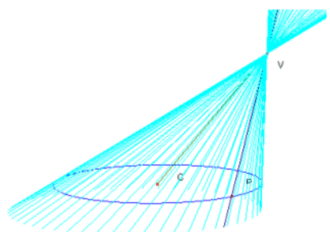
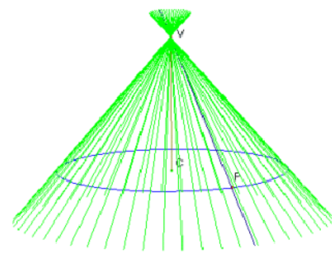
CONO.

Es una superficie generada por una recta que se mueve de modo que siempre corte a una circunferencia dada **C** y que pase por un punto fijo **V**.





Generatriz: es la recta generadora del cono circular.

Vértice de cono: es el punto fijo **V**.

G E O M E T R Í A CICLO II. TRANSFORMACIONES PROYECTIVAS.

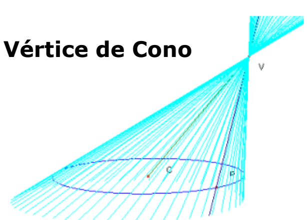
CONO.

El vértice divide cada generatriz en dos semirrectas y al cono en dos hojas.

El eje central del cono es la recta que une el centro de la circunferencia basal con el vértice del cono. De acuerdo al ángulo que forme con la circunferencia basal, da origen al cono recto u oblicuo.

- **Cono Oblicuo.**

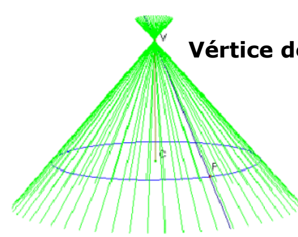
Vértice de Cono



Generatriz del Cono

- **Cono Recto.**

Vértice de Cono



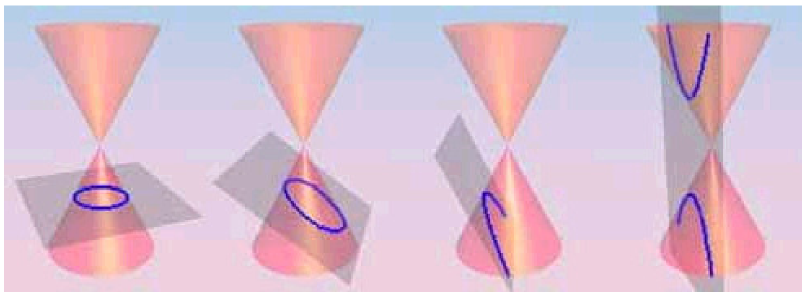
Generatriz del Cono

U N I V E R S I D A D D E C H I L E. F A C U L T A D D E A R Q U I T E C T U R A Y U R B A N I S M O. P R I M E R A Ñ O
P R O F E S O R A: M I R T H A P A L L A R É S A Y U D A N T E : E L I S A B E T H A V A L O S.

SECCIONES CÓNICAS O CÓNICAS.

Cuando un cono es seccionado o se corta con un plano se forma una curva. La intersección de la superficie cónica y el plano dan origen a distintas curvas.

Estas curvas reciben el nombre de **secciones cónicas** o simplemente **cónicas**.

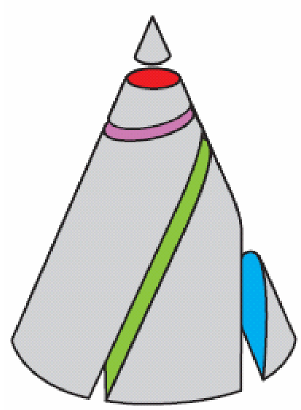


G E O M E T R Í A CICLO II. TRANSFORMACIONES PROYECTIVAS.

GENERACION DE CÓNICAS.

En función de la relación existente entre el **ángulo de conicidad** y la inclinación del plano respecto del eje del cono, pueden obtenerse diferentes secciones cónicas.

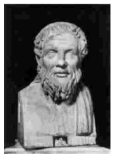
- **CIRCUNFERENCIA.**
- **ELIPSE**
- **PARABOLA**
- **HIPERBOLA**



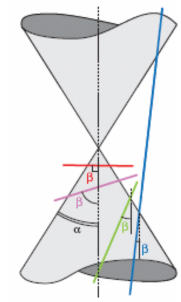
UNIVERSIDAD DE CHILE. FACULTAD DE ARQUITECTURA Y URBANISMO. PRIMER AÑO
PROFESORA: MIRTHA PALLARÉS AYUDANTE: ELISABETH AVALOS.

