxed{d\phi = \frac{Mdx}{EI}}$$

METODOS DE CALCULO

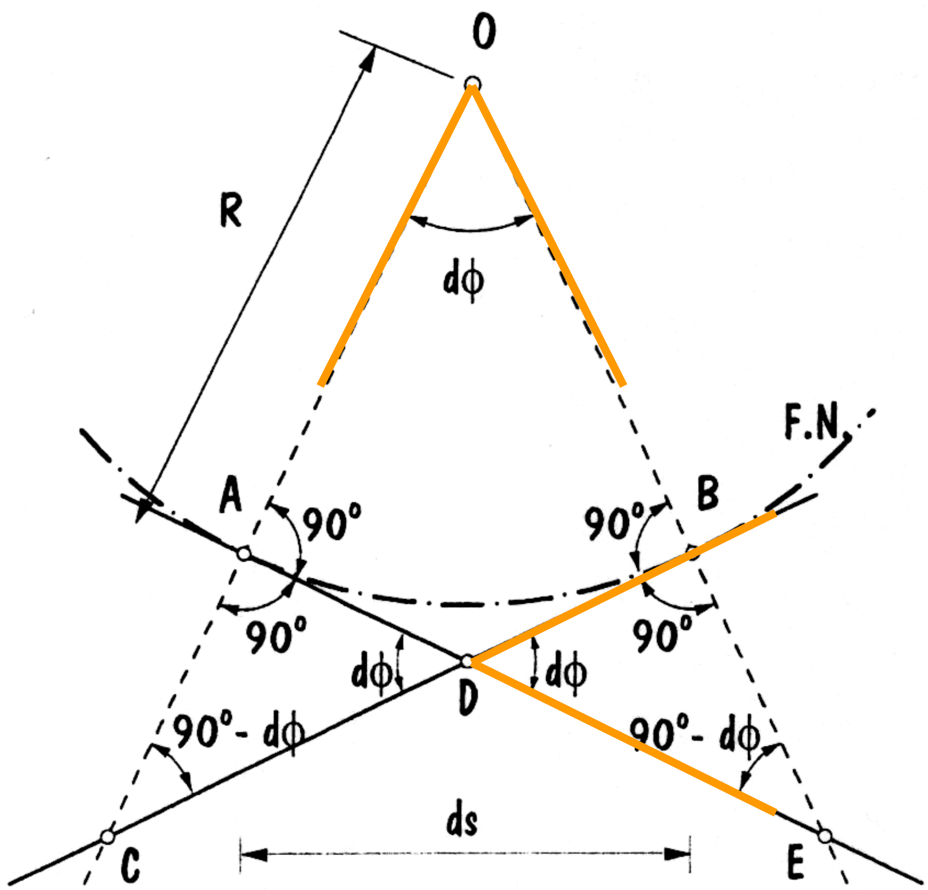
- Método de área de momentos.
- Método de doble integración.
- Método de la viga conjugada.

Se busca determinar el ángulo de curvatura de la línea elástica y sus deflecciones o flechas.

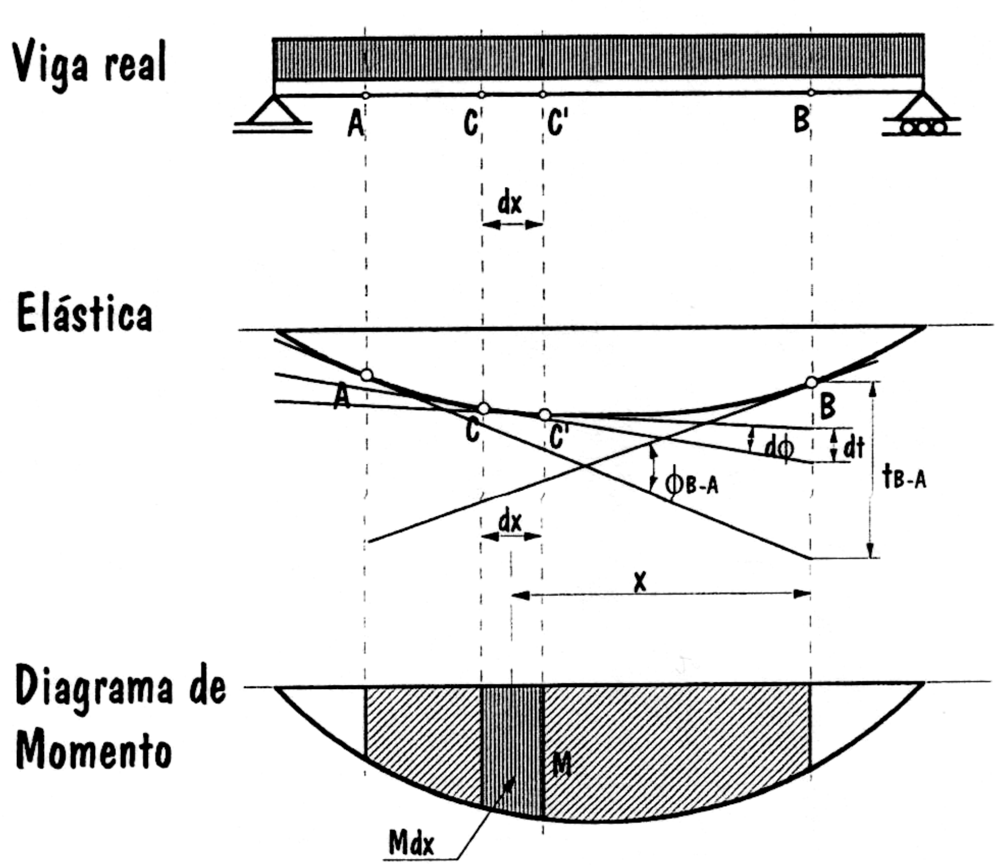
Cada método tiene ventajas y desventajas dependiendo de la viga a analizar.

