Solucionario:

Resolución de problemas en Cálculo:

Un enfoque situado desde las Ciencias.

Autores: Prof. Gustavo Castro P., Prof. Angélica Vega U.
Colaboradoras: Marcela Silva - Jazmín Sandoval - Fernanda Gallardo - Mauricio Menares - Javiera Barrios.

2020

Capítulo 1. Números Reales

Página 15

ÍTEM I

1. $x > 3$
2. $3 < x < 17/5$
3. $x < 2/5$
4. $-7/6 < x < 1$

5. x ∈]-∞,-3] U [5,∞+[

Páginas 16 - 17

ÍTEM II

1. x > -5
2. x ∈]11/7,4]
3. x ∈ [$\frac{7}{2}$,+∞[
4. x ∈]−∞,-1[U]2,+∞[
5. x ∈ [2,7]
6. x ∈]-7,3[
7. x ∈ [-1,2] U [3,+∞[
8. x ∈ [-2, -1[U]0,1]
9. x ∈]-∞, 6[U]$\frac{43}{6}$,+∞[
10. x ∈]-∞, 0[U]1,2]
11. x ∈]−∞, 0[U [$\frac{3}{4}$,+∞[
12. x ∈]−∞,-$\frac{3}{2}$[U]$\frac{3}{2}$,7[
13. x ∈]−∞,-1[U]0, 1[
14. x ∈ [-3,-2[U [0, 2[
15. x ∈]−2,-1] U [2, +∞[
16. x ∈]-9,0[U]9, +∞[
17. x ∈ [-1, +∞[
18. x ∈]-∞,$\frac{44}{15}$[
19. x ∈]-∞, -1[U]1, +∞[
20. x ∈ [-2,1] U [2,3]
21. x ∈]-∞, -4] U]1, +∞[
22. x ∈]-1,1] U]3, +∞[
23. x ∈ [-3,1] U [3, +∞[
24. x ∈]-∞,0] U [$\frac{7}{11}$, 1[
25. x ∈ [-6, +∞[
26. x ∈]-∞,-3[U]2,+∞[
27. x ∈]-∞, 3[
28. x ∈]0, $\frac{1}{2}$]
29. x ∈]-∞, $\frac{5}{3}$[
30. $x \in R - \{3\}$
31. x ∈]-∞,-2]
32. x ∈]-∞,-3[U]-1,1[U]1, +∞[
33. x ∈]-10,-3[U [4, +∞[
34. x ∈]$\frac{57}{7}$, +∞[
35. x ∈ [-8,7]
36. x ∈]-∞,−$\frac{7}{2}$[U]$\frac{13}{2}$, +∞[
37. x ∈]2,+∞[
38. x ∈ [-$\frac{2}{3}$, 4]
39. x ∈]−$\frac{1}{3}$,7[
40. x ∈ [-3, 7]
41. x ∈ [-25,45]
42. x ∈]-∞,-½[U]¼,+∞[
43. x ∈]-∞,-7]U[-5,+∞[
44. x ∈ [¾,+∞[
45. x ∈]-∞,-4]U[0,+∞[
46. x ∈]-∞, $\frac{7}{3}$[U]5, +∞[
47. x ∈]-∞, -18] U [-10,+∞[
48. x ∈]-∞,0[U]2,3[U]3,4[
49. x ∈]-∞, -5[U]-$\frac{7}{2}$,-2[U]-2, +∞[
50. d ∈]-∞,2]

Página 17

ÍTEM III

1. x ∈]-∞, $\frac{5}{9}$]
   Inecuación lineal
2. x ∈]-∞, 7]
   Inecuación cuadrática
3. x ∈]-$\frac{5}{6}$,+∞]
   Inecuación cuadrática
4. x ∈]-2, -1[U]2 , 3[
   Inecuación polinómica
5. x ∈]- $\frac{7}{6}$, 1[
   Inecuación cuadrática
6. x ∈]-∞,-5[U]1,2[
   Inecuación polinómica
7. x ∈ R
   Inecuación cuadrática
8. R - {2,0}
   Inecuación polinómica
9. x ∈]-∞,-6[U]2,3]
   Inecuación racional
10. x ∈ R
    Inecuación racional

Página 19

1.1. Actividad de aprendizaje

a. x = 8
b. x = $\frac{-(m^2+n^2)}{2m}$
c. x = -7
d. x = -4
e. x = 1
f. x = $\frac{1}{3}$
g. x = 1
h. x = 3
i. x = $\frac{2}{5}$
j. x ∈ Ø
k. x = $\frac{1-a}{2}$
l. $x_1 = 2(\sqrt{3}-1)$; $x_2 = -2(\sqrt{3}+1)$

Página 20

2.1. Actividad de aprendizaje.

a. $x_1 = 3$; $x_2 = -3$
b. $x_1 = \frac{-3}{2}$; $x_2 = 6$
c. $x_1 = 0$; $x_2 = \frac{-b}{a}$
d. $x_1 = \frac{1-\sqrt{29}}{2}$; $x_2 = \frac{1+\sqrt{29}}{2}$
e. x ∈ Ø
f. $x_1 = \frac{7-\sqrt{777}}{14}$; $x_2 = \frac{7+\sqrt{777}}{14}$
g. $x_1 = \frac{-2}{5}$; $x_2 = \frac{6}{5}$
h. $x_1 = 4$; $x_2 = -1$
i. $x_1 = -4$; $x_2 = 3$
j. $x_1 = \frac{-1-\sqrt{29}}{2}$; $x_2 = \frac{-1+\sqrt{29}}{2}$
k. $x_1 = \frac{-4\sqrt{13}}{13}$; $x_2 = \frac{4\sqrt{13}}{13}$
l. $x_1 = -2$; $x_2 = 6$

Página 21

3.1. Actividad de aprendizaje.

a. x = 2
b. x = 3
c. x = 1
d. x = 2
e. t = 4
f. x = 4

Página 22

Problema 1.

a. G(x) = I(x) - C(x)
   G(x) = 150x - (2500+100x)
   $\therefore$ **G(x) = 50 x - 2500**
b. La empresa debe comercializar, al menos, 50 unidades para que no se produzcan pérdidas económicas (**x** $\geq$ **50**)

Problema 2

a. Se puede comprar un máximo de 399 pastelones de pasto.
b. La superficie total que se desea habilitar es de 400 pie cuadrados.