GEOMETRÍA CICLO II. TRANSFORMACIONES PROYECTIVAS.

SECCIONES CÓNICAS.



Apolonio (262-200 a.C.) de la Escuela de Alejandría y a quien se deben los nombres de parábola, hipérbola y elipse, dio una visión general de las secciones cónicas, al generar todas, variando la inclinación del plano que corta al cono con respecto del eje del mismo.



β = 90°: Circunferencia (rojo)

$\beta > \alpha$: Elipse (morado)

$\beta = \alpha$: Parábola (verde)

$\beta < \alpha$: Hipérbola (azul)

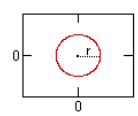
UNIVERSIDAD DE CHILE. FACULTAD DE ARQUITECTURA Y URBANISMO. PRIMER AÑO

PROFESORA: MIRTHA PALLARÉS AYUDANTE: ELISABETH AVALOS.

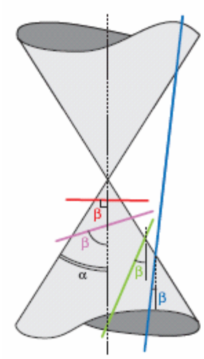
GEOMETRÍA CICLO II. TRANSFORMACIONES PROYECTIVAS.

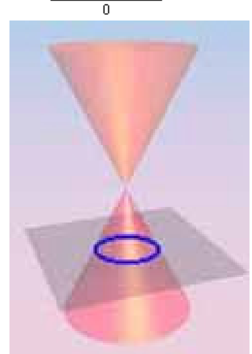
SECCIONES CÓNICAS.

b = 90°: **Circunferencia** (rojo)



Ejemplo en la naturaleza de **circunferencias**. Ondas en el agua.





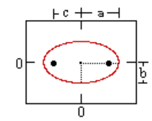
UNIVERSIDAD DE CHILE. FACULTAD DE ARQUITECTURA Y URBANISMO. PRIMER AÑO

PROFESORA: MIRTHA PALLARÉS AYUDANTE: ELISABETH AVALOS.

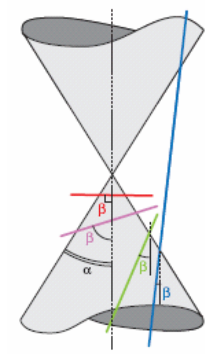
GEOMETRÍA CICLO II. TRANSFORMACIONES PROYECTIVAS.

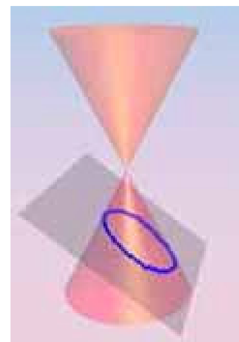
SECCIONES CÓNICAS.

b > a : **Elipse** (morado)



Ejemplo en la naturaleza de **Elipse**. Forma de una hoja.





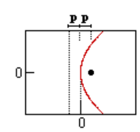
UNIVERSIDAD DE CHILE. FACULTAD DE ARQUITECTURA Y URBANISMO. PRIMER AÑO

PROFESORA: MIRTHA PALLARÉS AYUDANTE: ELISABETH AVALOS.

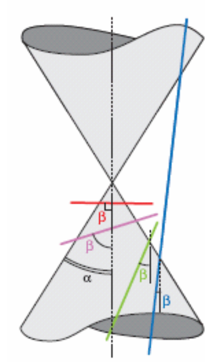
GEOMETRÍA CICLO II. TRANSFORMACIONES PROYECTIVAS.

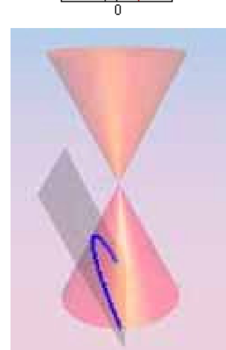
SECCIONES CÓNICAS.

b = a : **Parábola** (verde)



Ejemplo en la naturaleza de **Parábolas**. Haz de luz.





