



ASIGNATURA : MATEMATICAS
NIVEL : 1^{er}. AÑO
CARRERA : ARQUITECTURA
AÑO : 2008

MATERIAL DE APOYO
PROF. L. ALTIMIRAS R.
M.E. HUMERES R.
AYUD. C. ESCOBEDO C.
M GALAZ L.

UNIDAD : CALCULO INTEGRAL (segunda parte)

I.- Aplique el Teorema fundamental del Cálculo Integral para evaluar las siguientes integrales.

1 $\int_{-1}^2 (4x - 6x^2) dx$

2 $\int_1^8 (\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^4}) dx$

3 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^3(2x) \cos(2x) dx$

4 $\int_0^1 [x^2 + (x^2 + 1)^4 x] dx$

5 $\int_0^4 (\sqrt{x} + \sqrt{2x+1}) dx$

6 $\int_0^{\pi} x \sin(x) dx$

7 $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin(x)}{\cos^2(x)} dx$

8 $\int_0^{13} \frac{dx}{\sqrt[3]{(1+2x)^2}}$

9 $\int_{-1}^0 (x+1)^3 dx$

10 $\int_1^2 x\sqrt{x-1} dx$

11 $\int_{-3}^0 (5y^4 - 6y^2 + 14) dy$

12 $\int_3^{11} \frac{dx}{\sqrt{2x+3}}$



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE ARQUITECTURA Y URBANISMO
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA CONSTRUCCIÓN

II.- Suponga que: $\int_0^1 f(x)dx = 2$; $\int_1^2 f(x)dx = 3$; $\int_0^1 g(x)dx = -1$;
 $\int_0^2 g(x)dx = 4$

Usando las propiedades de la integral definida, calcule las siguientes integrales.

1 $\int_0^2 f(x)dx$

2 $\int_0^2 [f(x) + 2g(x)]dx$

3 $\int_1^2 g(x)dx$

4 $\int_1^2 3g(x)dx$

5 $\int_1^2 g(x)dx - \int_0^2 f(x)dx$

6 $\int_1^2 -g(x)dx$

III. Encuentre el área de la región limitada por las siguientes curvas. **(Bosqueje las regiones antes de realizar el cálculo).**

1 $y = \frac{x^2}{3} - 4$; el eje X y las rectas $x = -2$ y $x = 3$.

2 $y = x^2 + 1$; el eje X y las rectas $x = -1$ y $x = 2$.

3 $y = -x + 2$ e $y = x^2$

4 $y = 3x^3 - 3x$ y el eje X

5 $y = |4 - 2x|$ entre $x = -1$ y $x = 4$

6 $y = x^3$ entre $x = -1$ y $x = 1$

7 $y = 4x^2$ e $y = x^2 + 3$

8 $y = x^3$ e $y = x$



IV. Use la propiedad aditiva de la integral definida para calcular $\int_0^4 f(x)dx$

Comience por dibujar la gráfica de f.

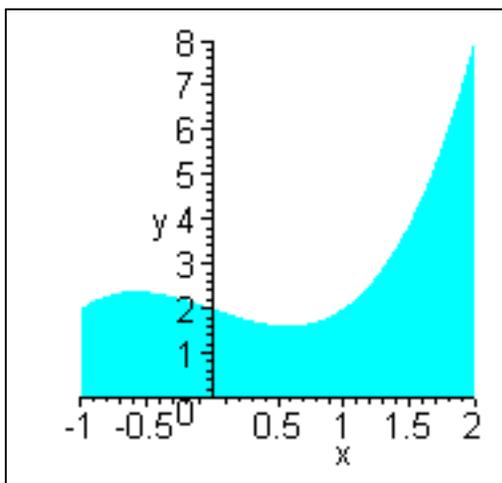
1 $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ x & \text{si } 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$

2 $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ x & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ 4 - x & \text{si } 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$

3 $f(x) = |x - 2|$

V.- Encuentre el área de la región sombreada a las siguientes gráficas.

