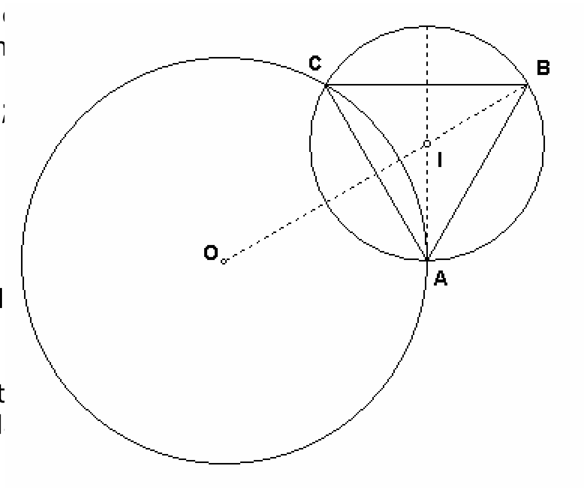
GUIA RESUMEN PRUEBA Nº 1.

EJERCICIO PROPUESTOS.
1.-MATERIAS: Transformaciones Puntuales en el Plano, Inversión Circular e Inversión Polar.

1.- Dado un triángulo equilátero ABC de lado 4 cm. inscrito en una circunferencia de centro I y una circunferencia de inversión de centro O y radio 4 cm. ubicada en la posición que se indica con respecto al triángulo dado, se pide:

a.- Determinar la transformación T del triángulo y d
la circunferencia de centro I de acuerdo al siguien
producto.
T= T4T3T2T1 si T1= T(BA) ; T2= R(Ii, 60ª) ;
T3= H(O, -0,5) ; T4= T(3BiCi)
i= Corresponde a la última posición de
transformación.
O= centro de la circunferencia de inversión.

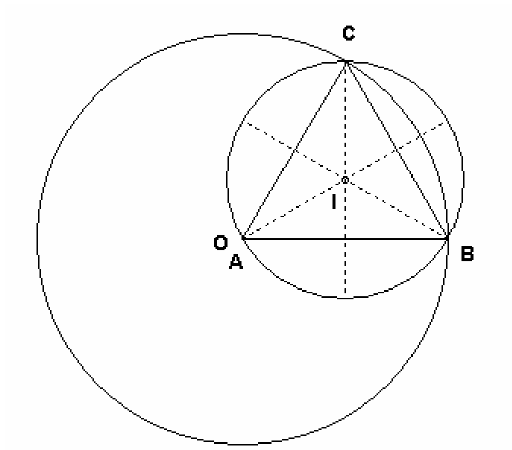


b. Determine el perímetro y área inversa de l
triángulos A1B1C1 y A2B2C2, con respecto a
circunferencia de inversión dada.
c.- Determine la polar de la circunferencia de cent
I3 con respecto a la circunferencia de inversión dad

2.- Dado un triángulo equilátero ABC de lado 4 cm. inscrito en una circunferencia de centro I y una circunferencia de inversión de centro O y radio 4 cm. ubicada en la posición que se indica con respecto al triángulo dado, se pide:

a.- Determinar la transformación T del triángulo y de la circunferencia de centro I de acuerdo al siguiente producto.

T= T4T3T2T1 si T1= R(B, 120º) ; T2= T(AiIi) ;
T3= H(O, -0,5) ; T4= R(Ii,-60º)
i= Corresponde a la última posición de la transformación.
O= centro de la circunferencia de inversión.



b. Determine el perímetro y área inversa de los triángulos A1B1C1 y A2B2C2, con respecto a la circunferencia de inversión dada.
c.- Determine la polar de la circunferencia de centro I4 con respecto a la circunferencia de inversión dada.

3. Dado un cuadrado ABCD de lado 3.5 cm, se pide:

a.- Détermine la transformación T = T6T5T4T3T2T1

Si T1= H(O, 2) ; T2= H(Ci, -0.5) ; T3= R(Ci, -135º) ; T4= R(Ci) ; T5= R(Ci, 135º) ; T6= T(CiAi/2)

O = corresponde a la intersección de las diagonales del cuadrado.
i = corresponde a la última posición que toma un punto.

b.- Determine el inverso del perímetro y área de intersección de los cuadrados A5B5C5D5 y A6B6C6D6, con respecto a la circunferencia de inversión de centro A y radio AC.

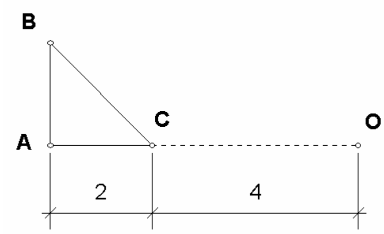
4.- Dado un triángulo ABC de lado 3 cm, se pide:

a.- Détermine la transformación T = T5T4T3T2T1
Si T1= R(A, 45º) ; T2= T(AiBi) ; T3= R(Ai) ; T4= R(AiCi) ; T5= H(Ai, -3)

i = corresponde a la última posición que toma un punto.

b.- Determine el inverso del perímetro y área de intersección de los triángulos A4B4C4 y A5B5C5, con respecto a la circunferencia de inversión de centro A y radio 6 cm.

5.- Dado un triángulo isósceles ABC rectángulo en A, con AB 0 2 cm. y el punto O ubicado en la posición que se indica, se pide:



a.- Détermine la siguiente transformación T = T5T4T3T2T1
Si T1= H(M, -2) ; T2= R(O) ; T3= T(2AiCi) ; T4= R(X, 90º) ; T5= R(L)

M= punto medio de BC.
X= punto medio de AiCi, (i subíndice de la última transformación)
L= contiene al trazo inicial AB.

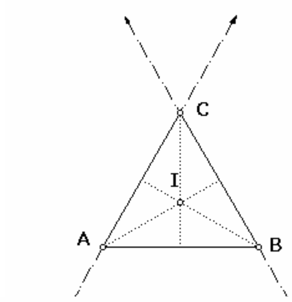
b.- Determine la inversión circular del perímetro y área del triángulo inicial y el obtenido de la primera transformación, con respecto a una circunferencia de centro O y radio OB.

c.- Determine las polares de los puntos Ai y Bi de las tres últimas transformaciones y los polos de los lados del triángulo A5B5C5.

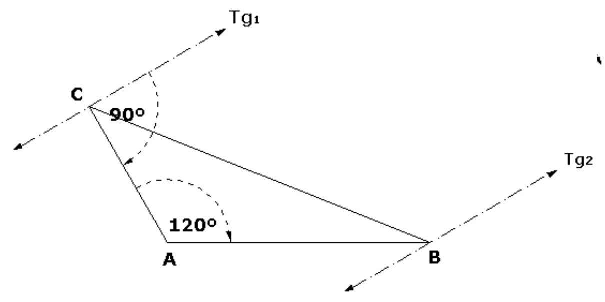
2.-MOATERIAS: Homologías de 1º Categoría.
Construcción de Cónicas a través del método de una forma intermedia en dos haces planos de recta en situación Proyectiva.

EJERCICIOS PROPUESTOS Y RESUELTOS.

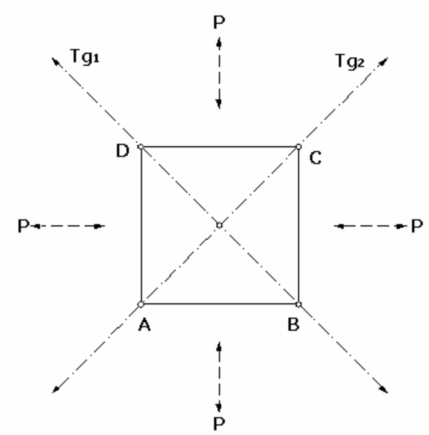
1.- Dado un triángulo equilátero ABC de lado igual a 3 cm. se pide determinar la cónica que pasa por dos vértices y el incentro del triángulo dado, si las tangentes a la cónica se cortan en el vértice restante



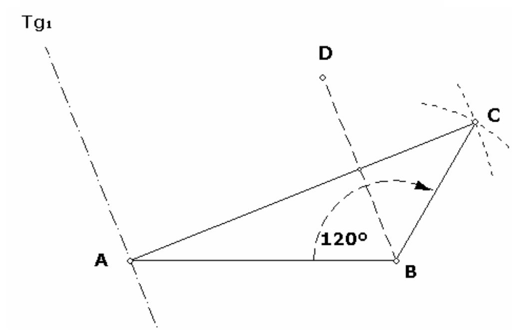
2.- Dado un triángulo escaleno ABC se pide construir la cónica que pasa los tres vértices del triángulo dado sabiendo que el lado AC mide 3 cm, el lado AB 5 cm.; en el punto A se forma un ángulo de 120º; además por B y C pasan un par de rectas perpendiculares al lado AC que son las tangente a la cónica.



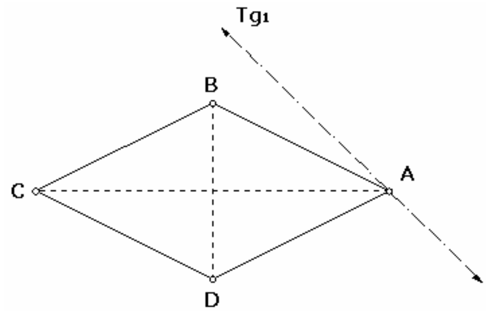
3.- Dado un cuadrado ABCD de lado igual a 3 cm. se pide determinar las cónicas que se generan si su centro perspectivo es la intersección de sus diagonales, además la cónica pasa por 3 puntos: dos vértices consecutivos y un punto P en el infinito en dirección perpendicular al lado que determinan los vértices anteriores.



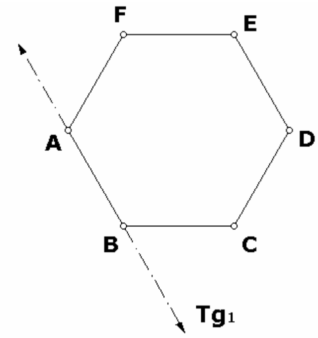
4.- A través del método de dos haces de rectas en situación proyectiva se pide definir la cónica que pasa por los puntos A, B, C, D y es tangente a la recta L, sabiendo que:
A, B, C son vértices de un triángulo escaleno de lados AB= 5 cm, BC= 3 cm y AC= 7 cm.
El punto D es el correspondiente a punto B al aplicarle una reflexión con respecto al trazo AC.
La recta L es perpendicular a trazo AC y contiene al punto A.