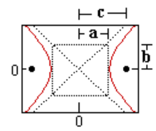
UNIVERSIDAD DE CHILE. FACULTAD DE ARQUITECTURA Y URBANISMO. PRIMER AÑO

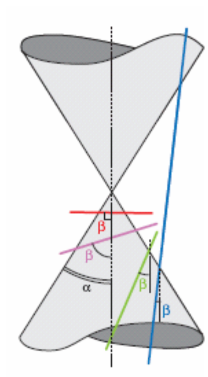
PROFESORA: MIRTHA PALLARÉS AYUDANTE: ELISABETH AVALOS.

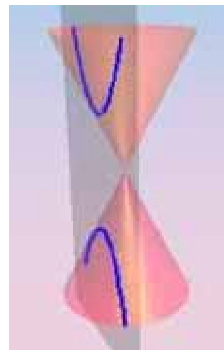
GEOMETRÍA CICLO II. TRANSFORMACIONES PROYECTIVAS.

SECCIONES CÓNICAS.

b < a : **Hipérbola** (azul)







UNIVERSIDAD DE CHILE. FACULTAD DE ARQUITECTURA Y URBANISMO. PRIMER AÑO

PROFESORA: MIRTHA PALLARÉS AYUDANTE: ELISABETH AVALOS.

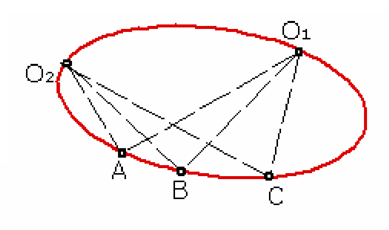
GEOMETRÍA CICLO II. TRANSFORMACIONES PROYECTIVAS.

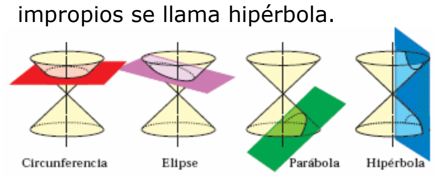
DEFINICION DE CONICA DE STEINER.

Definición de cónica utilizando la **geometría proyectiva**.

Se llama cónica la lugar geométrico de los puntos de intersección de rectas homólogas de dos haces proyectivos de un mismo plano, que no sean perspectivos.

- Si la cónica así definida no tiene puntos impropios, se llama elipse; si tiene un punto impropio se llama parábola y si tiene dos puntos impropios se llama hipérbola.





UNIVERSIDAD DE CHILE. FACULTAD DE ARQUITECTURA Y URBANISMO. PRIMER AÑO

PROFESORA: MIRTHA PALLARÉS AYUDANTE: ELISABETH AVALOS.

DETERMINACION DE CONICAS.

TEOREMA.

- Una cónica queda determinada por cinco puntos de los cuales no haya nunca tres sobre una misma recta.

- Una cónica queda determinada por cuatro puntos, tres de los cuales no estén nunca sobre una recta y una tangente en uno de ellos.

  En este caso el centro perspectivo sería un punto de la tangente dada.

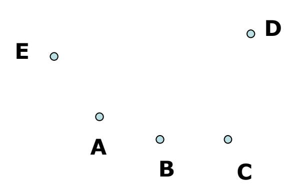
- Una cónica queda determinada por tres puntos, no alineados y las tangentes en dos de ellos.

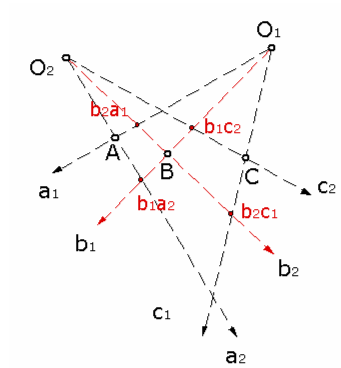
  En este caso la intersección de las tangentes nos determina el centro perspectivo.

GEOMETRÍA CICLO II. TRANSFORMACIONES PROYECTIVAS.

CONSTRUCCION DE CONICAS.

- A través del método de dos haces de rectas en situación proyectiva se pide definir la cónica que pasa por cinco puntos A, B, C, D y E, ubicados en la posición que se indica.





UNIVERSIDAD DE CHILE. FACULTAD DE ARQUITECTURA Y URBANISMO. PRIMER AÑO
PROFESORA: MIRTHA PALLARÉS AYUDANTE: ELISABETH AVALOS.

G E O M E T R Í A CICLO II. TRANSFORMACIONES PROYECTIVAS.