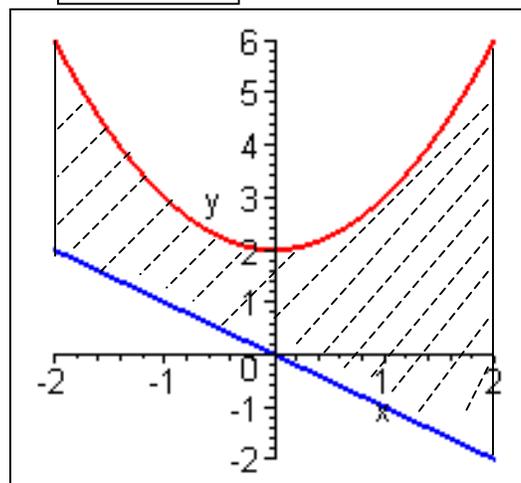
a) $y = x^3 - x + 2$



b)

$y = x^2 + 2$

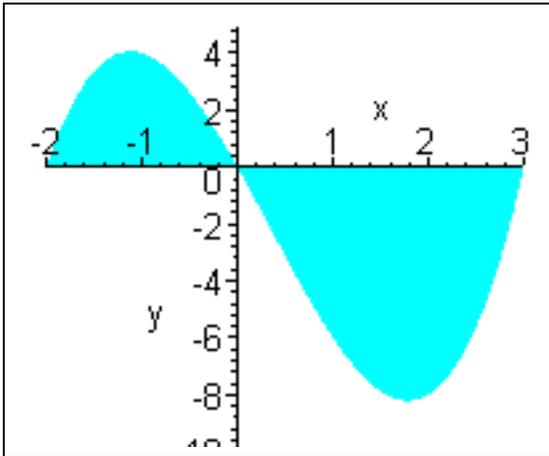
$y = -x$





c)

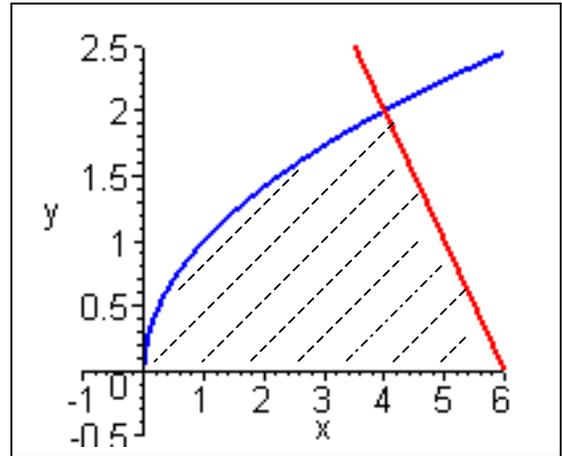
$$y = x^3 - 3x^2 - 6x$$



d)

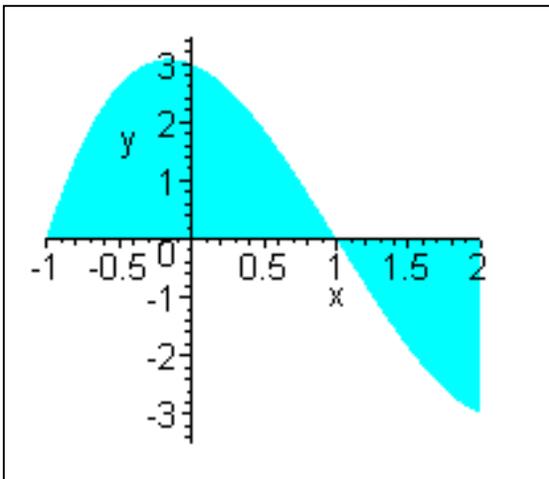
$$y = \sqrt{x}$$

$$y = -x + 6$$



d)