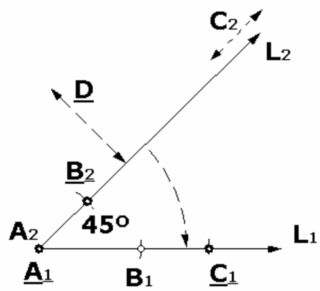
5.- Dado un rombo de diagonal mayor igual a 6 cm y diagonal menor 3 cm, se pide construir la cónica que pasa por 4 puntos: 3 vértices y un punto que se encuentra en el infinito en dirección de una recta que forma un ángulo de 45º con respecto a la diagonal mayor si ésta es la tangente a la cónica.



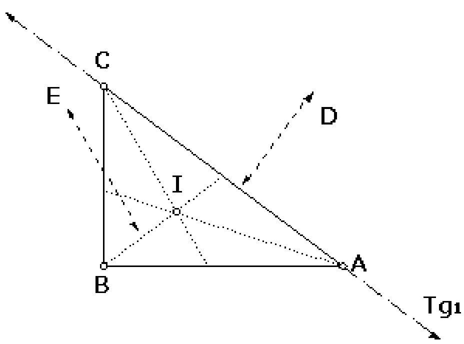
6.- Dado un hexágono regular inscrito en una circunferencia de radio igual a 4 cm se pide definir la cónica que pasa por cuatro vértices del polígono, si uno de sus lados es una de las tangentes a la curva.



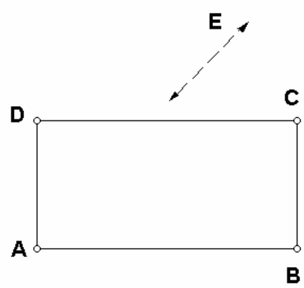
7.- Dada dos alineaciones L_1 y L_2 que forman un ángulo de 45º siendo A_1A_2 es elemento común; en donde A_1B_1= 3 cm, B_1C_1= 2 cm, A_2B_2= 4 cm, C_2 está en el infinito, Se pide determinar la cónica que pasa por BA_1,por B_2, por C_1 y por el vértice que definen a ambas alineaciones en situación perspectiva. Además la cónica pasa por un quinto punto que se encuentra en el infinito en dirección perpendicular al trazo A_1B_2.



8.- Dado un triángulo rectángulo en B de lados BC= 2.8 y BA=3.7 cm, se pide determinar la cónica que pasa por dos vértices del triángulo, y dos puntos en el infinito, uno en dirección perpendicular a la hipotenusa y otro en dirección de la recta que une O_1 (centro de haz de rectas) con el incentro del triángulo dado y además la hipotenusa del triángulo es la tangente a la cónica, Nota: Existen más de una solución. Aquí se consideró A como O_1.



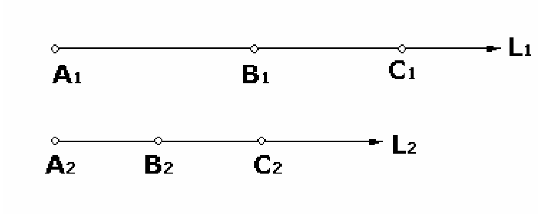
9.- Determinar la cónica que pasa por cinco puntos, cuatro de ellos son los vértices de un rectángulo ABCD de lado 2 por 4 cm, si su quinto punto está en el infinito en una dirección de 45º con respecto al lado mayor del rectángulo dado.



10.- Dada dos alineaciones $L_1(A_1B_1C_1)$ y L_2 $(A_2B_2C_2)$ donde A_1B_1= 2,7 cm; B_1C1= 2 cm; A_2B_2= 1,4 cm; B_2C_2= 1.4 cm, se pide:

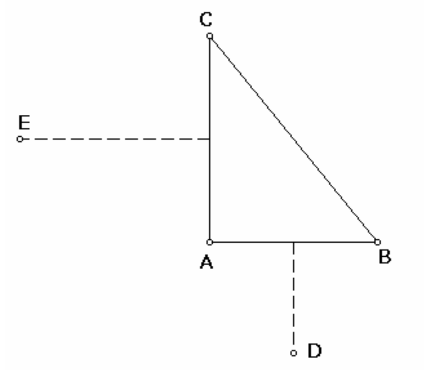
a.- Determinar la posición de L_2 con respecto a L_1 si el haz que define a ambas alineaciones en situación perspectiva tiene como vértice un punto ideal; sabiendo que A_1A_2 es elemento común para ambas alineaciones.

b.- A través del método de dos haces de rectas en situación proyectiva determine la cónica que pasa por cuatro puntos: los tres puntos dados B_2, C_1, C_2, y el punto D en se encuentra en el infinito en dirección perpendicular a la recta B_1B_2 que es tangente a la cónica.

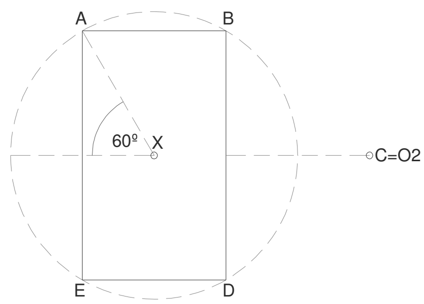


11.- Determine la cónica que pasa por los cinco puntos A, B, C, D, E, a través del método de dos haces de rectas en situación proyectiva, sabiendo que:

A, B, C son vértices de un triángulo rectángulo en A de lado AB = 3 cm. y lado AC = 3.7 cm.
D, E son puntos exteriores del triángulo dado, El punto D está ubicado en la mediatriz de AB y a 2 cm de éste; El punto E está en la mediatriz de AC y a 3,4 cm en dirección AB.



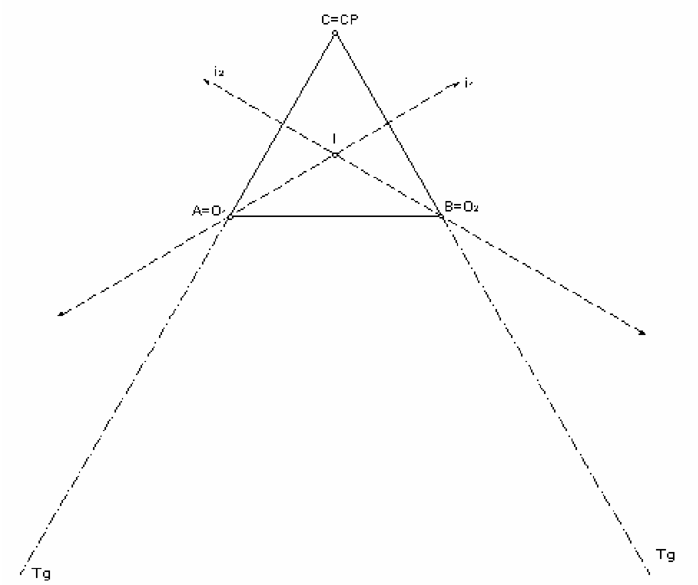
12. A través del método de dos haces planos en situación proyectiva, determine la cónica que pasa por cinco puntos ABCDE, ubicados donde ABDE es un rectángulo inscrito en una circunferencia de radio 3cm con AB=3 cm y C a 3 cm de BD.



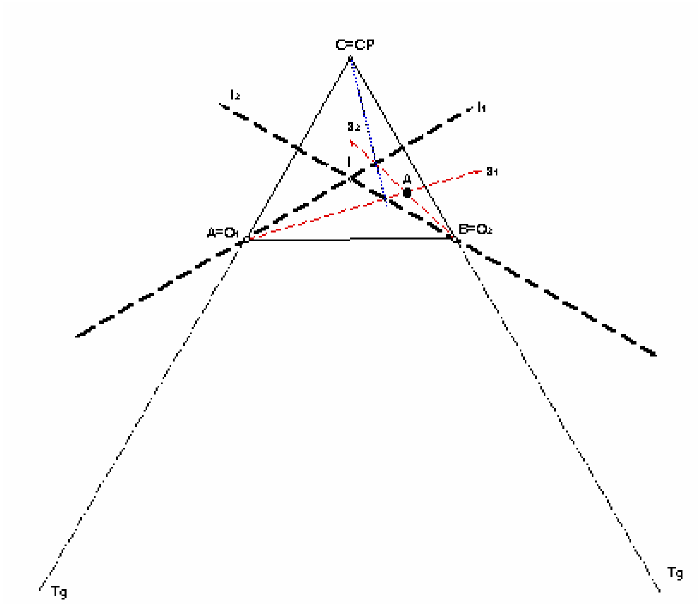
EJERCICIOS RESUELTOS.
Ejercicio Nª 1.

Dado un triángulo equilátero ABC de lado igual a 3 cm. se pide determinar la cónica que pasa por dos vértices y el incentro del triángulo dado si las tangentes a la cónica se cortan en el vértice restante.

Resolución.
1º Paso.
Se definen dos de los vértices de triángulo como vértices de haz. A es O1 y B es O2.
El punto I incentro del triángulo es la intersección de dos rayos correspondientes i1 y i2 que nacen de los los vértices O1 y O2.
CP que es el tercer vértice del triángulo dado, al unirse con O1 y O2 nos define dos rectas tangentes a la cónica solicitada.