METODO DE AREA DE MOMENTOS

Estableciendo relaciones entre ángulos



$$d\phi = \frac{Mdx}{EI}$$

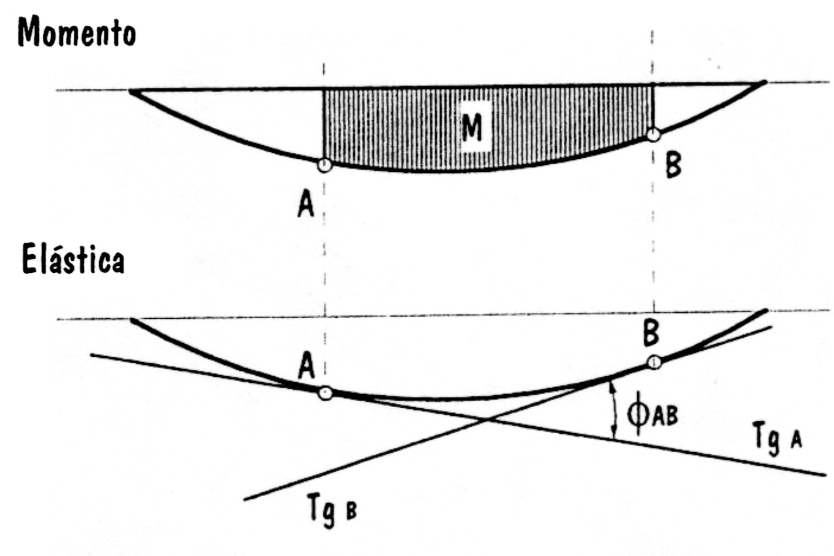


1º TEOREMA DE MOHR

El ángulo entre las tangentes trazadas a la elástica en dos puntos cualquiera A y B, es igual al área de momento flector entre esos dos puntos, dividido por EI.

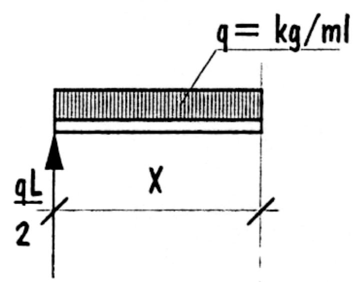
$$\varphi_{AB} = \frac{1}{EI} \text{Area de Momento entre A y B}$$