Problema 3

a. El intervalo 20 ≤ C ≤ 30, equivale en escala Fahrenheit a **68 ≤ F ≤ 86.**
b. El intervalo 50 ≤ F ≤ 95 equivale en escala Celsius a **10 ≤ C ≤ 35.**

Problema 4

a. $\frac{T-20}{200} > 0$ ⇒T>20

Nota: Recuerde que el argumento de un logaritmo no puede ser negativo ni cero.

Problema 5

Para este problema ocupar la propiedad k) de valor absoluto disponible en la página 13. Aplicando lo anterior, realizar el análisis para $\frac{2h-1}{h}$>2.

a. De esta forma, se puede afirmar que se encontraran partículas de materia orgánica con la condición solicitada para: $h \in R \frac{}{-\infty} < h < 0.$

Problema 6

Al observar la gráfica sólo basta notar para que valores de la variable independiente hay imágenes menores o iguales a cero.

a. De esta forma, $x \in R \frac{}{-1} \leq x \leq 2\ U\ 3 \leq x < +\infty$

Capítulo 2. Funciones Reales

Página 28

Sección 1.6. ÍTEM I

1. Dom f: R ; Rec f: R
2. Dom f: R ; Rec f: -1
3. Dom f: R - {-b} ; Rec f: R - {-c}
4. Dom f: x $\in$ $[0,\infty[$; Rec f: f(x) $\in$ $[0,\infty[$
5. Dom f: R - {-5} ; Rec f: R - {-1}
6. Dom f: R ; Rec f: f(x) $\in$ $[0,\infty[$
7. Dom f: R - {-1} ; Rec f: R - [-4,8 , 0,8]
8. Dom f: x $\in$ $]$ -∞ , $\sqrt{21}-4]$U $[\sqrt{21}-4$, ∞[; Rec f: f(x) $\in$ R - $]0,\infty[$
9. Dom f: R - {-7} ; Rec f: R - {-1}
10. Dom f: R ; Rec f: R
11. Dom f: R - $\{-4/3\}$; Rec f: R - $\{-2/3\}$
12. Dom f: x $\in$ $]$ -∞, 2] ; Rec f: f(x) $\in$ $[0,\infty[$
13. Dom f: x $\in$ $]0,\infty[$; Rec f: f(x) $\in$ $]$-∞, $0[$
14. Dom f: x $\in$ $]\frac{2}{3},\infty[$; Rec f: f(x) $\in$ R
15. Dom f: R ; Rec f: f(x) $\in$ $]0,\infty[$

Página 33

Sección 2.4 ÍTEM II

Problema 1.

H(t) = - 2.6t + 2506,6

Problema 2.

F(C) = 1.8C + 32

Problema 3.

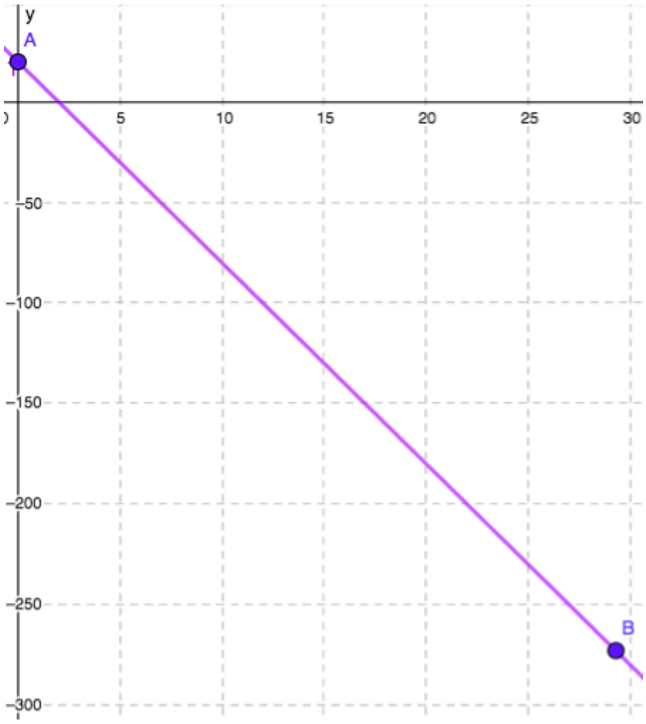
a. L(t)= 0.001875t + 76.3625.
b. El análisis efectuado permite establecer que la barra mide 76,39 cm cuando la temperatura es 15°C.

Página 34 - 35

Problema 4.

a. T(h)= - 10h+20
b. Gráfico:

Eje de las ordenadas: “T(h)”



Eje de las abscisas: “h”

c. La función presenta un decrecimiento uniforme en todo su dominio. Esto es posible calcularlo, a partir de la elaboración de una tabla de valores o inferirse a partir de la curva, dado que ésta es una curva con sin torsión (recta) y pendiente negativa, lo cual constata que las variaciones medias son negativas e iguales.
d. La temperatura es de – 5°C a una altitud de 2.5km.
e. A 29.3 Km de altitud, la temperatura del aire es de cero Kelvin (-273°C)