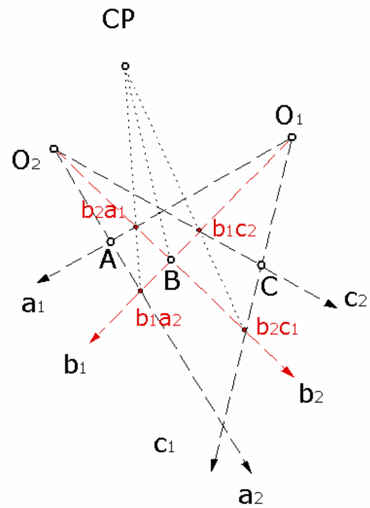
CONSTRUCCION DE CONICAS.

Dos rayos correspondientes **b1** y **b2** serán dos alineaciones definidas por tres puntos con un punto doble común, lo que indica que estarán en situación perspectiva.

b1: b1a2 b1b2 b1c2

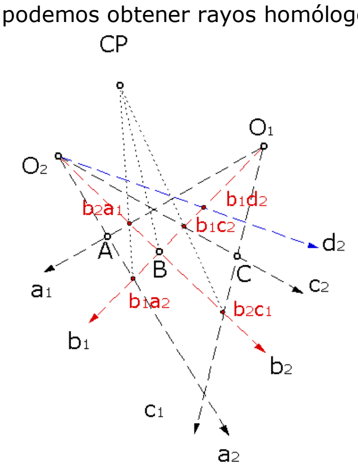
b2: b2a1 b2b1 b2c1

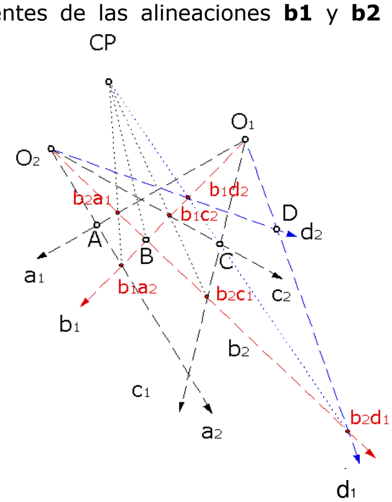
La unión de puntos correspondientes de las alineaciones b1 y b2: **b1a2** con **b2a1** y **b1c2** con **b2c1,** nos darán **CP**.

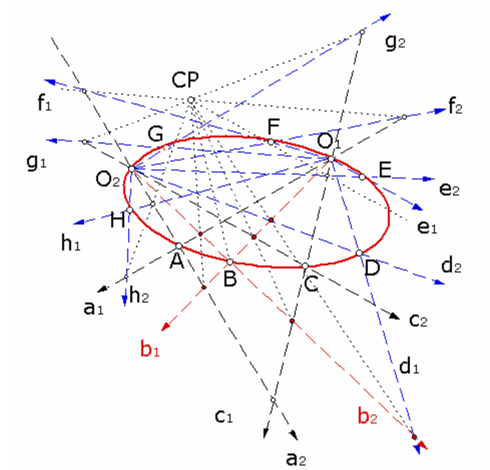


G E O M E T R Í A CICLO II. TRANSFORMACIONES PROYECTIVAS.

A través de los puntos correspondientes de las alineaciones **b1** y **b2** podemos obtener rayos homólogos.



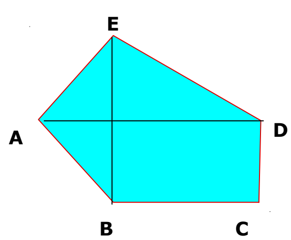


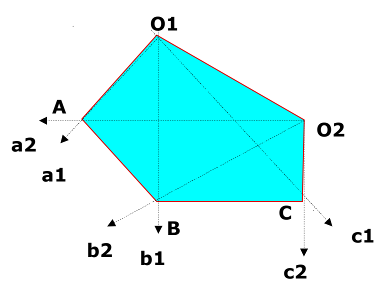


GEOMETRÍA CICLO II. TRANSFORMACIONES PROYECTIVAS.

Ejercicio.

Utilizando el método a través de una forma intermedia de dos haces planos de recta en situación proyectiva, construya la cónica que pasa por los cinco puntos que se indican.