$$\phi_{AB} = \frac{1}{EI}\int_A^B d\phi = \frac{1}{EI}\int_A^B M dx$$

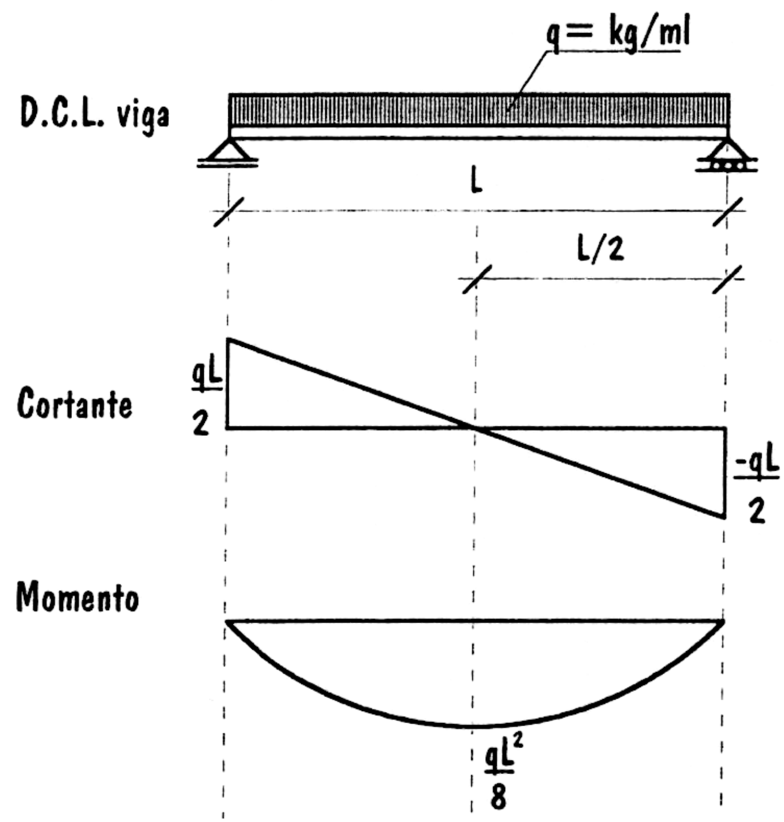


EJEMPLO: VIGA SIMPLEMENTE APOYADA CON CARGA UNIFORMEMENTE REPARTIDA

$$Ra = Rb = \frac{ql}{2}$$



$$Mx = \frac{qLx}{2} - \frac{qx^2}{2}$$



APLICANDO EL 1º TEOREMA DE MOHR

$$\phi_{AB} = \phi_A$$

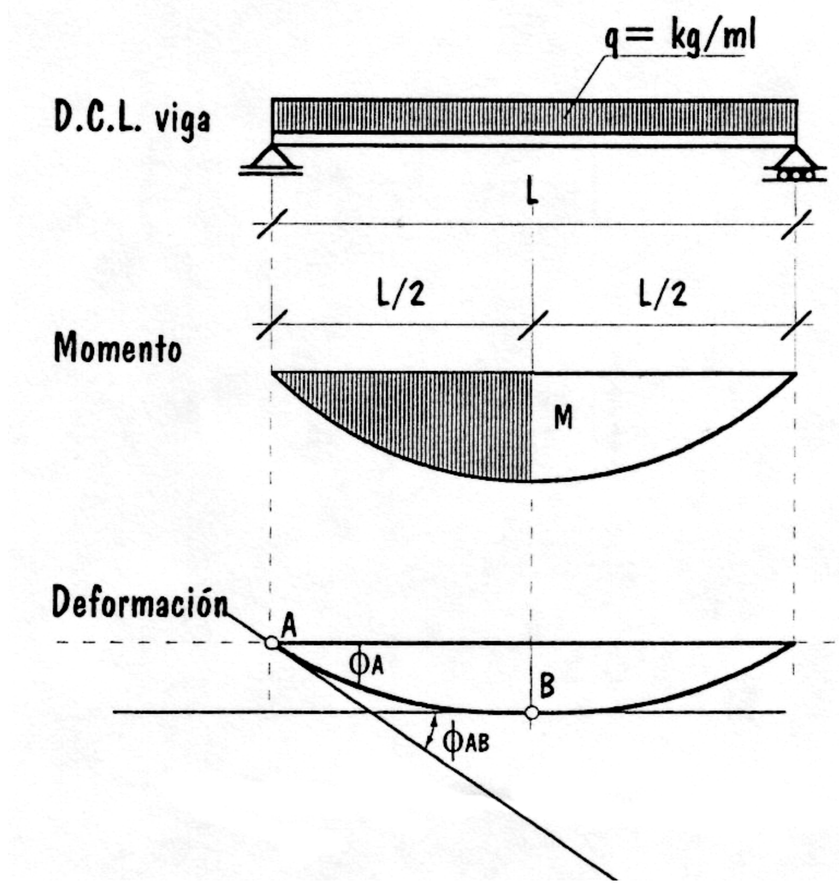
$$\phi_{AB} = \frac{1}{EI}\int_0^{L/2} M dx$$

$$\phi_{AB} = \frac{1}{EI}\int_0^{L/2}\left(\frac{qLx}{2} - \frac{qx^2}{2}\right)dx$$

$$\phi_{AB} = \frac{1}{EI}\left[\frac{qLx^2}{4} - \frac{qx^3}{6}\right]_0^{L/2}$$