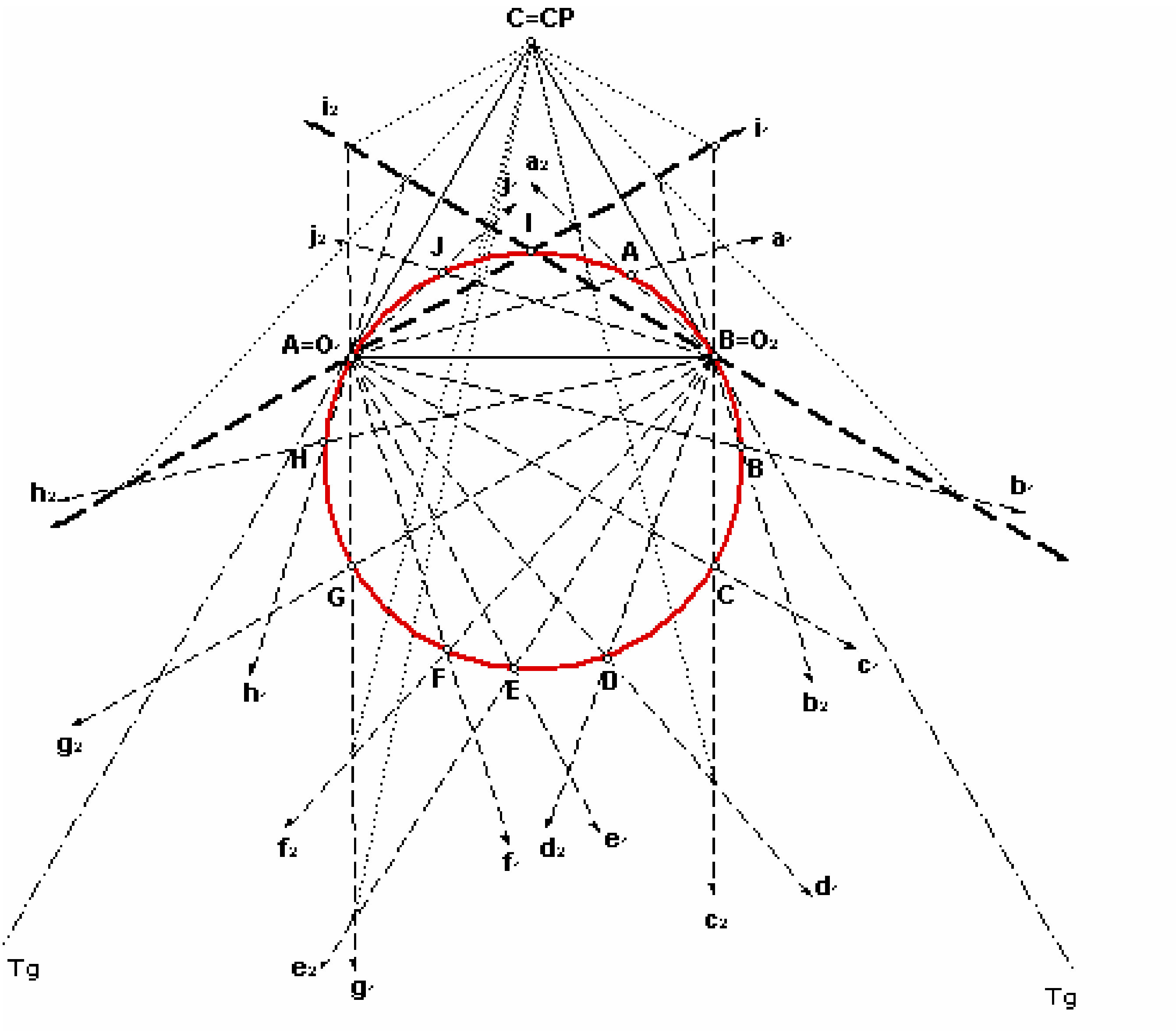
2º Paso.
Los rayos correspondientes i1 y i2 serán las alineaciones que están en situación perspectiva con respecto al vértice de haz, punto CP.
Luego a través de los puntos homólogos de ambas alineaciones i1 y i2 se determinarán los rayos homólogos.
Se traza desde O1 un rayo a1 y donde intersecte al rayo i2 tenemos el punto i2a1.
Unimos i2a1 con CP y donde intersecte al rayo i1 tenemos i1a2 correspondiente de i2a1.
El rayo a2 buscado y que tiene una única posición, nace del vértice O2 y pasa por i1a2.
Finalmente donde el rayo a1 se interseta con el rayo a2 está el punto A que pertenece a la cónica solicitada



3º Paso.

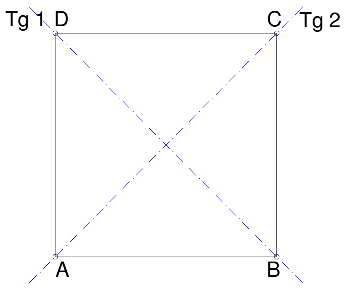
Se procede de igual forma para sacar los puntos restantes.

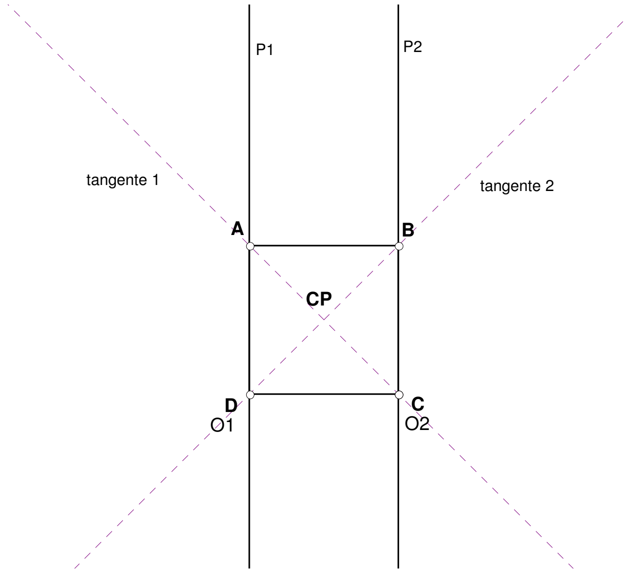
Es decir se traza un rayo arbitrario desde uno de los vértices de haces y su correspondiente nacerá desde el otro vértice de haz y tendrá una única posición, qu e estará dada en base a las alineaciones i1 y i2.

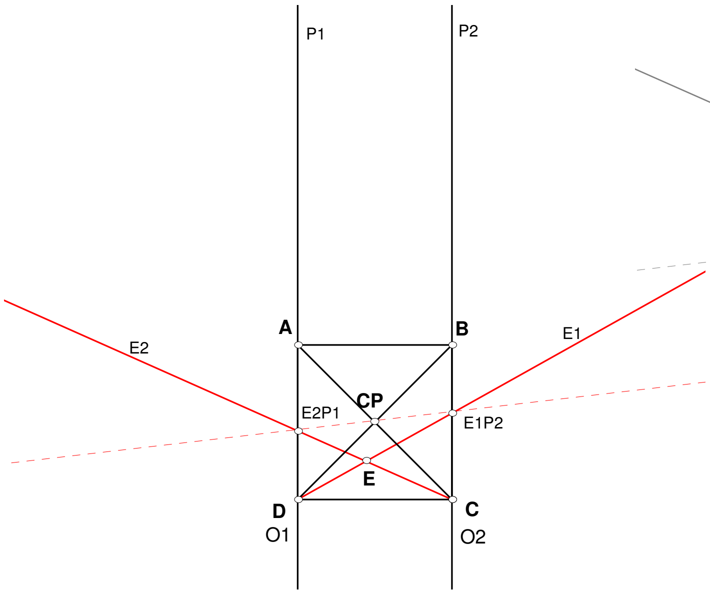


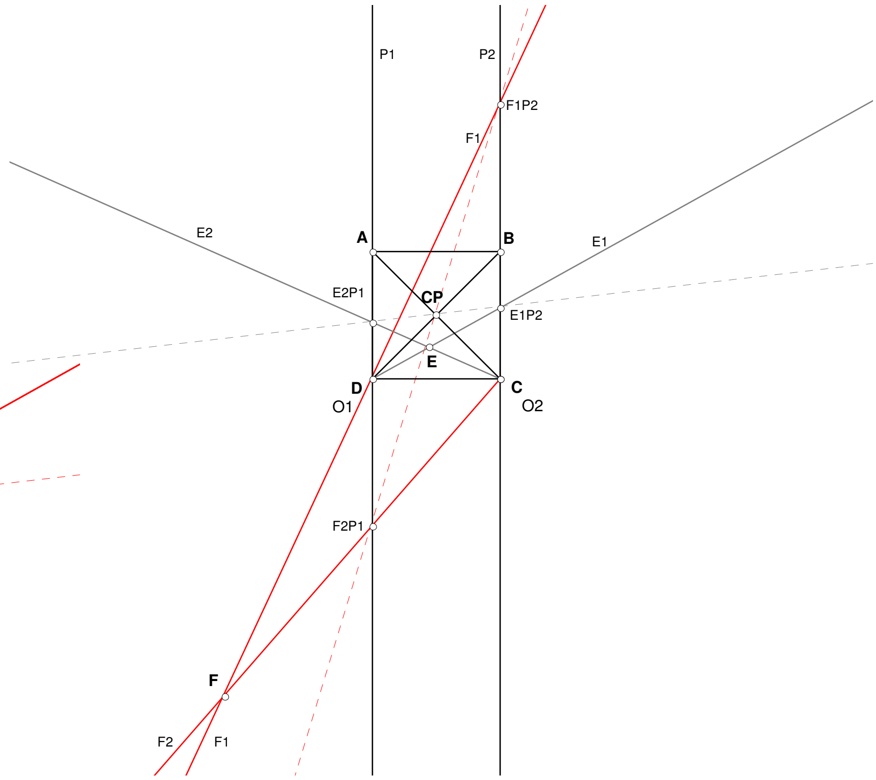
EJERCICIO Nº 3.