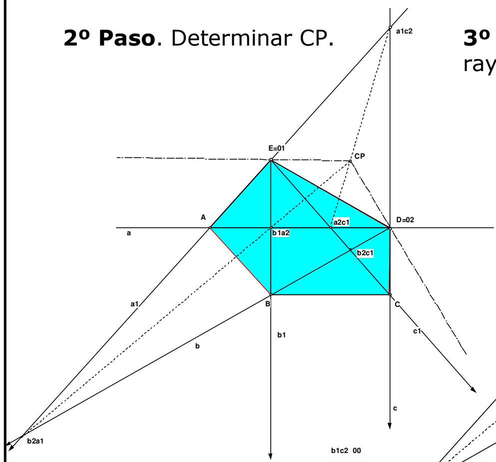




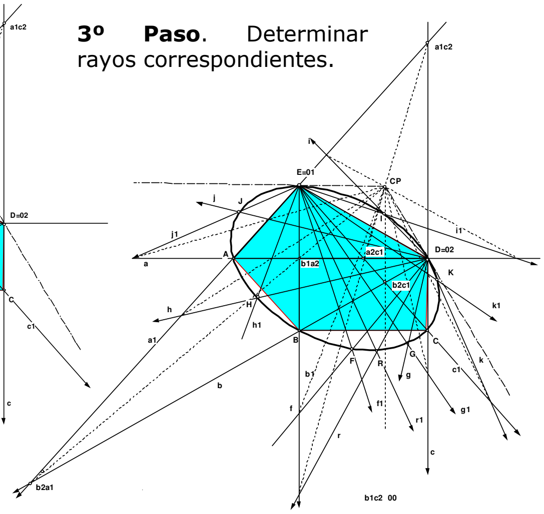
1º Paso. Elegir dos de los vértices de la forma como vértices de haces.

UNIVERSIDAD DE CHILE. FACULTAD DE ARQUITECTURA Y URBANISMO. PRIMER AÑO
PROFESORA: MIRTHA PALLARÉS AYUDANTE: ELISABETH AVALOS.

2º Paso. Determinar CP.



3º Paso. Determinar rayos correspondientes.

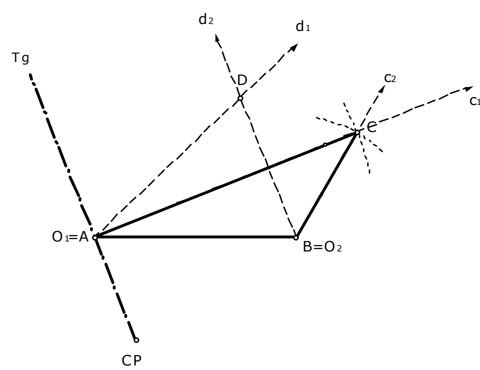


Ejercicio.

A través del método de dos haces de rectas en situación proyectiva se pide definir la cónica que pasa por los puntos A, B, C, D y es tangente a la recta L, sabiendo que:

A, B, C son vértices de un triángulo escaleno de lados AB= 5 cm, BC= 3 cm y AC= 7 cm.
El punto D es el correspondiente a punto B al aplicarle una reflexión con respecto al trazo AC.

La recta L es perpendicular a trazo AC y contiene al punto A.

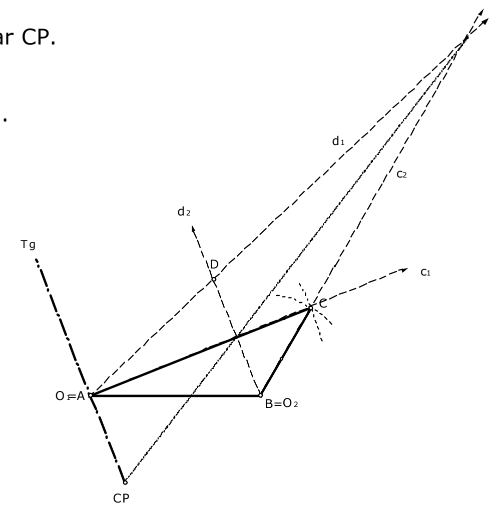


1º PASO: Determinar CP.

Uno c1d2 con c2d1 y

Donde corte a la tang.

Obtengo CP.



2º PASO: Determinar rayos correspondientes.