$$\phi_{AB} = \frac{qL^3}{16EI} - \frac{qL^3}{48\,EI}$$

$$\boxed{\phi_A = -\frac{qL^3}{24EI}}$$

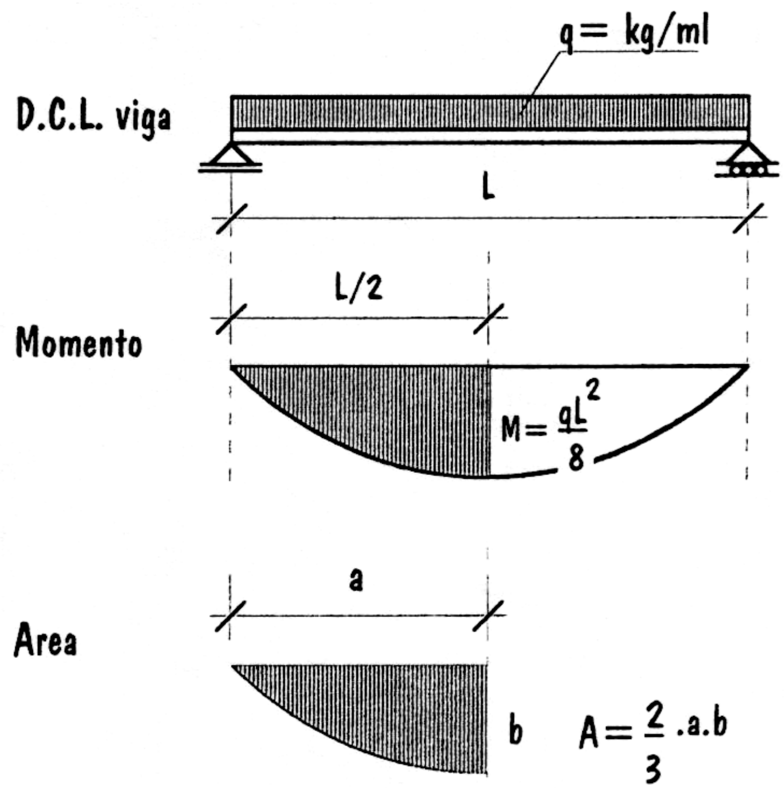


Si se conoce el área de momento...

$$\phi_{AB} = \phi_A = \frac{1}{EI} \text{ Área entre A y B}$$

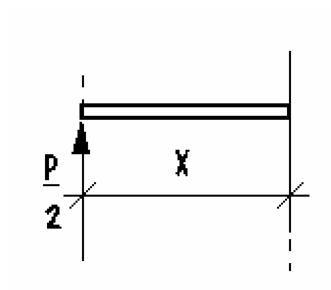
$$\phi_A = \frac{1}{EI}\,\frac{2}{3}\,\frac{L}{2}\,\frac{qL^2}{8}$$