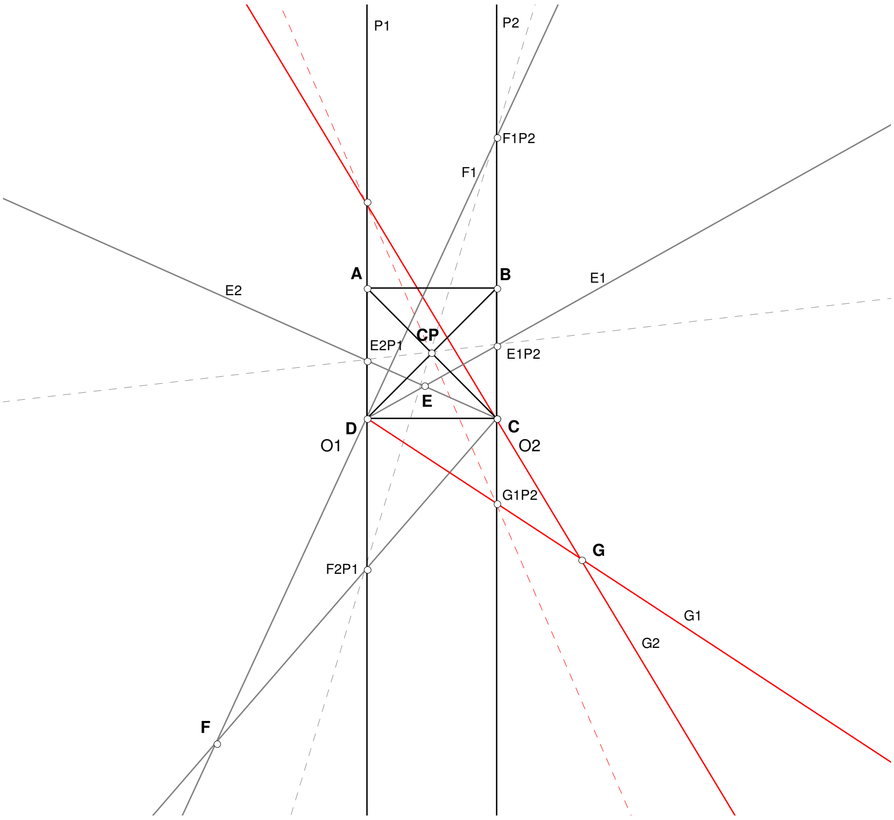
Dado un cuadrado ABCD de lado igual a 3 cm. se pide determinar las cónicas que se generan si su centro perspectivo es la intersección de sus diagonales, además la cónica pasa por 3 puntos: dos vértices consecutivos y un punto P en el infinito en dirección perpendicular al lado que determinan los vértices anteriores.