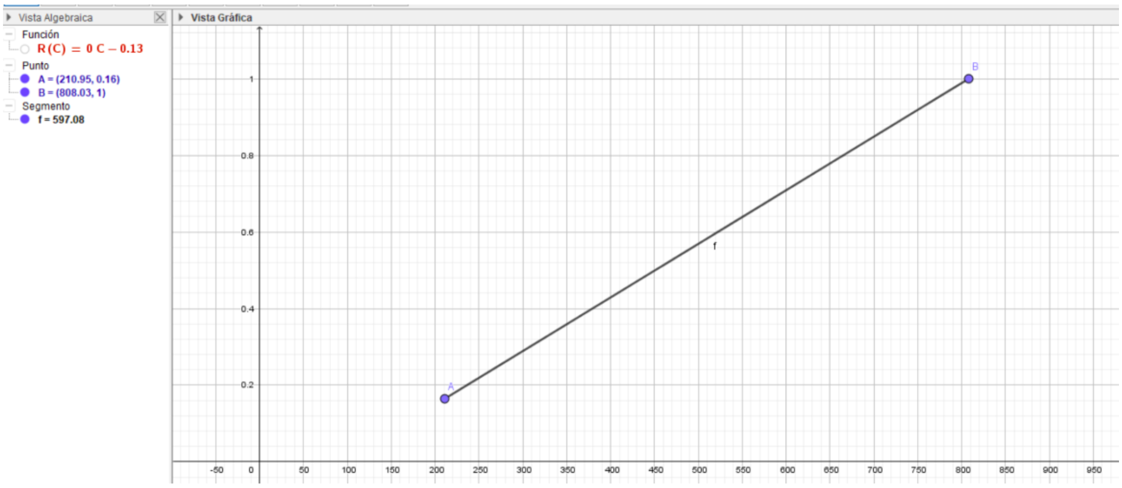
Problema 5.

a. L(t)= 1.53t – 14.36.
b. La fecha crítica de suministro de medicamentos, se genera cuando el feto alcanza las 24 semanas de gestación.
c. No es posible medicar la vaca debido a que se encuentra fuera del 60% de gestación promedio; incluso fuera del 60% de días de gestación mínimo y máximo.

Problema 6.

a. C: Nivel de colesterol en la sangre, medido en [mg/dL]
R (C): Porcentaje de riesgo coronario, en función del nivel de colesterol C.
b. R(C)=0,0014C – 0,131.
c. Dom R(C) = C $\in$ [210 , 808.75] ; Rec R(C) = R(C) $\in$ [0.163 , 1]
d. Gráfico:

Eje de las ordenadas: “R(C)”

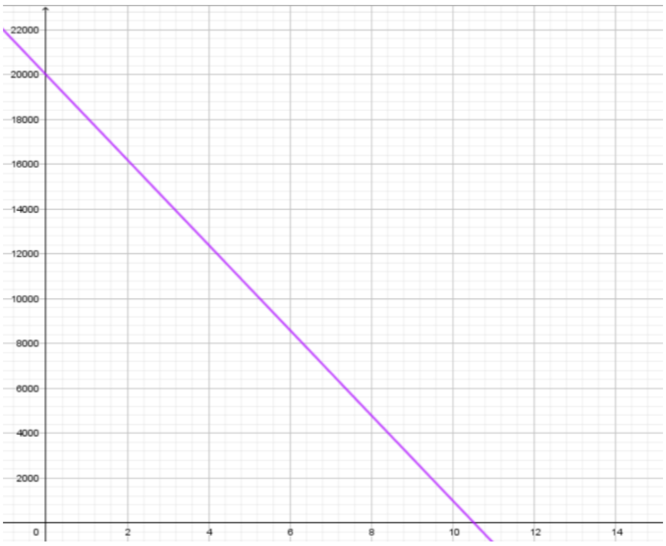


Eje de las abscisas: “C”

e. El riesgo coronario para una mujer que presenta niveles de colesterol iguales a 260 [mg/dL] es de un 23.3%. Además, este nivel de colesterol está catalogado como alto.
f. Para que el nivel de riesgo coronario sea de 100%, el/la paciente debe presentar un nivel de colesterol muy alto de aproximadamente 807.85 [mg/dL].

Problema 7.

a. V(a) = -1900a + 20000.
b. Gráfico:
   Eje de las abscisas: “a”
   Eje de las ordenadas: “V(a)”



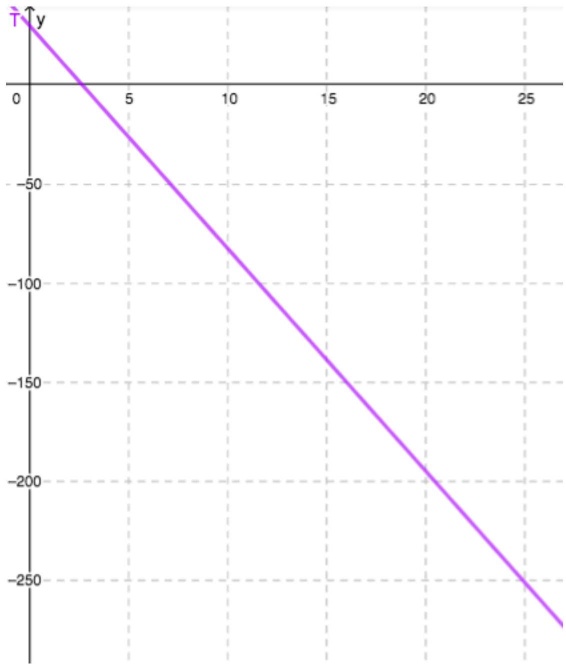
c. La función presenta un decrecimiento uniforme. Esto quiere decir que la maquinaria se deprecia a una razón constante a lo largo del tiempo.
d. Al cuarto año la máquina tiene un costo de US$12400; al sexto año la máquina tiene un costo de US$8600; y al octavo año la máquina tiene un costo de US$4800.
e. El momento oportuno de venta podría ser cuando ésta ha alcanzado la mitad del costo inicial, ya que de esta manera se podrá recuperar la mitad de la inversión inicial.
   Sabiendo que la maquinaria pierde el 19% de su valor al momento de la compra (por concepto de IVA); podría considerarse un momento oportuno de venta, cuando el precio de mercado de ésta, se encuentra por debajo del valor de adquisición menos el respectivo IVA.
f. En el año número 25 la máquina no tendrá valor monetario pues se habrá depreciado completamente debido a su uso.

Página 36

Problema 8.

a. T(h) = -11.25h + 30.

b. Gráfico:



Eje de las abscisas: “h”

Eje de las ordenadas: “T(h)”

c. (i) La temperatura del aire a 2,5km es de 1,875°C.

(ii) La altura a la cual la temperatura del aire es cero Kelvin es de 26,9 Km.

Página 38 -39

ÍTEM I. Modelos gráficos

1.