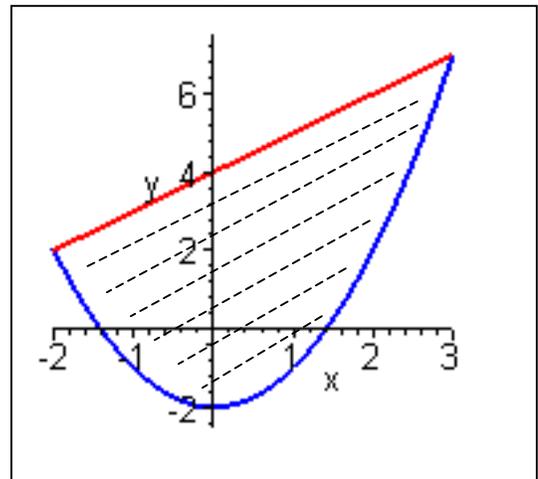
$$y = x^3 - 3x^2 - x + 3$$



e)

$$y = x + 4$$

$$y = x^2 - 2$$





VI.- Encuentre el volumen del sólido generado por la rotación de la región limitada por :

1 $y = x^3$; el eje X y las rectas $x = 0$; $x = 1$

2 $y = x^2 + 1$; el eje X y las rectas $x = 0$; $x = 2$

3 Las parábolas $y = x^2$ e $y^2 = 8x$, alrededor del eje X.

4 La elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, cuando gira alrededor del eje X

5. El primer cuadrante de la curva $y = 4 - x^2$ cuando gira alrededor del eje X.

6.- El segmento circular cuya ecuación es $x^2 + y^2 = 25$ y la recta $y = 3$

VII.- Hallar la longitud del arco de curva:

1.- $y = \sqrt{x^3} - 1$ entre $x = 0$ \wedge $x = 4$

2.- $y = 2 - \frac{2}{3}x$ entre $x = 0$ \wedge $x = 3$

3.- $y = \frac{x^5}{10} + \frac{1}{6x^3}$ entre $x = 1$ \wedge $x = 2$

4.- $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$; $x = 0$ \wedge $x = 1$



RESPUESTA A LOS EJERCICIOS PROPUESTOS

- I. 1.- -12 2.- $\frac{1839}{28}$ 3.- $\frac{1}{8}$ 4.- $\frac{103}{30}$
- 5.- 14 6.- π 7.- 1 8.- 3
- 9.- $\frac{1}{4}$ 10.- $\frac{16}{15}$ 11.- 231 12.- 2
- II. 1.- 5 2.- 13 3.- 5
- 4.- 15 5.- 0 6.- -5
- III. 1.- $\frac{145}{9} (u^2)$ 2.- $6 (u^2)$ 3.- $\frac{9}{2} (u^2)$ 4.- $\frac{3}{2} (u^2)$
- 5.- $13 (u^2)$ 6.- $\frac{1}{2} (u^2)$ 7.- $4 (u^2)$ 8.- $\frac{1}{2} (u^2)$
- IV. 1.- $\frac{26}{3}$ 2.- $\frac{9}{2}$ 3.- 4
- V. 1.- $\frac{33}{4} (u^2)$ 2.- $\frac{40}{3} (u^2)$ 3.- $\frac{253}{12} (u^2)$
- 4.- $\frac{22}{3} (u^2)$ 5.- $\frac{23}{4} (u^2)$ 6.- $\frac{125}{6} (u^2)$
- VI. 1.- $\frac{\pi}{7} (u^3)$ 2.- $\frac{206}{15} \pi (u^3)$
- 3.- $\frac{48}{5} \pi (u^3)$ 4.- $\frac{4}{3} \pi a b^2 (u^3)$
- 5.- $\frac{256}{15} \pi (u^3)$ 6.- $\frac{256}{3} \pi (u^3)$
- VII.- 1.- $\approx 9.07 (u)$ 2.- $\sqrt{13} (u)$ 3.- $\frac{779}{240} (u)$ 4.- $\frac{e^2 - 1}{2e} \approx 1.18 (u)$