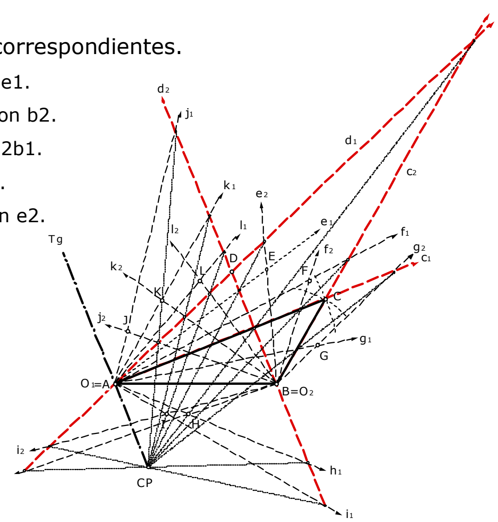
a.- Por O1 trazo un rayo arbitrario e1.

b.- Determino intersección de e1 con b2.

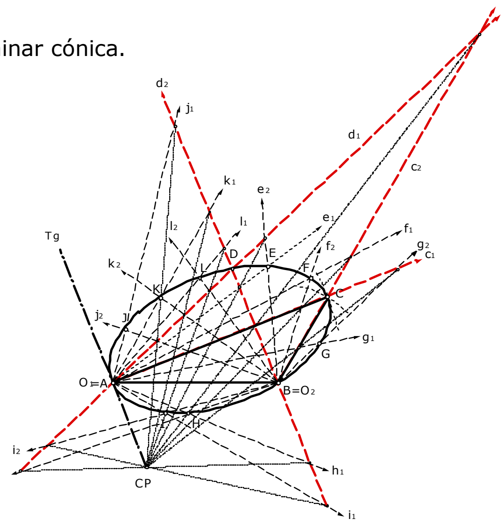
c.- Uno e1b2 con CP y determino e2b1.

d.- defino e2 uniendo e2b1 con O2.

e.- Defino E. Intersección de e1 con e2.



3º PASO: Determinar cónica.



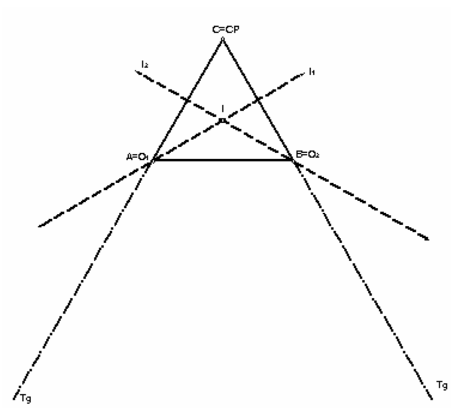
GEOMETRÍA CICLO II. TRANSFORMACIONES PROYECTIVAS.

Ejercicio.

Dado un triángulo equilátero ABC de lado igual a 3 cm. se pide determinar la cónica que pasa por dos vértices y el incentro del triángulo dado si las tangentes a la cónica se cortan en el vértice restante.

a.- En este caso deben ser vértices de haces los vértices del triángulo.

b.- i1 y i2 serán las alineaciones que estarán en situación perspectiva con respecto al haz de vértice CP. Luego a través de los puntos correspondientes a i1 y i2 se determinaran los rayos correspondientes.

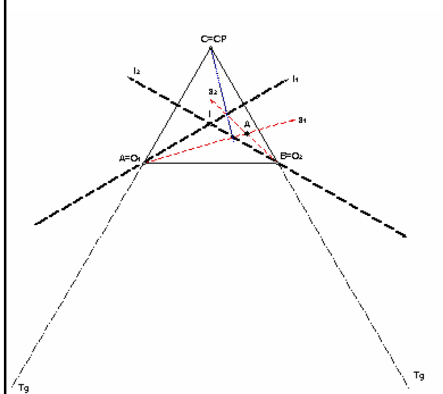


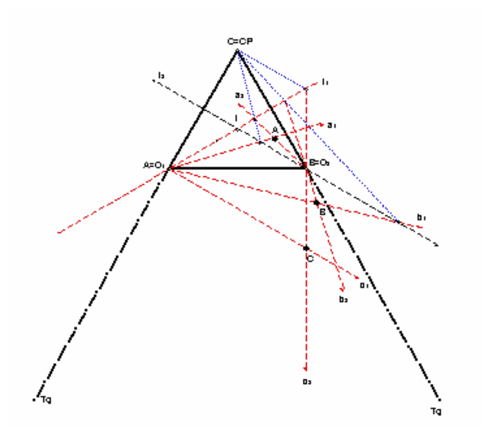
UNIVERSIDAD DE CHILE. FACULTAD DE ARQUITECTURA Y URBANISMO. PRIMER AÑO
PROFESORA: MIRTHA PALLARÉS AYUDANTE: ELISABETH AVALOS.