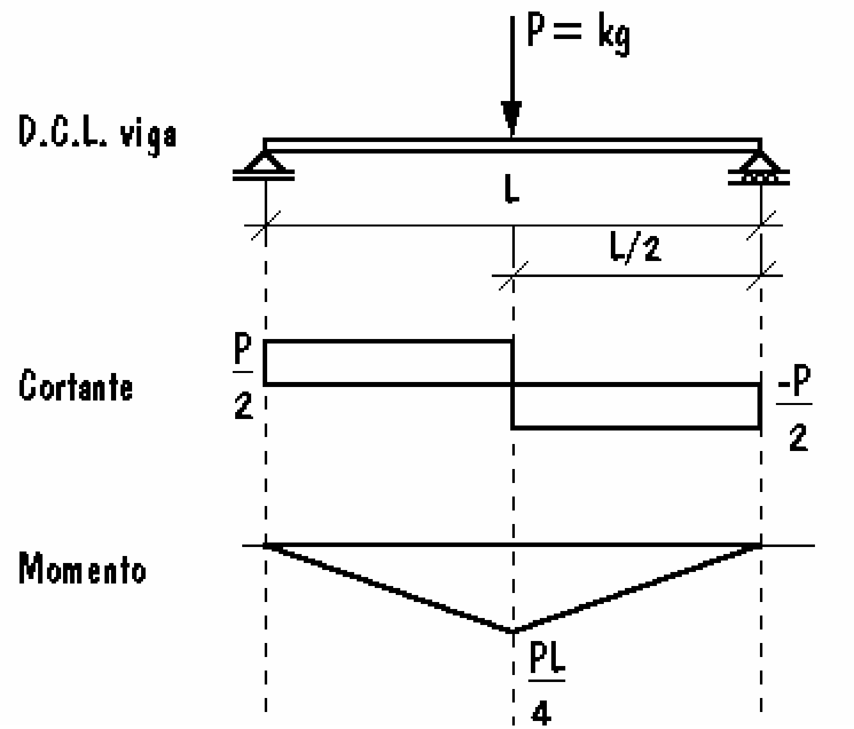
$$\boxed{\phi_A = \frac{qL^3}{24EI}}$$



EJEMPLO: VIGA SIMPLEMENTE APOYADA CON CARGA PUNTUAL APLICADA EN L/2

$$Ra = Rb = \frac{P}{2}$$





$$Mx = \frac{Px}{2}$$

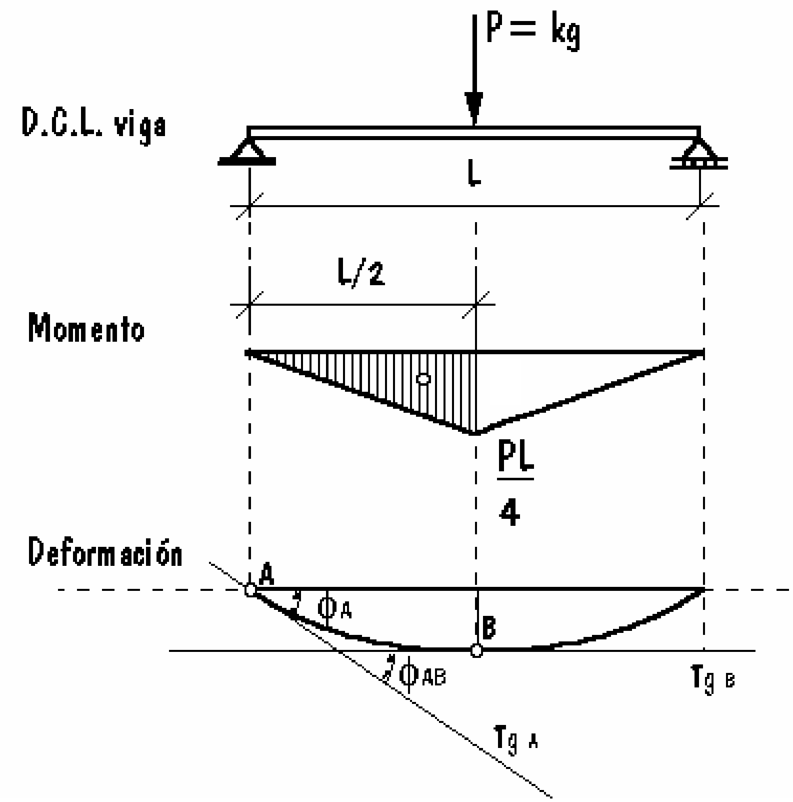
APLICANDO EL 1º TEOREMA DE MOHR

Si se conoce el área de momento...

$$\phi_{AB} = \phi_A = \frac{1}{EI} \text{ Área entre A y B}$$

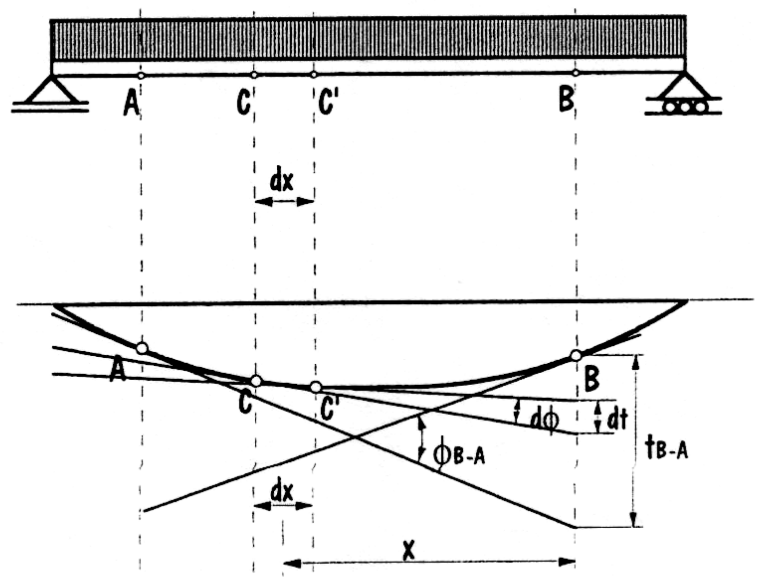
$$\phi_A = \frac{1}{EI}\,\frac{PL}{4}\,\frac{L}{2}\,\frac{1}{2}$$