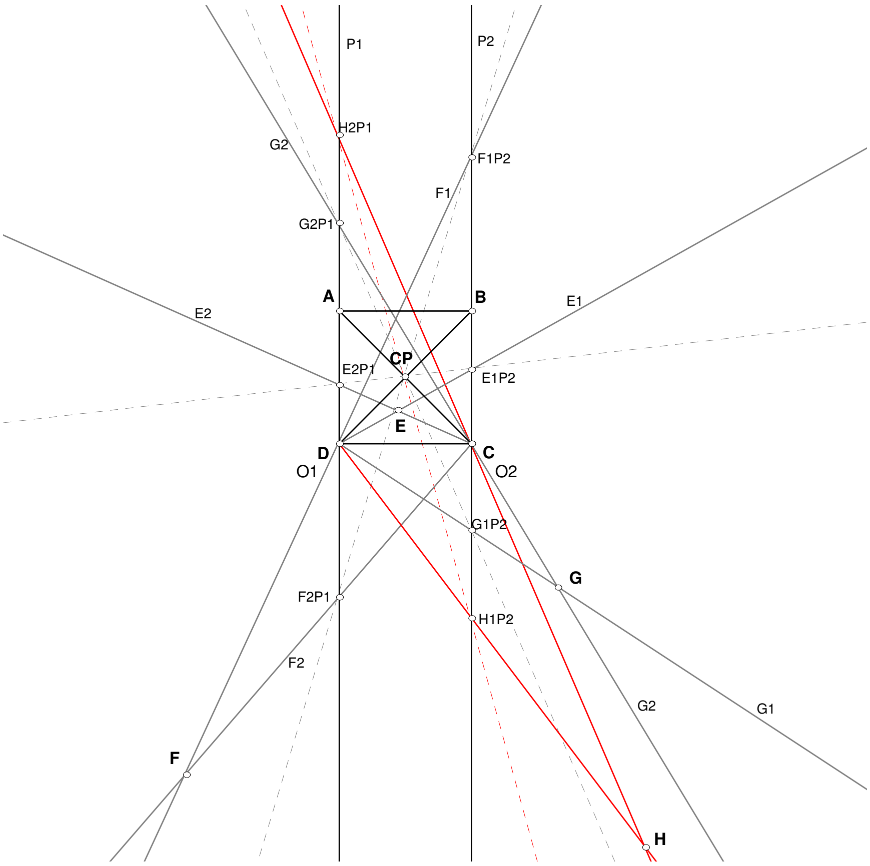




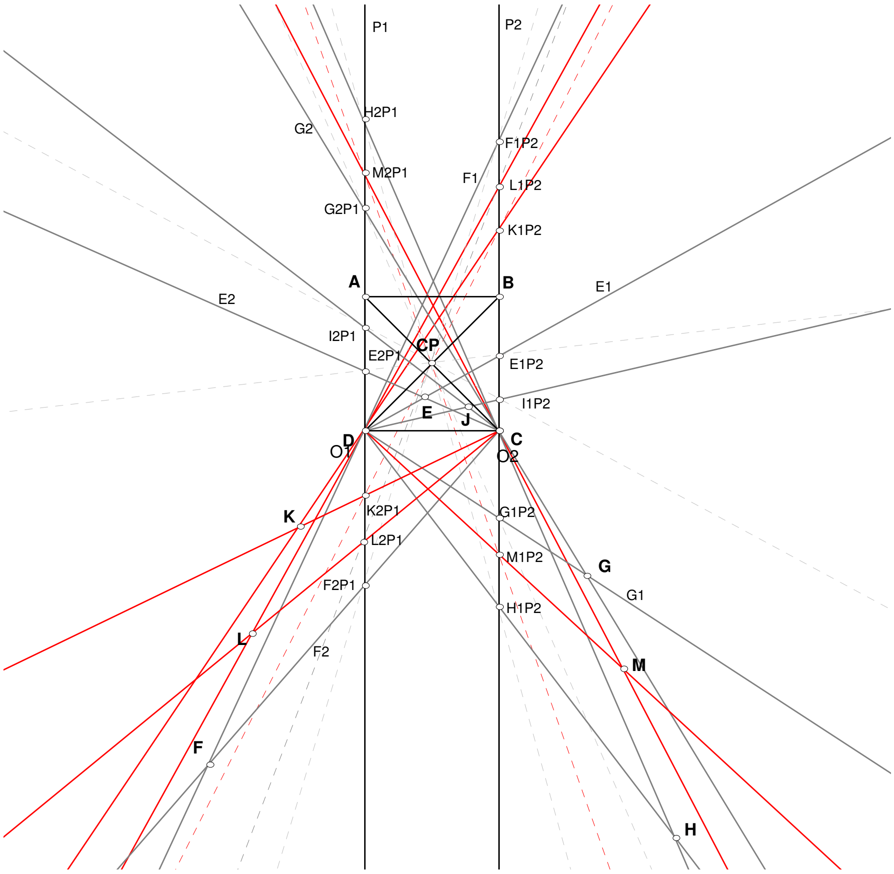


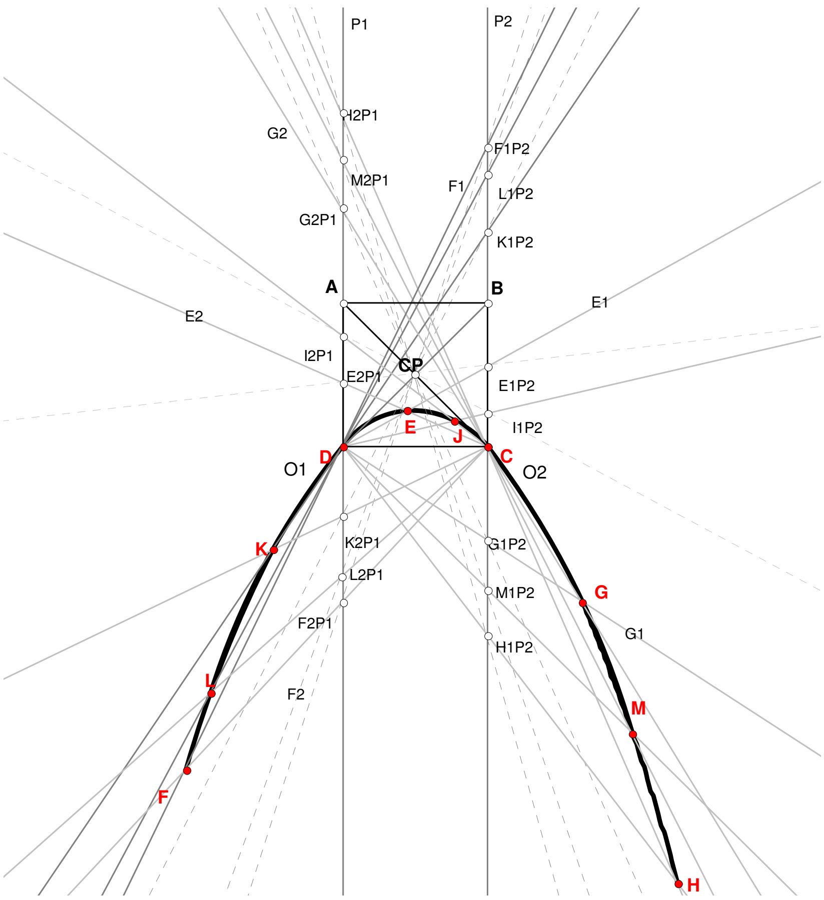


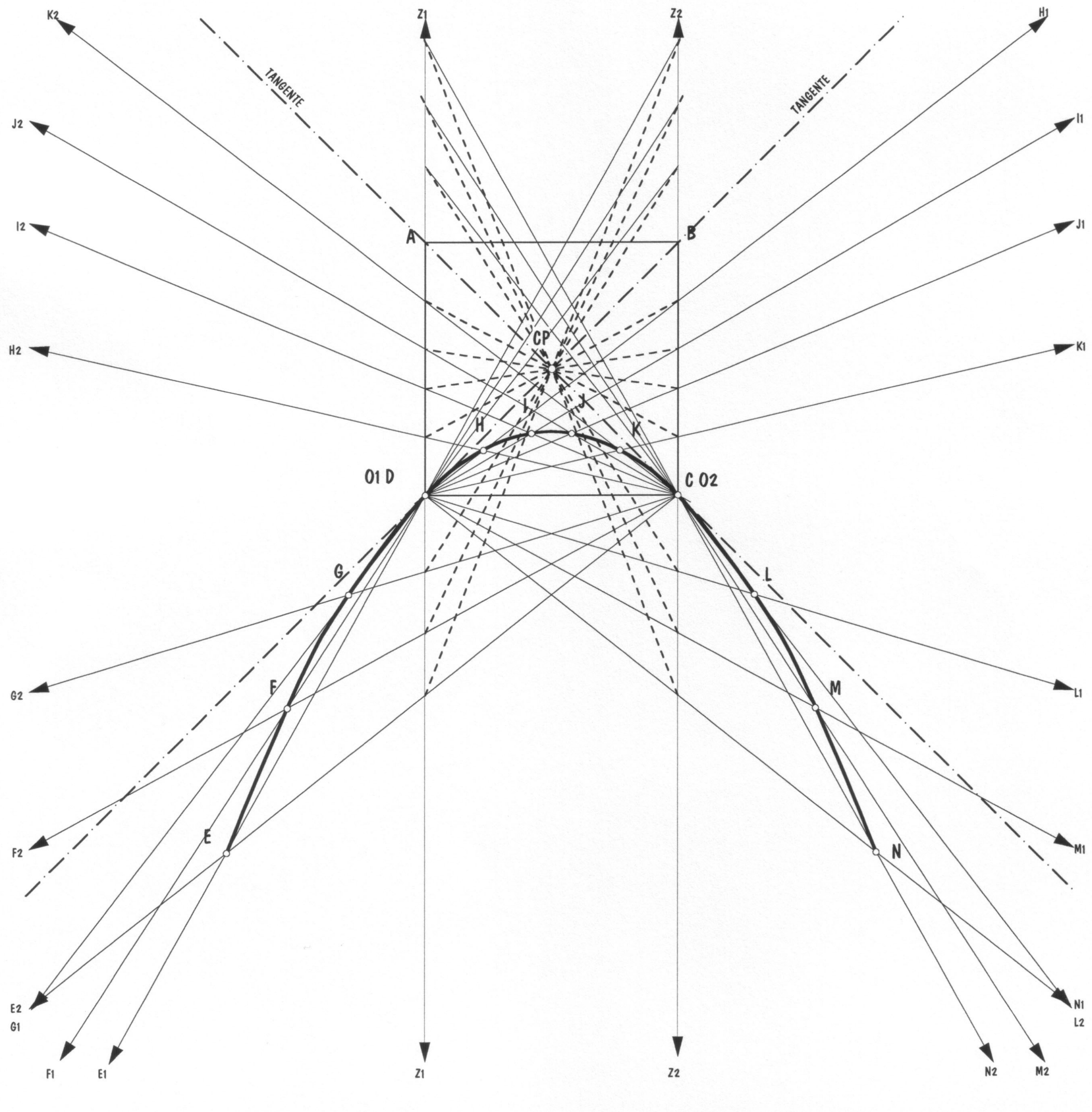
P1
P2
F1P2
F1
E2
A
B
E1
E2P1
CP
E1P2
E
D
C
O1
O2
G1P2
G
F2P1
G1
G2
F



P1
P2
H2P1
G2
F1P2
F1
G2P1
A
B
E2
E1
CP
E2P1
E1P2
E
D
C
O1
O2
G1P2
G
F2P1
H1P2
F2
G2
G1
F
H


P1
P2
H2P1
G2
F1P2
M2P1
F1
L1P2
G2P1
K1P2
A
B
E2
E1
I2P1
CP
E2P1
E1P2
I1P2
E
J
D
C
O1
O2
K
K2P1
G1P2
L2P1
M1P2
G
F2P1
G1
H1P2
L
F2
M
F
H

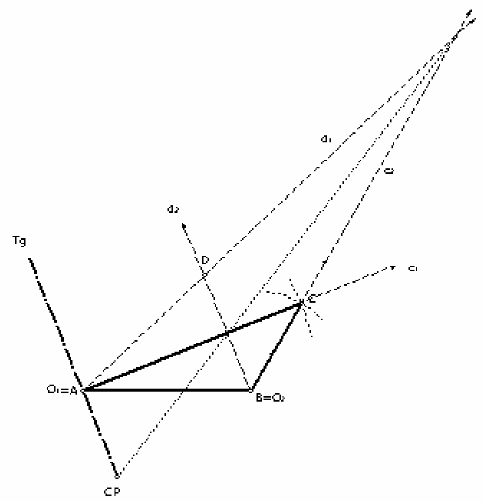

P1
P2
H2P1
G2
F1P2
M2P1
F1
L1P2
G2P1
K1P2
A
B
E1
E2
I2P1
CP
E2P1
E1P2
I1P2
E
J
D
C
O1
O2
K2P1
K
G1P2
L2P1
M1P2
G
F2P1
G1
H1P2
L
F2
M
F
H

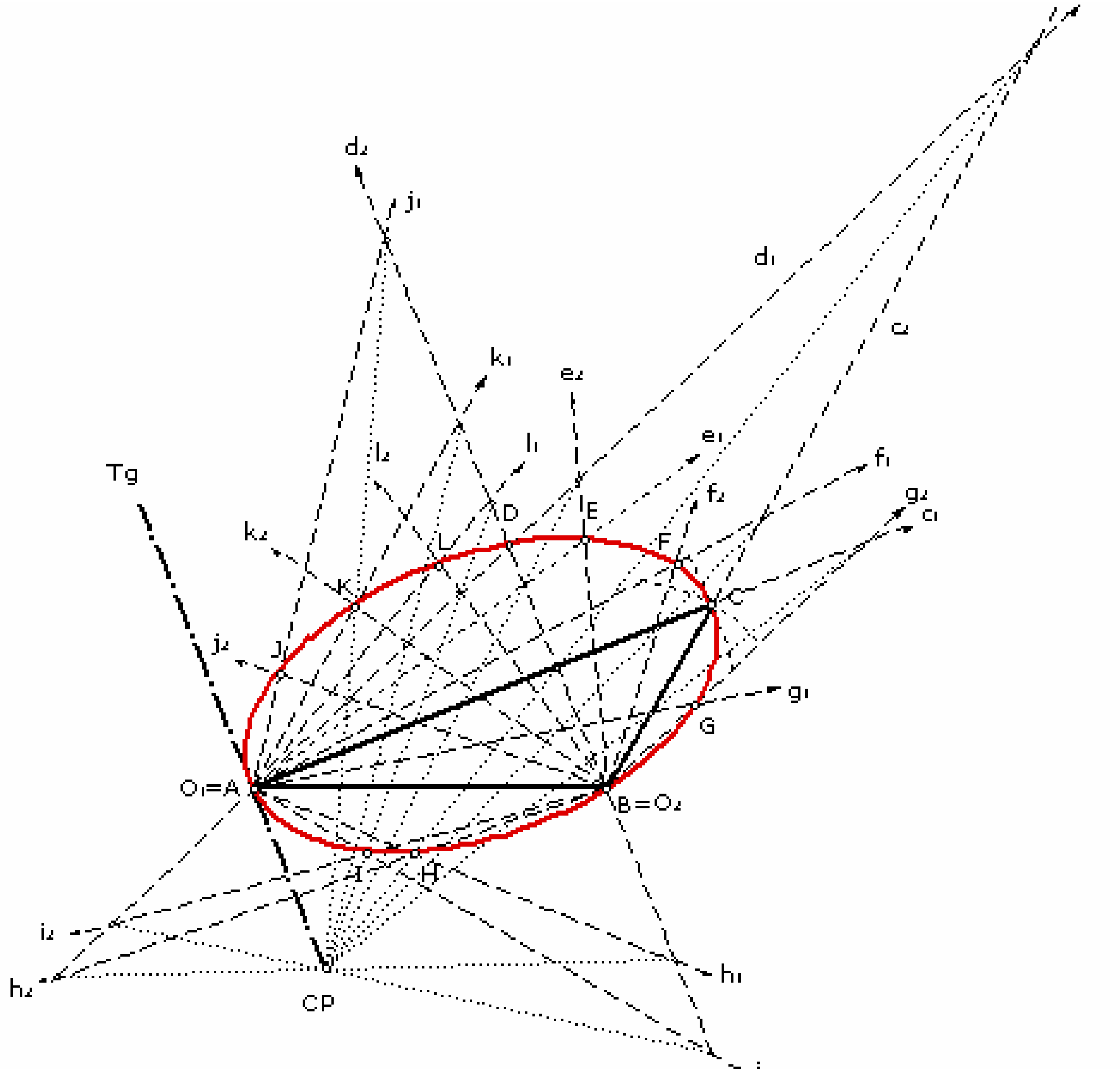


K2
Z1
Z2
H1
TANGENTE
TANGENTE
J2
I1
I2
A
B
J1
H2
CP
K1
I
J
H
K
O1 D
C O2
G
L
G2
L1
F
M
F2
E
N
M1
E2
G1
N1
L2
F1
E1
Z1
Z2
N2
M2

EJERCICIO Nº 4.

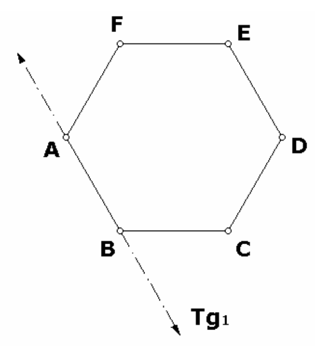
A través del método de dos haces de rectas en situación proyectiva se pide definir la cónica que pasa por los puntos A, B, C, D y es tangente a la recta L, sabiendo que:
A, B, C son vértices de un triángulo escaleno de lados AB= 5 cm, BC= 3 cm y AC= 7 cm.
El punto D es el correspondiente a punto B al aplicarle una reflexión con respecto al trazo AC.
La recta L es perpendicular a trazo AC y contiene al punto A.