G E O M E T R Í A

CICLO II. TRANSFORMACIONES PROYECTIVAS.

Ejercicio.





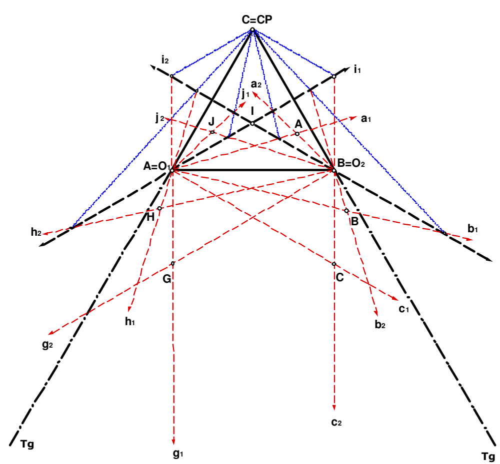
U N I V E R S I D A D D E C H I L E. F A C U L T A D D E A R Q U I T E C T U R A Y U R B A N I S M O. P R I M E R A Ñ O

P R O F E S O R A: M I R T H A P A L L A R É S   A Y U D A N T E: E L I S A B E T H A V A L O S.

G E O M E T R Í A

CICLO II. TRANSFORMACIONES PROYECTIVAS.

Ejercicio.

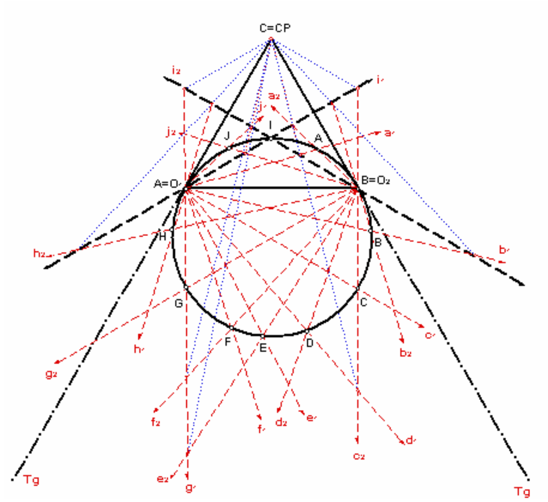


U N I V E R S I D A D D E C H I L E. F A C U L T A D D E A R Q U I T E C T U R A Y U R B A N I S M O. P R I M E R A Ñ O

P R O F E S O R A: M I R T H A P A L L A R É S   A Y U D A N T E: E L I S A B E T H A V A L O S.

GEOMETRÍA   CICLO II. TRANSFORMACIONES PROYECTIVAS.

Ejercicio.



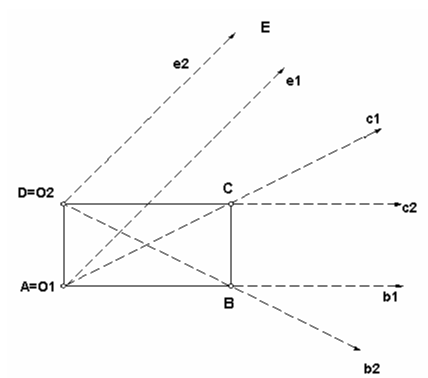
UNIVERSIDAD DE CHILE. FACULTAD DE ARQUITECTURA Y URBANISMO. PRIMER AÑO

PROFESORA: MIRTHA PALLARÉS   AYUDANTE: ELISABETH AVALOS.

GEOMETRÍA   CICLO II. TRANSFORMACIONES PROYECTIVAS.

Ejercicio Propuesto.

Dado un rectángulo ABCD de lado igual a 4 y 2 cm. se pide determinar la cónica que pasa por cinco puntos, los cuatro vértices dados y un punto en el infinito en dirección de 45º con respecto al lado mayor del rectángulo dado.



UNIVERSIDAD DE CHILE. FACULTAD DE ARQUITECTURA Y URBANISMO. PRIMER AÑO

PROFESORA: MIRTHA PALLARÉS   AYUDANTE: ELISABETH AVALOS.

Ejercicio.