1.1. $f(x) = 3 - 4x$

a. Dom f = R

b. $i)\ f\,(x) = 0\ en\ x = 3/4;$ $ii)\ f(x) > 0\ en\ (-\infty, 3/4);$ $iii)\ f(x) < 0\ en\ (3/4, +\infty)$

c. $f\,(-a) = 3 + 4a$; $f\left(\frac{1}{a}\right) = 3 - \frac{4}{a}$

d. $f\,(a+h) = 3 - 4(a+h)$; $\frac{f(1+h)-f(1)}{2} = \frac{4-4(1+h)}{h}$

1.2. $f(x) = \frac{2}{3}x + 1$

a. Dom f = R

b. $i)\ f\,(x) = 0\ en\ x = (-3)/2;$ $ii)\ f(x) > 0\ en\ (-3/2, +\infty);$ $iii)\ f(x) < 0\ en\ (-\infty, -3/2)$

c. $f\,(-a) = -\frac{2}{3}a + 1$; $f\left(\frac{1}{a}\right) = \frac{2}{3a} + 1$

d. $f\,(a+h) = \frac{2}{3(a+h)} + 1$; $\frac{f(1+h)-f(1)}{2} = \frac{\frac{2}{3(1+h)} - \frac{2}{3}}{h}$

1.3. $f(x) = 2x^2 - 3x - 7$

a. Dom f = R

b. $i)\ f\,(x) = 0\ en\ x = 5;\ x = -5/4;$ $ii)\ f(x) > 0\ en\ (-\infty, 5/4)\ U\ (5, +\infty)$; $iii)\ f(x) < 0\ en\ (-5/4; 5)$

c. $f\,(-a) = 4a^2 + 15a - 25$; $f\left(\frac{1}{a}\right) = \frac{4}{a^2} - \frac{15}{a} - 25$

d. $f\,(a+h) = 4(a+h)^2 - 15(a+h) - 25$; $\frac{f(1+h)-f(1)}{2} = \frac{4(1+h)^2 - 15(1+h) + 11}{h}$

1.4. $f(x) = -\frac{4}{5}x^2 - 3x + 5$

a. Dom f = R

b. $i)\ f\,(x) = 0\ en\ x = -5;\ x = 5/4;$ $ii)\ f(x) > 0\ en\ (-5; 5/4);$ $iii)\ f(x) < 0\ en\ (-\infty, -5)\ U\ (5/4, +\infty)$

c. $f\,(-a) = -\frac{4}{5}a^2 + 3a + 5$; $f\left(\frac{1}{a}\right) = -\frac{4}{5a^2} - \frac{3}{a} + 5$

d. $f\,(a+h) = 3 - 4(a+h)$; $\frac{f(1+h)-f(1)}{2} = \frac{-\frac{4}{5}(1+h)^2 - 3(1+h) + \frac{17}{5}}{h}$

1.5. $f(x) = \sqrt{x - 25}$

a. $Dom\,f = [25, +\infty)$

b. $i)\ f\,(x) = 0\ en\ x = 25;$ $ii)\ f(x) > 0\ en\ (25, +\infty);$ $iii)\ \{x \in R, tal\ que\ f(x) < 0\} = \emptyset$

c. $No\ est\acute{a}\ definido\ f\,(-a)$; $f\left(\frac{1}{a}\right) = \sqrt{\frac{1}{a} - 25}$

d. $f\,(a+h) = \sqrt{a + h - 25}$; f (1) no está definido

1.6. $f(x) = \sqrt{(2-x)(x-6)}$

a. Dom f = [2 , 6]

b. $i)\ f\,(x) = 0\ en\ x = 2\ y\ x = 6$; $ii)\ f(x) > 0\ en\ (2, 6);$ $iii)\ \{x \in R, tal\ que\ f(x) < 0\} = \emptyset$

c. No está definido $f\,(-a)$; $f\left(\frac{1}{a}\right) = \sqrt{\left(2 - \frac{1}{a}\right)\left(\frac{1}{a} - 6\right)}$

d. $f\,(a+h) = \sqrt{\big(2 - (a+h)\big)\big((a+h) - 6\big)}$; f (1) no está definido

Página 39

2.

a. $g\left(\frac{1}{a}\right)=\frac{4}{a}$; $a>0$ y $g\left(\frac{1}{a}\right)=\sqrt{\frac{1}{a}+1}$; $a>0$

b. $\frac{1}{g(a)}=\frac{1}{4a}$; $a>0$ y $\frac{1}{g(a)}=\frac{1}{\sqrt{a+1}}$; $a>0$

c. $g(\sqrt{a})=4\sqrt{a}$; $a>0$ y $g(\sqrt{a})=\sqrt{\sqrt{a}+1}$; $a>0$

d. $\sqrt{g(a)}=\sqrt{4a}$; $a>0$ y $\sqrt{g(a)}=\sqrt[4]{a+1}$; $a>0$

3.