$$\boxed{\phi_A = \frac{PL^2}{16\,EI}}$$

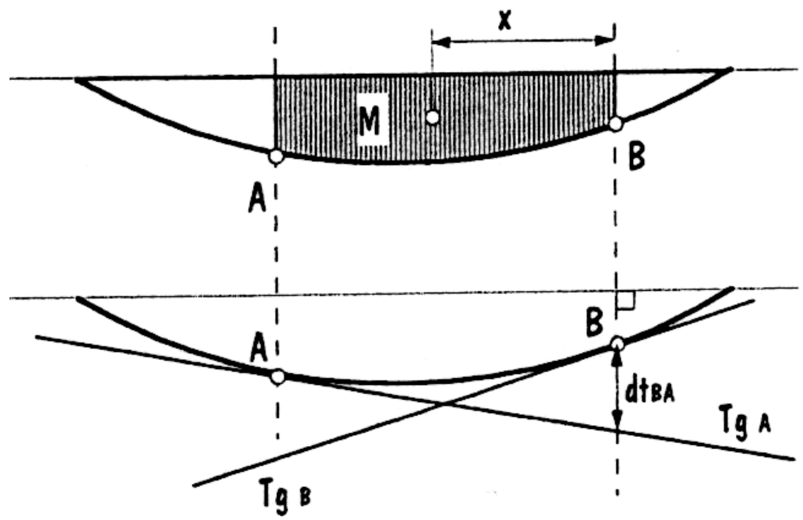


2º TEOREMA DE MOHR

$dt = x*d\phi$



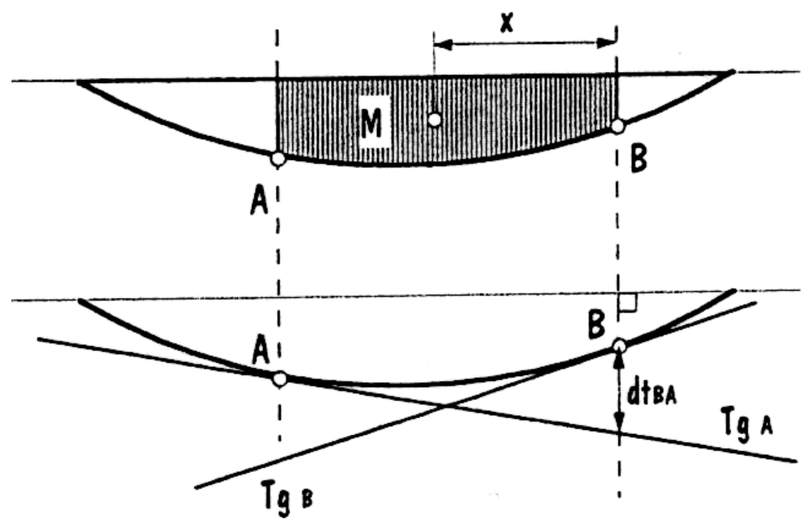
La distancia desde un punto B de la elástica de una viga, medida perpendicularmente a la posición original hasta la tangente trazada por otro punto A de la elástica, es igual al momento del área de momento flector entre los dos puntos, respecto a la ordenada que pasa por B, dividido por EI. Esta distancia la denominaremos desviación tangencial.



$$t_{BA} = \frac{1}{EI}\int_{B}^{A} dt = \frac{1}{EI}\int_{B}^{A} x.d\phi$$

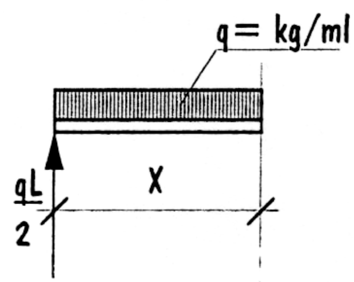
$$t_{BA} = \frac{1}{EI}\int_{B}^{A} x.M.dx$$