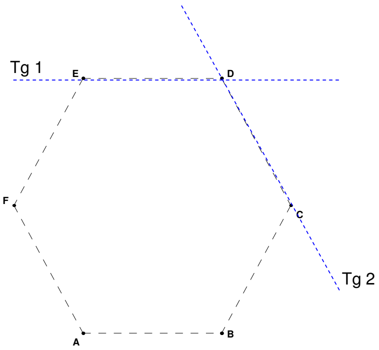


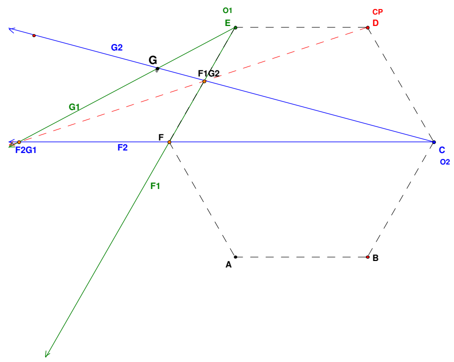


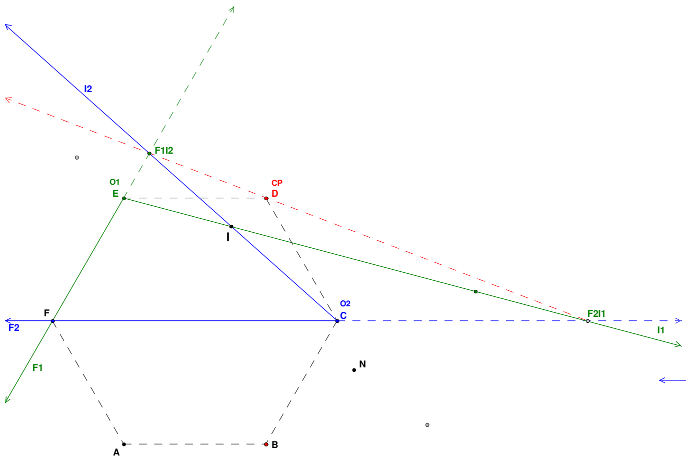
EJERCICIO Nº 6.

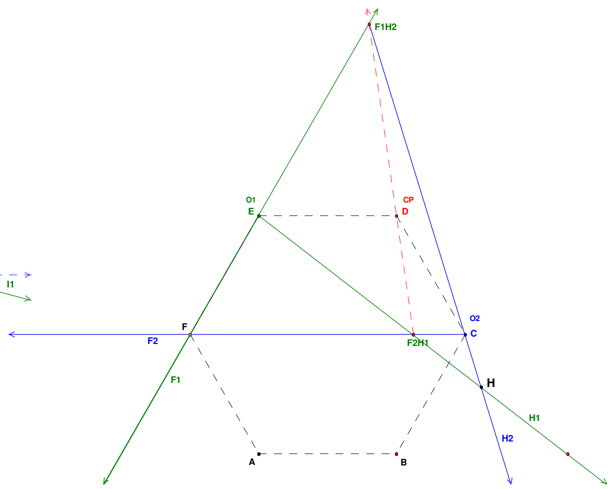
Dado un hexágono regular inscrito en una circunferencia de radio igual a 4 cm se pide definir la cónica que pasa por cuatro vértices del polígono, si uno de sus lados es una de las tangentes a la curva.

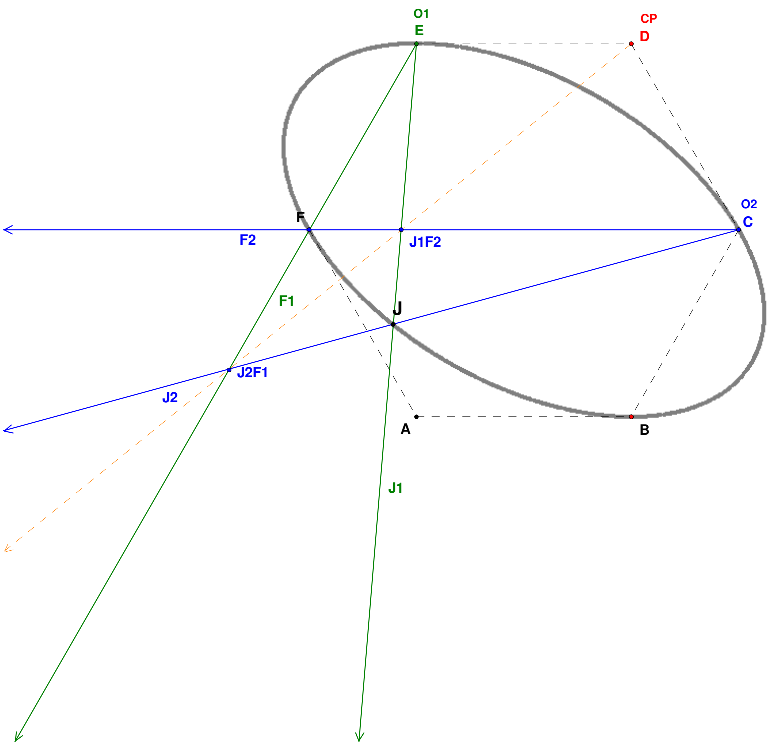








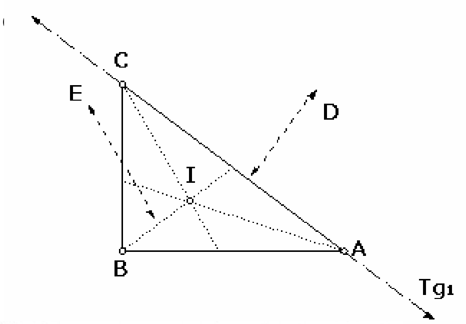


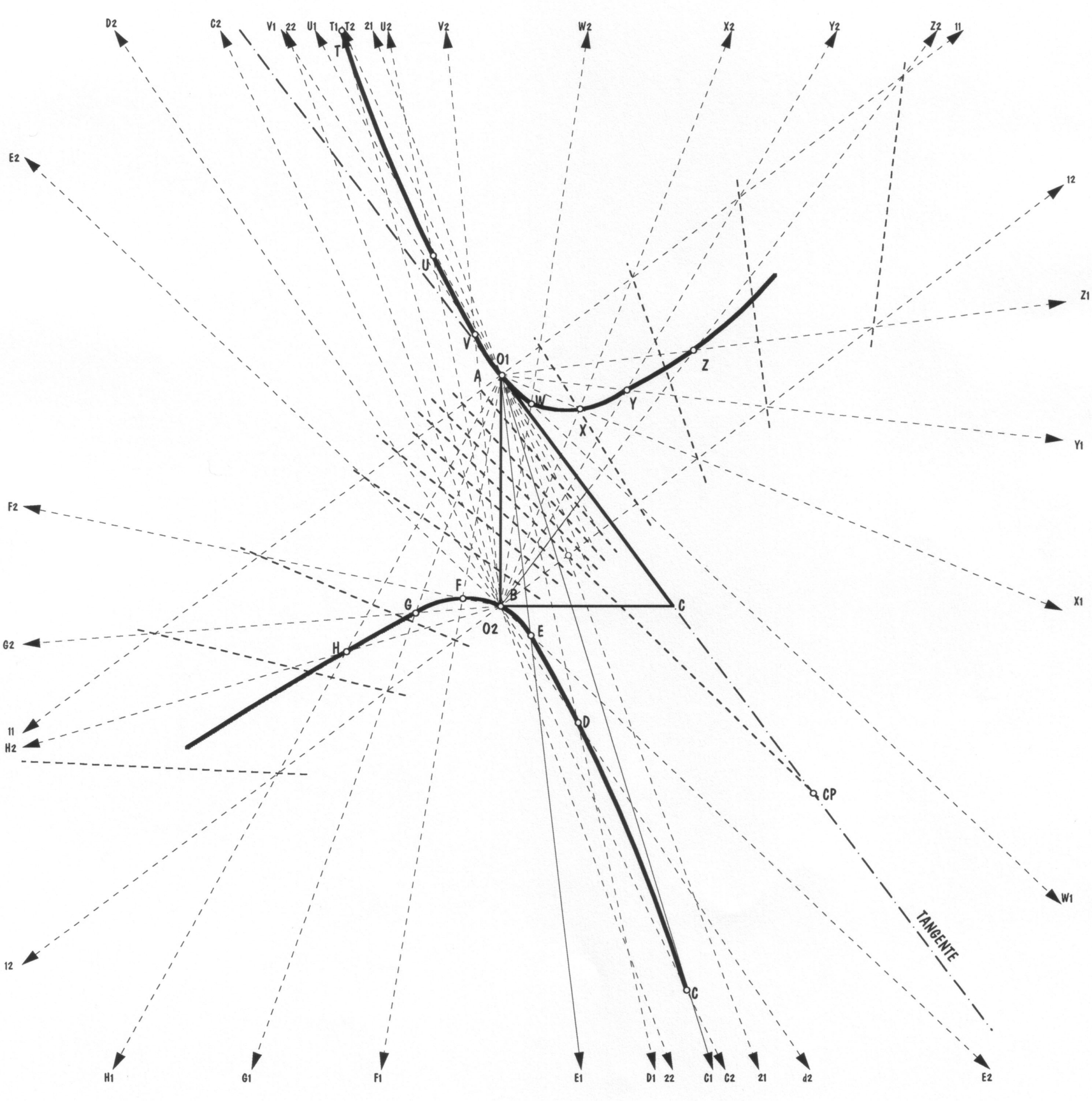


EJERCICIO Nº 8.