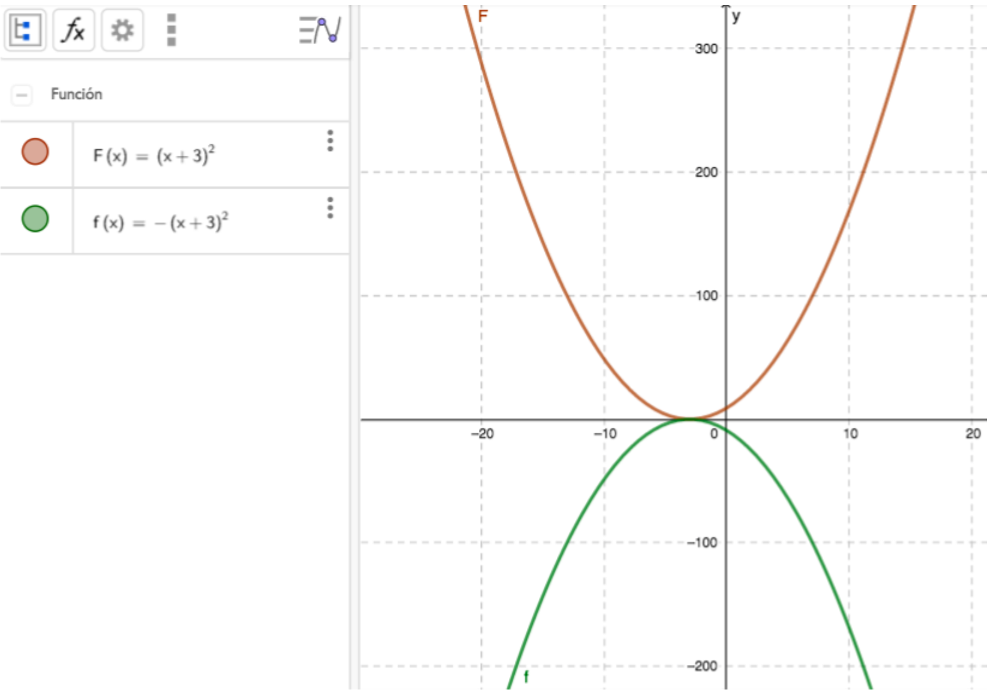
a. $F(x)=-3$; $Dom\ f\ :\ x\in R$

b. $F(x)=-2(h+2x)$; $Dom\ f\ :\ x\in R$

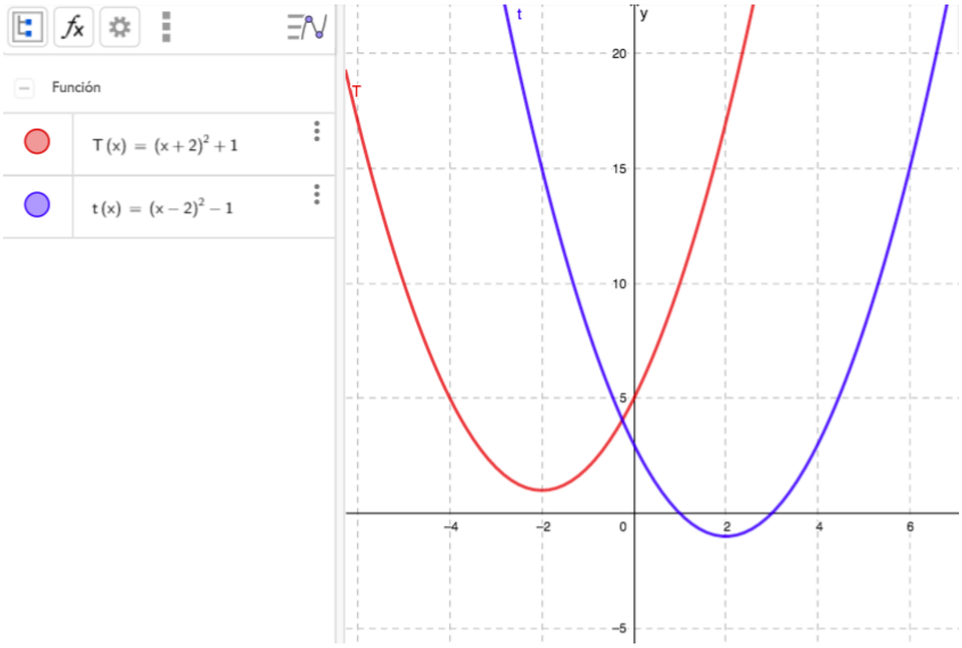
c. $F(x)=\frac{\sqrt{x+h-3}-\sqrt{x-3}}{h}$; $Dom\ f\ :\ x\in R\ /\ (x\geq 3)\wedge(x\geq 3-h)$

4.