$$t_{BA} = \frac{1}{EI} Area._{AB}.x$$

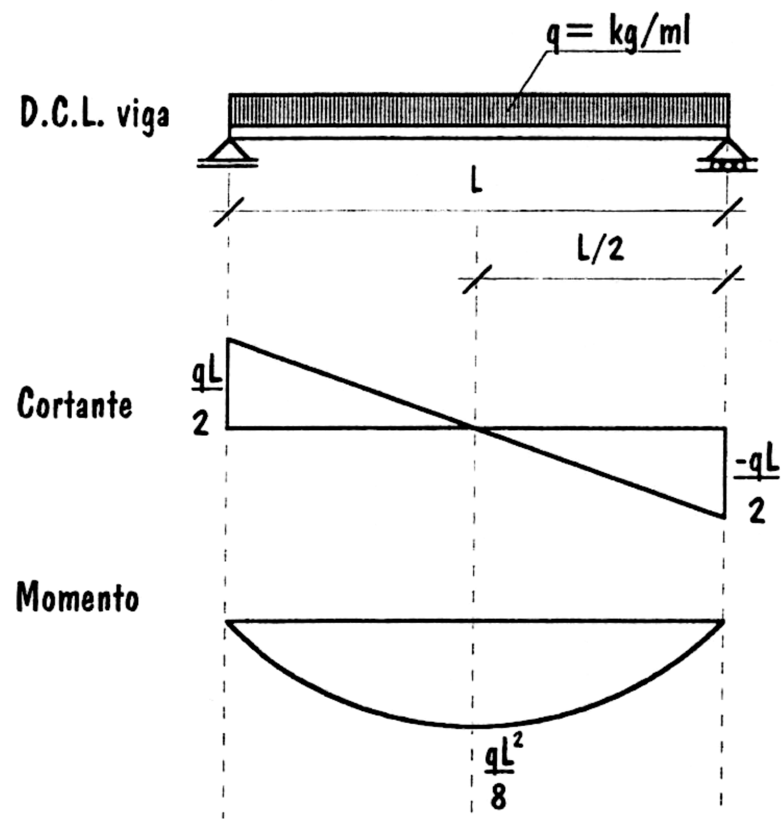


EJEMPLO: VIGA SIMPLEMENTE APOYADA CON CARGA UNIFORMEMENTE REPARTIDA

$$Ra = Rb = \frac{ql}{2}$$



$$Mx = \frac{qLx}{2} - \frac{qx^2}{2}$$



APLICANDO EL 2º TEOREMA DE MOHR

$$t_{AB} = \frac{1}{EI}\int_A^B Mx.dx$$

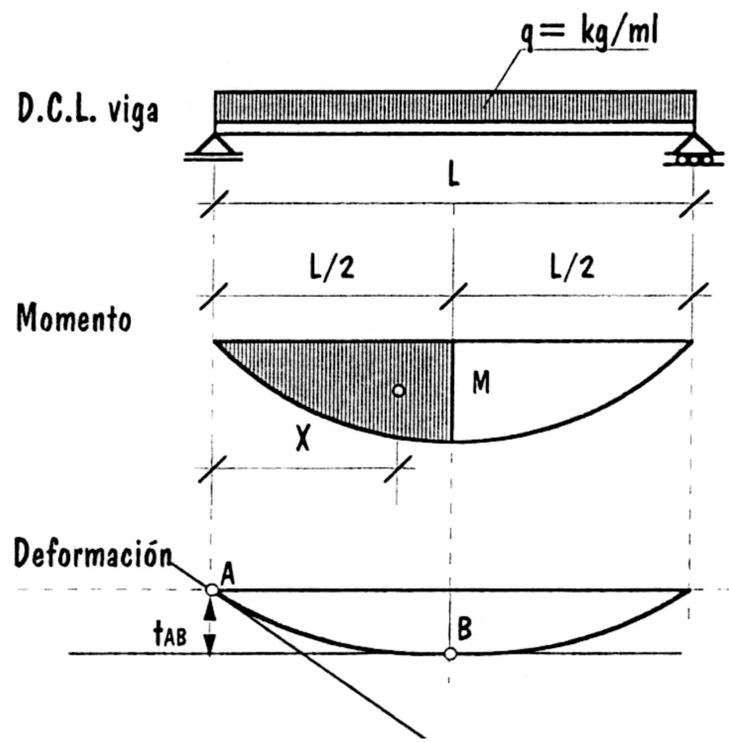
$$Y_{máx} = \frac{1}{EI}\int_0^{L/2}\left(\frac{qLx}{2} - \frac{qx^2}{2}\right).x.dx$$

$$Y_{máx} = \frac{1}{EI}\int_0^{L/2}\left(\frac{qLx^2}{2} - \frac{qx^3}{2}\right).dx$$