Dado un triángulo rectángulo en B de lados BC= 2.8 y BA=3.7 cm, se pide determinar la cónica que pasa por dos vértices del triángulo, y dos puntos en el infinito, uno en dirección perpendicular a la hipotenusa y otro en dirección de la recta que une O_1 (centro de haz de rectas) con el incentro del triángulo dado y además la hipotenusa del triángulo es la tangente a la cónica,

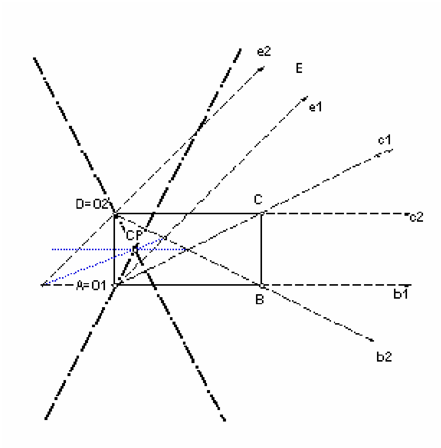
Nota: Existen más de una solución. Aquí se consideró A com

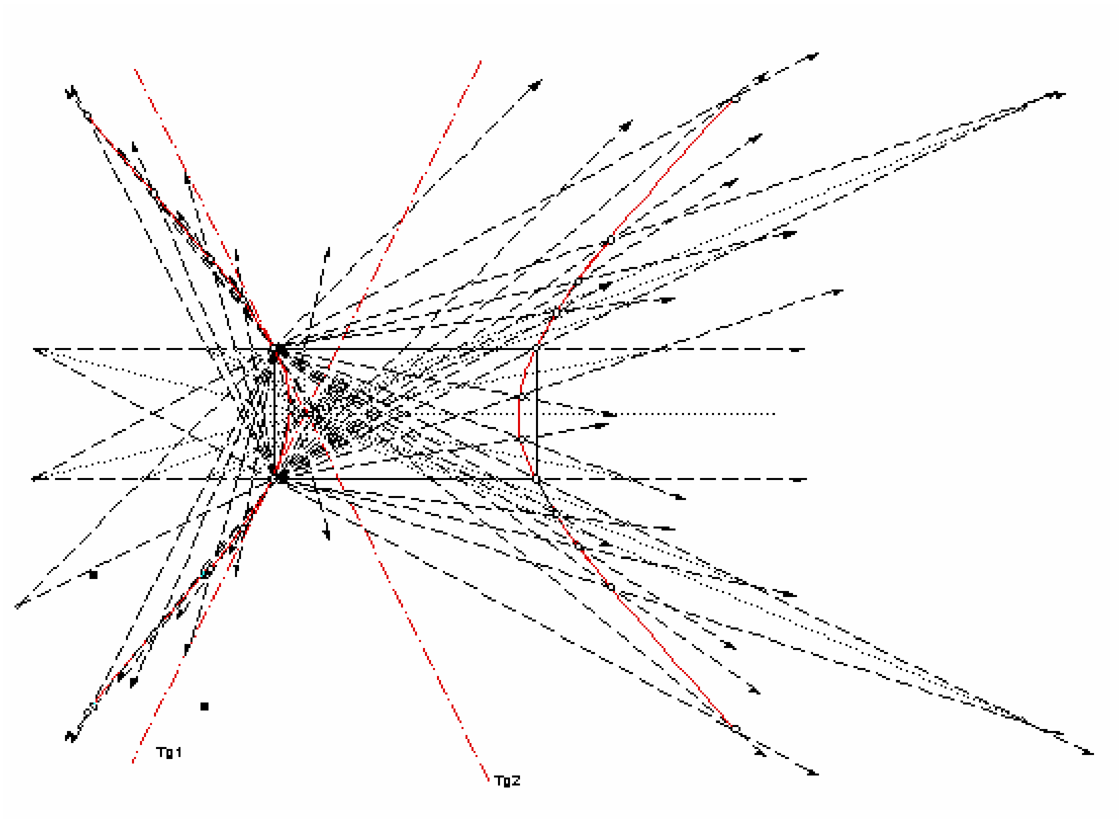




EJERCICIO Nº 9.

Determinar la cónica que pasa por cinco puntos, cuatro de ellos son los vértices de un rectángulo ABCD de lado 2 por 4 cm, si su quinto punto está en el infinito en una dirección de 45º con respecto al lado mayor del rectángulo dado.

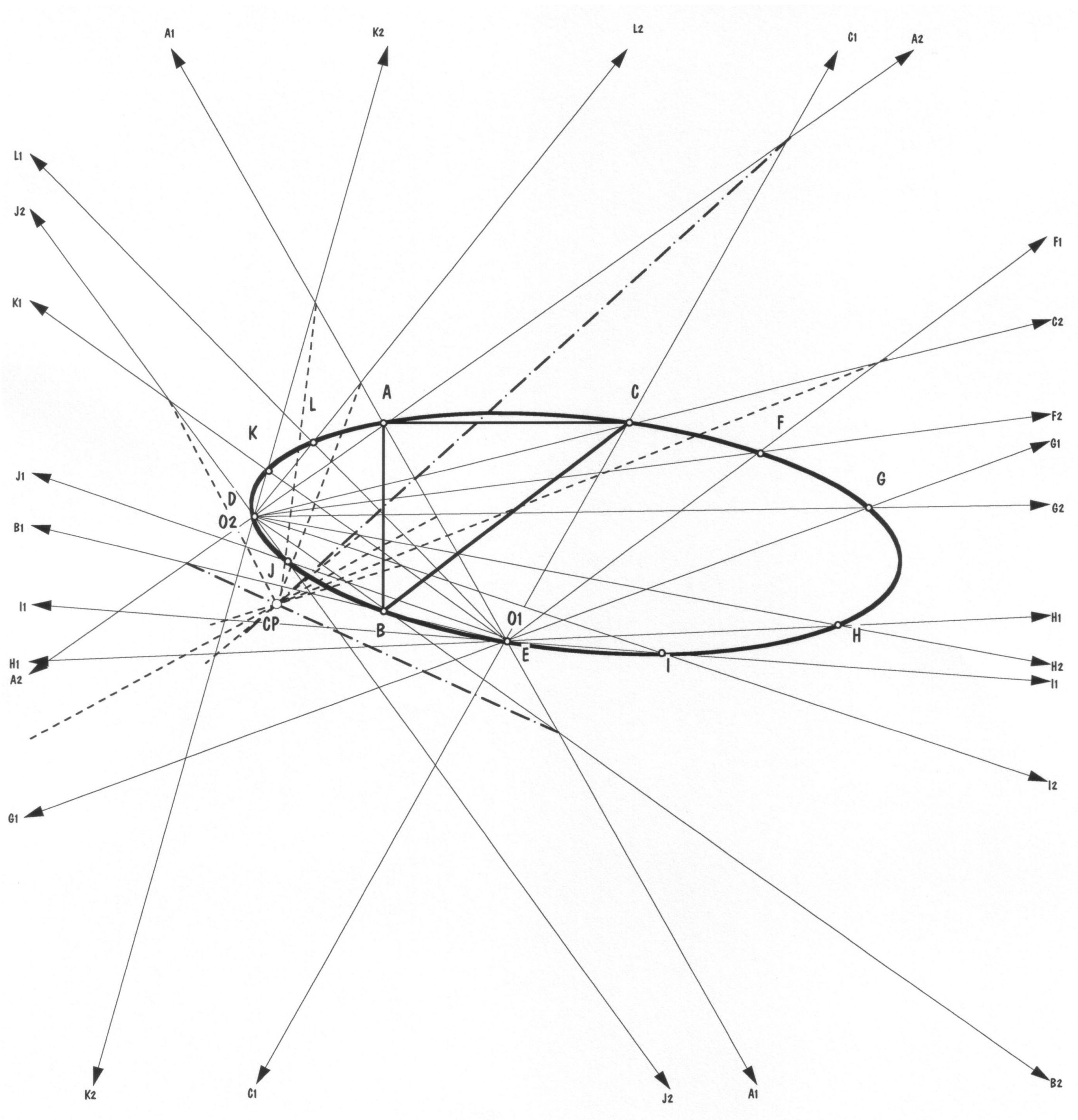




EJERCICIO Nº 11.-

Determine la cónica que pasa por los cinco puntos A, B, C, D, E, a través del método de dos haces de rectas en situación proyectiva, sabiendo que:

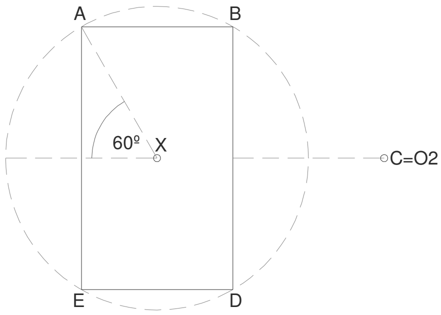
A, B, C son vértices de un triángulo rectángulo en A de lado AB = 3 cm. y lado AC = 3.7 cm.
D, E son puntos exteriores del triángulo dado, El punto D está ubicado en la mediatriz de AB y a 2 cm de éste; El punto E está en la mediatriz de AC y a 3,4 cm en dirección AB.



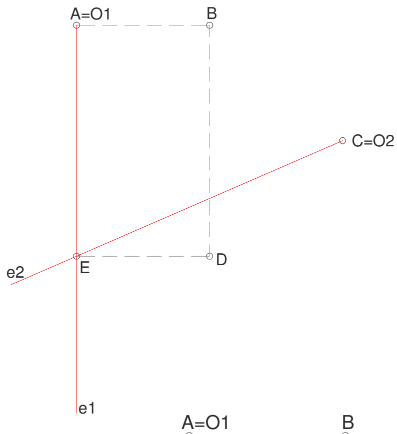
EJERCICIO Nº 12.-

A través del método de dos haces planos en situación proyectiva, determine la cónica que pasa por cinco puntos ABCDE, ubicados donde ABDE es un rectángulo inscrito en una circunferencia de radio 3cm con AB=3 cm. y C a 3 cm. de BD.

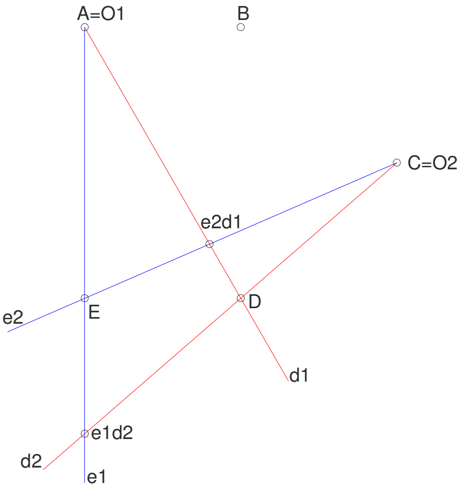
a. Datos.