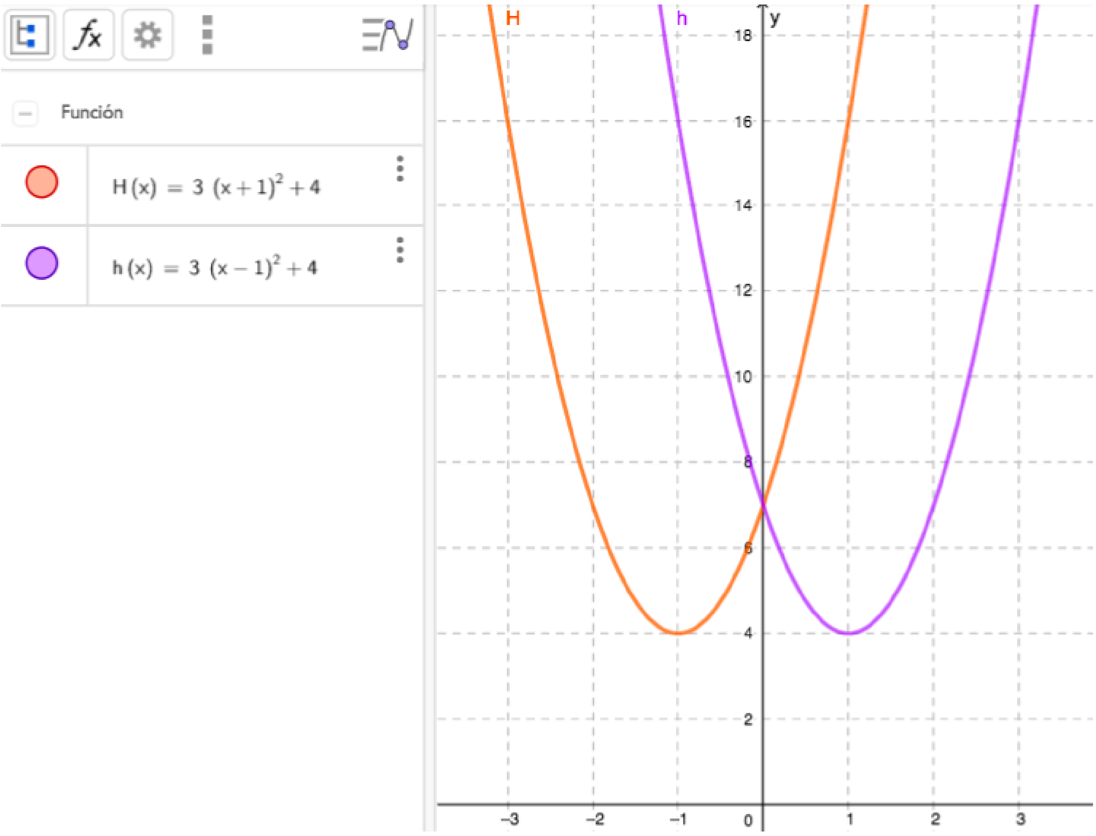
Grupo A



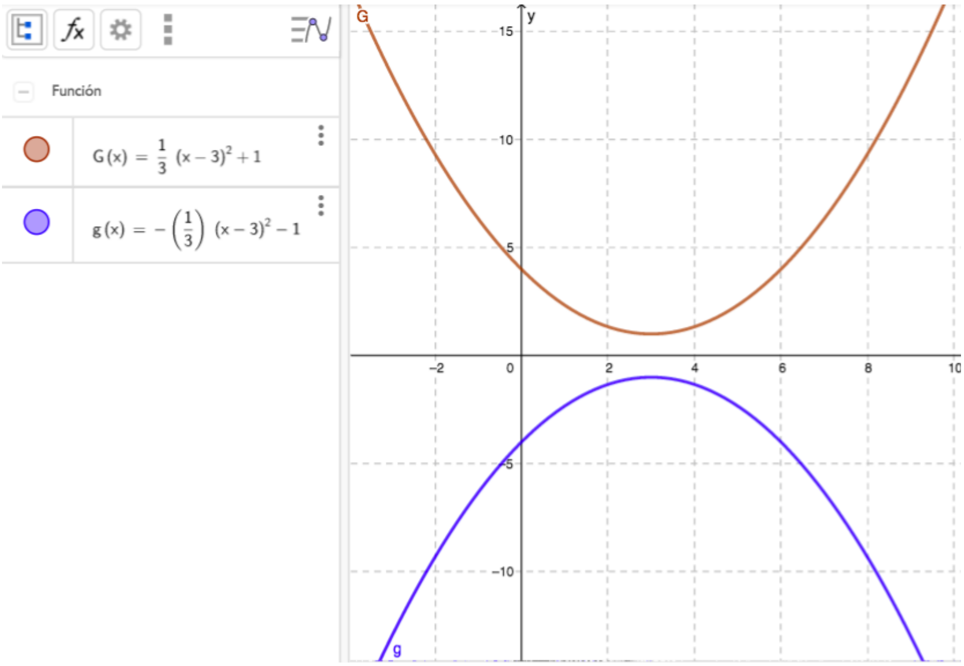
Grupo B



Grupo C

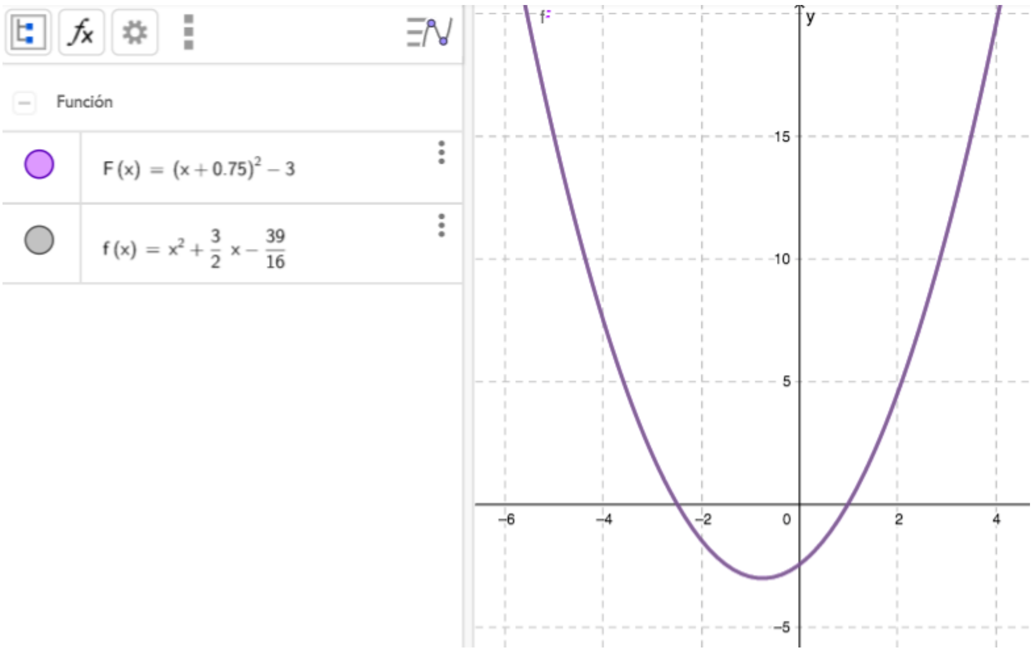


Grupo D



5.

a. $f(x) = x^2 + \frac{3}{2} \ x - \frac{39}{16}$
b. $f(x) = (x + 0.75)^2 - 3$
c. Gráfico:

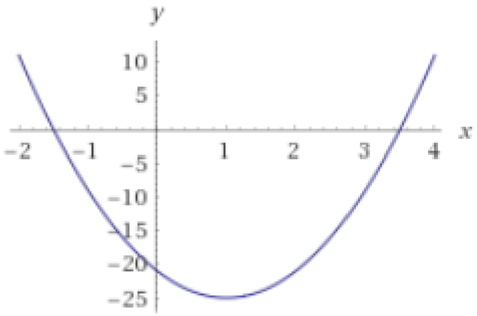


d. El mínimo de la curva establece el cambio en el comportamiento de la curva. Dado que el mínimo se sitúa en la coordenada (-0.75 , -3); es posible establecer lo siguiente, a partir del gráfico:

La curva decrece lento ∀ x ∈]∞ , -0.75[, esto dado que las variaciones medias son negativas y crecientes en dicho intervalo. Mientras que la curva crece rápido ∀ x ∈]-0.75 , ∞ [, ya que las variaciones medias son positivas y crecientes en dicho intervalo.