$$Y_{máx} = \frac{1}{EI}\left[\frac{qLx^3}{6} - \frac{qx^4}{8}\right]_0^{L/2}$$

$$Y_{máx} = \frac{qL^4}{48EI} - \frac{qL^4}{128EI}$$

$$\boxed{Y_{máx} = \frac{5qL^4}{384EI}}$$

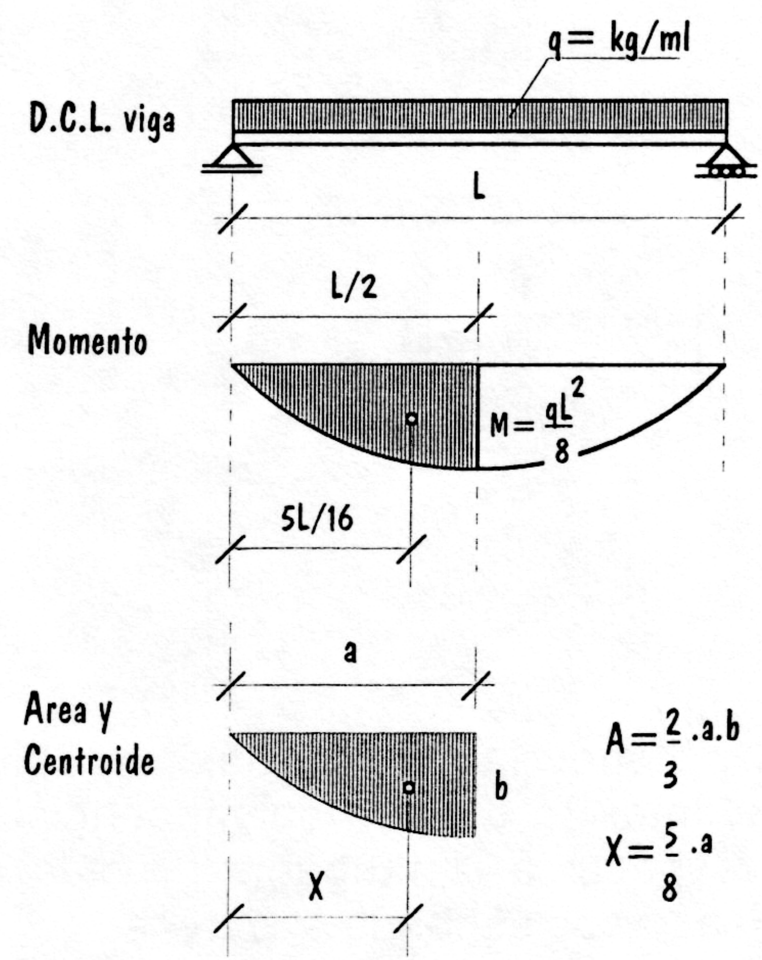


Si se conoce el área de momento y el centroide...

$$t_{AB} = \frac{1}{EI}\,Área_{AB}\,.\,x_A$$

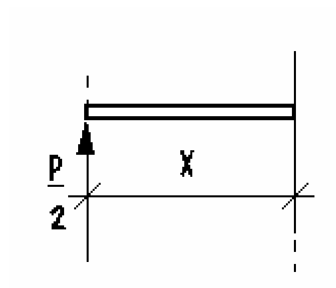
$$t_{AB} = \frac{1}{EI}\,\frac{2}{3}\,\frac{L}{2}\,\frac{qL^2}{8}\,\frac{5}{8}\,\frac{L}{2}$$

$$\boxed{Y_{máx} = \frac{5qL^4}{384\,EI}}$$

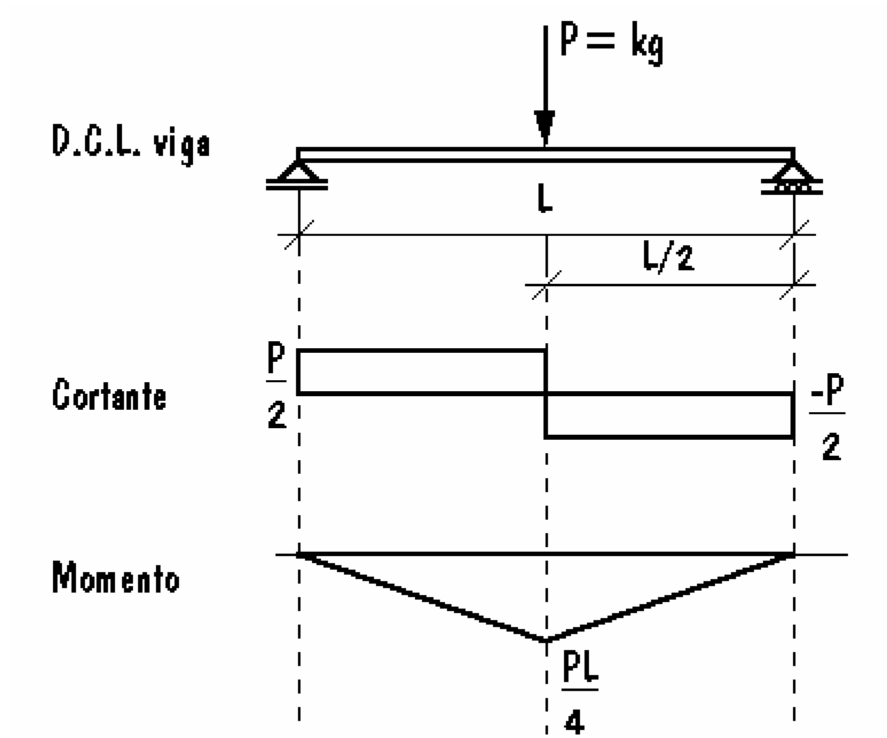


EJEMPLO: VIGA SIMPLEMENTE APOYADA CON CARGA PUNTUAL APLICADA EN L/2

$$Ra = Rb = \frac{P}{2}$$



$$Mx = \frac{Px}{2}$$



APLICANDO EL 2º TEOREMA DE MOHR

Si se conoce el área de momento y el centroide...

$$t_{AB} = \frac{1}{EI}\,\text{Área}_{AB} \,.\, x_A$$

$$t_{AB} = \frac{1}{EI}\,\frac{PL}{4}\,\frac{L}{2}\,\frac{1}{2}\,\frac{2}{3}\,\frac{L}{2}$$

$$\boxed{Y_{máx} = \frac{PL^3}{48\,EI}}$$