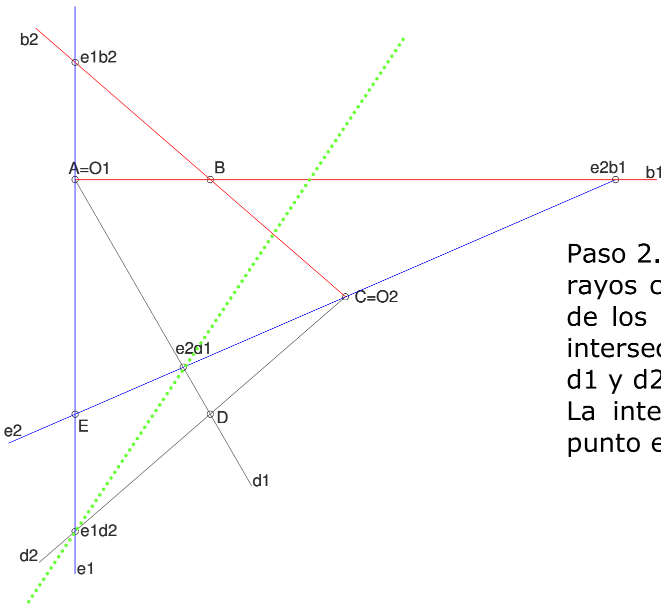


b. Procedimiento para obtener CP.



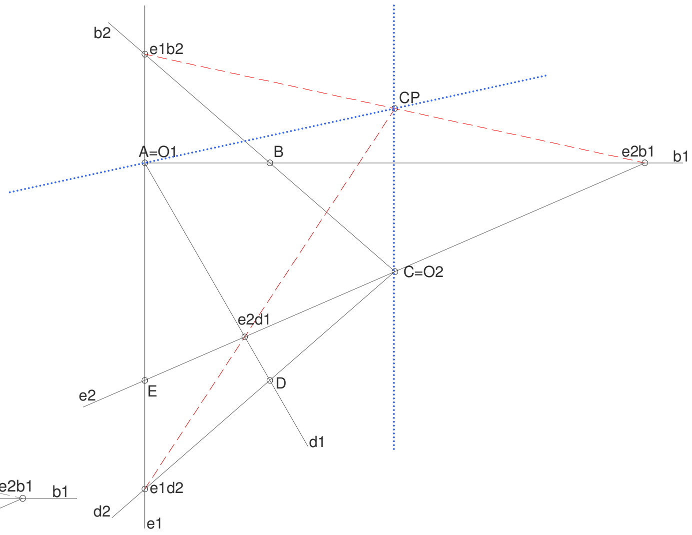
Paso 1. Se definen dos de los cinco puntos dados como vértices de haz. Se consideró A como O1 y C como O2.

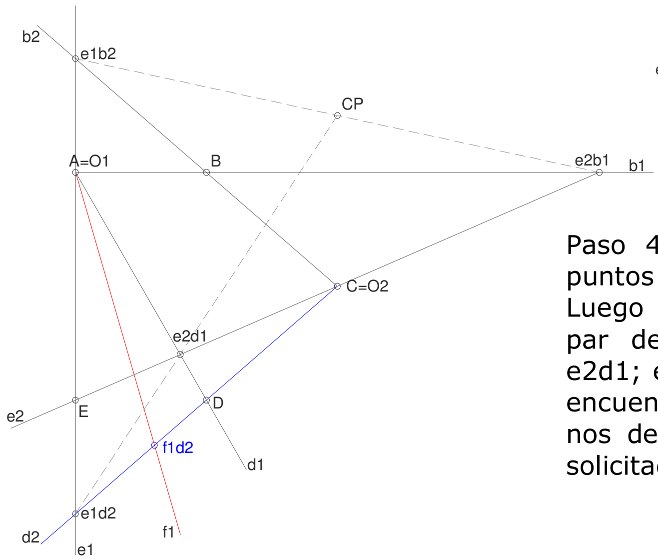




Paso 2. El punto E es la intersección de dos rayos correspondientes e1 y e2 que nacen de los vértices O1 y O2. El punto D es la intersección de dos rayos correspondientes d1 y d2 que nacen de los vértices O1 y O2. La intersección de e1 con d2 generan el punto e1d2, cuyo correspondiente es e2d1.

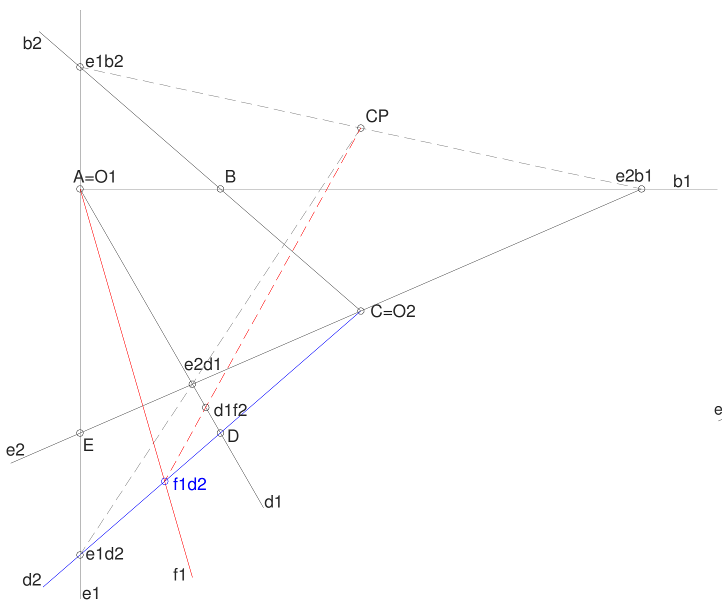
Paso 3. Para conocer CP, debo tener otro par de puntos correspondientes; para ello trabajo con los rayos correspondientes b1 y b2 que se intersectan en el punto B, luego genero en punto e1b2 en la intersección de los rayos e1 con b2, definiendo también su correspondiente e2b1.

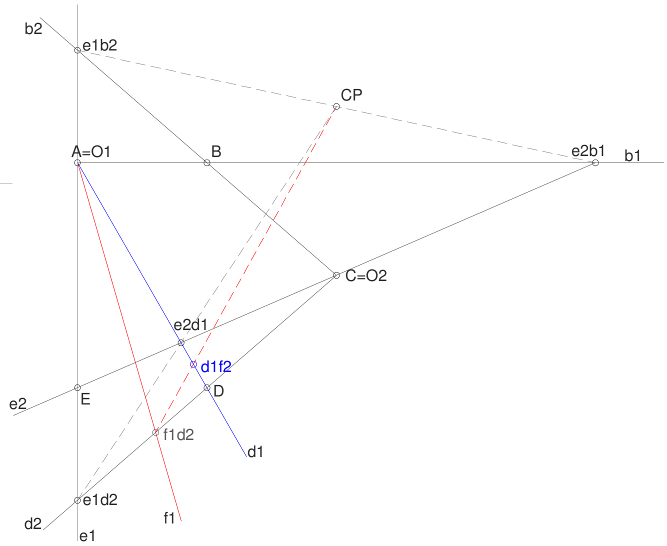


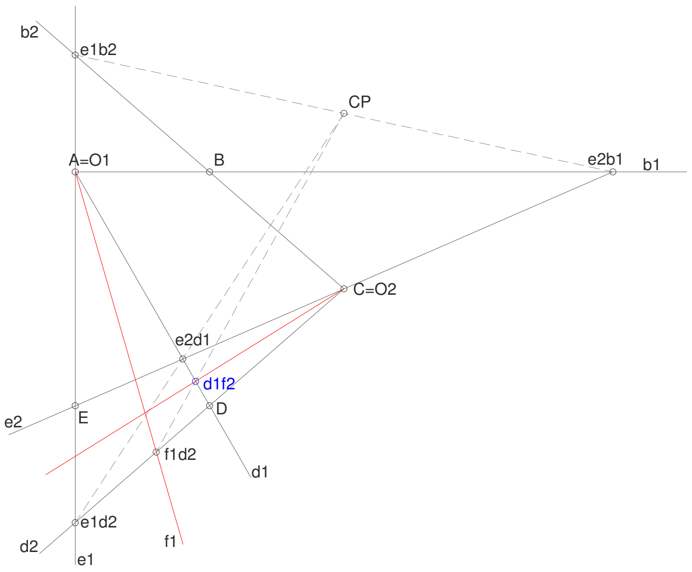


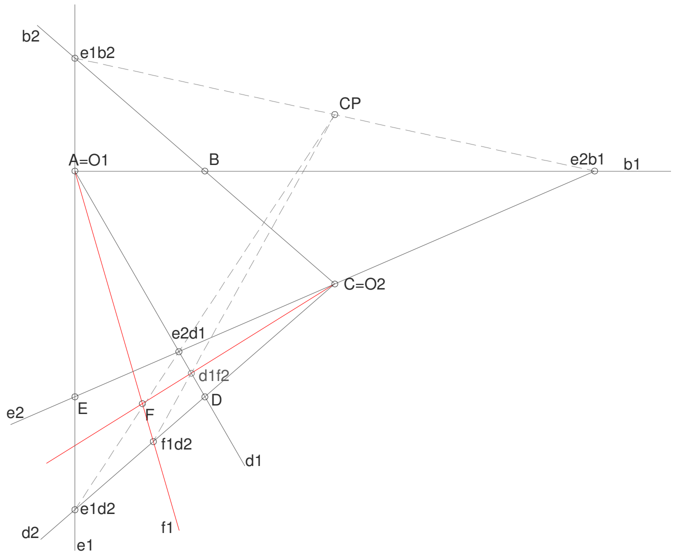
Paso 4. Trazo un segmento que una los puntos correspondientes e1b2 con e2b1. Luego trazo otro segmento que una el otro par de puntos correspondientes e1d2 con e2d1; en la intersección de ambos segmentos encuentro CP, el que al unirse con O1 y O2 nos define dos rectas tangentes a la cónica solicitada.

c. Procedimiento para obtener un nuevo punto.









d. Resultado final.