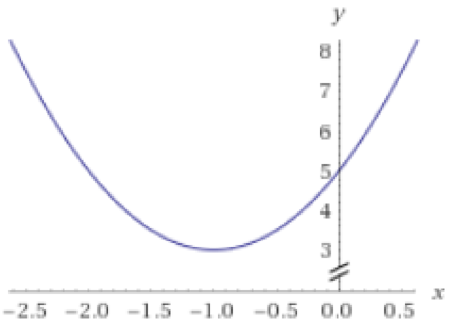
ÍTEM II.

a. $f(x) = 4(x-1)^2 - 25$



(x from -2 to 4)

b. $g(x) = 2(x+1)^2 + 3$

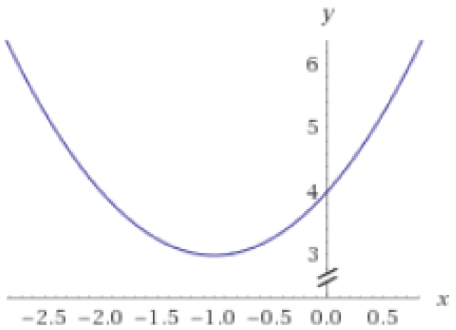


(x from -2.6 to 0.6)

c. $h(x) = (x-4)^2 + 1$

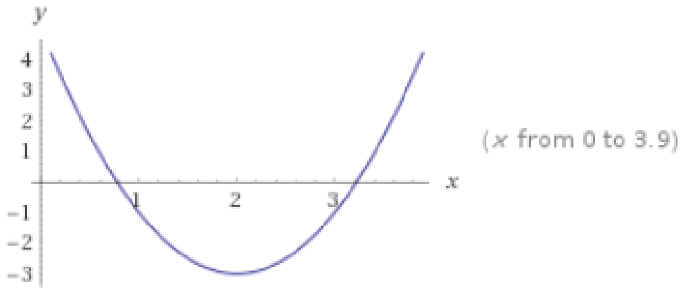
(x from 0 to 7.5)

d. $l(x) = (x+1)^2 + 3$

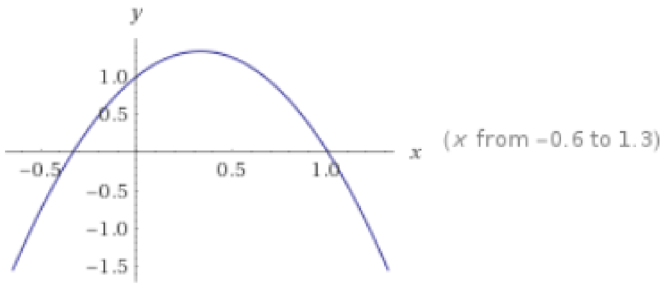


(x from -2.8 to 0.8)

e. $m(x) = 2(x-2)^2 - 3$



f. $T(x) = -3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{4}{3}$



Página 40

ÍTEM III.
Problema 1.

a. A los 8 milisegundos desde que fue estimulado el nervio, se observaron 12 respuestas por milisegundo.

b. Dada las características del modelo, es posible establecer que el número de respuestas es de 7 impulsos; después de estimular al nervio a los 3 milisegundos y a también a los 9 milisegundos de haber iniciado la investigación.

c. Cálculo de variaciones medias:

s (ms)	2	3	4	5	6	7	8	9	10
r(s) respuestas	0	7	12	15	16	15	12	7	0

Cálculo de variaciones medias

Vm[2,3] = 7

Vm[3,4]= 5

Vm[4,5]= 3

Vm[5,6]= 1

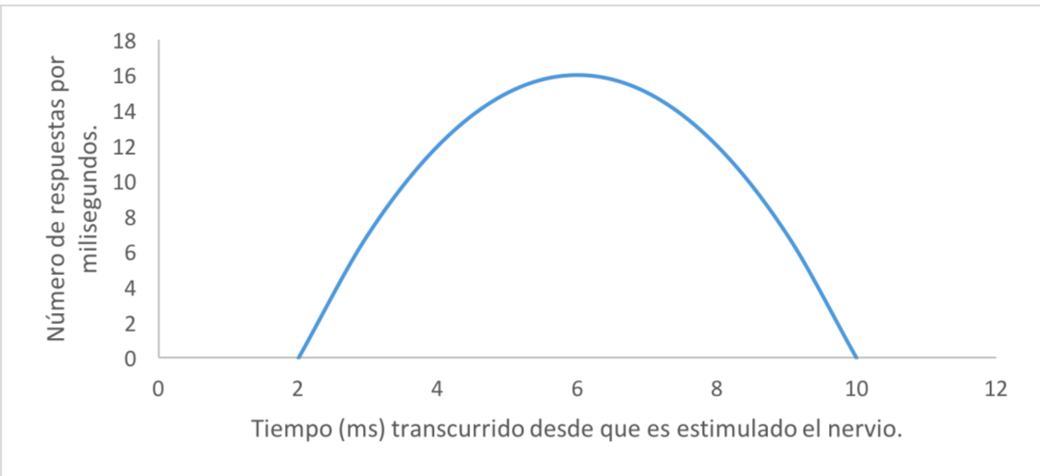
Vm[6,7]= -1

Vm[7,8]= -3

Vm[9,10]= -7

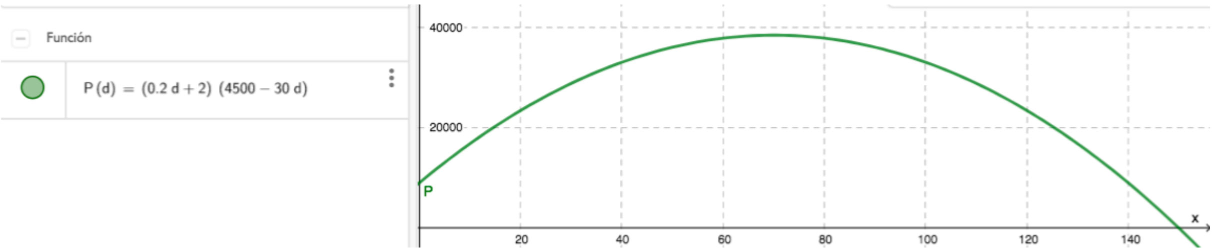
d. Con las variaciones medias calculadas anteriormente, se puede observar que el número de respuestas r(s) en intervalo del dominio]2,6[*r(s)* crece lentamente.
e. Por otra parte, en el intervalo del dominio]6,10[la función *r(s)* presenta un decrecimiento rápido; esto quiere decir que, en comparación al intervalo anterior, el número de respuestas disminuye progresiva y rápidamente; conforme el nervio es estimulado; al punto de no observar respuesta a los 10 milisegundos.
f. Dado el modelo matemático aportado por el contexto (tabla de valores), es posible observar lo siguiente:
(i) Dom *r(s)* = s ∈ [2,10] ; Rec r(s) = *r(s)* ∈ [0,16]
(ii) Dadas las características del modelo y el respectivo cálculo de las variaciones medias, es posible establecer que *r(s)* es cóncava en todo su dominio.
Lo anterior implica que la función posee un máximo, el cual permite inferir que transcurridos 6 milisegundos de estimulación del nervio, el número de respuestas es de 16.

f. Gráfico:



Problema 2.

a. P(d) = (0,2d + 2) × (4500 – 30d)
b. Dom P(d) = d ∈ [0,150] ; Rec P(d) = P(d) ∈ [9000 ,38400]
c. Los salmones deben recogerse 70 km más arriba de A para que la masa de la población sea máxima.
d. El gráfico asociado a la curva es el siguiente:



Este permite observar que en el intervalo del dominio]0,70[$P(d)$ presenta un crecimiento lento (variaciones medias positivas y decrecientes); esto quiere decir que la masa de salmones aumenta de manera discreta, conforme los salmones suben río arriba (desde el punto A). Sin embargo, en el intervalo del dominio]70,150[la función $P(d)$ presenta un decrecimiento rápido (variaciones medias negativas y decrecientes); esto quiere decir que, en comparación al intervalo anterior, la masa de salmones disminuye rápidamente cuando los salmones superan los 70 kilómetros río arriba.
Esto último podría deberse a una mayor competencia biológica por alimentación y supervivencia de las especies en el ecosistema.

Problema 3.

a. Cálculo de variaciones medias:
vm[0.5;075]=$\frac{6,7-1,2}{6,7-1,2} = 22$
vm[0.75;1]=(10,2-6,7)/ (1-0,75)=14
vm=[1;1,25]= (12,1-10,2)/ (1,25-1)=7,6
vm=[1.25;1.5]= (12,6-12,1)/ (1,5-1,25)=2
vm=[1.5;2]= (11,1-12,6)/ (2-1,5)=-3
vm=[2;3]= (5,1-11,1)/ (3-2)=-6
vm=[3;4]= (2,5-5,1)/ (4-3)=-2,6
vm=[4;5]= (1,1-2,5)/ (5-4)=-1,5
vm=[5;6]= (0,6-1,1)/ (6-5)=-0,5

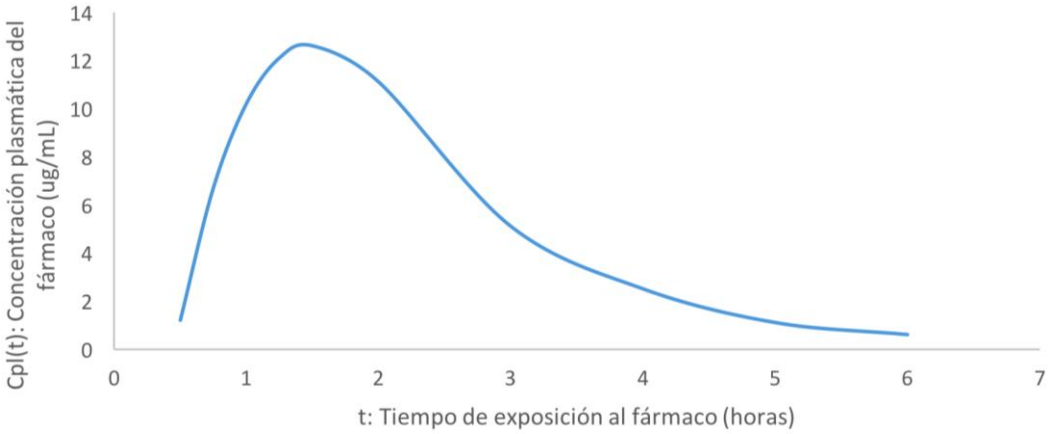
b. ∀ t ∈]0.5 , 1,5[del dominio de la función, ésta es monótona creciente. Mientras que ∀ t ∈]1,5, 6[del dominio de la función, ésta es monótona decreciente.

c. Con las variaciones medias calculadas anteriormente, es posible observar que en el intervalo del dominio]0.5,1,5[las variaciones medias son positivas y crecientes, razón por la cual la concentración plasmática del antibiótico inyectable al ternero; aumenta conforme aumenta el tiempo de exposición al fármaco. Esto quiere decir que la curva es cóncava en dicho intervalo.
Sin embargo, en el intervalo del dominio]1,5,6[, las variaciones medias son negativas y decrecientes; razón por la cual se observa un decrecimiento lento de la concentración plasmática del antibiótico en el plasma sanguíneo del ternero. Esto último implica que la curva es convexa en dicho intervalo.

d. La concentración del antibiótico inyectable, en el plasma sanguíneo del ternero, es máxima a las 1,5 horas y es mínima a las 6 horas.

e. Ha de transcurrir aproximadamente 6 horas para administrar una nueva dosis del antibiótico inyectable al ternero.

f. Gráfico:



Página 41 - 42

Problema 4.

a. h: altitud (km) en que se mide la densidad del ozono.
D(h): densidad del ozono $\left(\frac{10^{-3}cm}{Km}\right)$ según la altitud en la que se encuentre.

b.

$D_{oo}(h) = -0.058h^2 + 2.867h - 24.239$

Dom $D_{oo}(h) = [20, 35]$

-0,058 < 0, por lo tanto la función es cóncava, es decir tiene un máximo.

Max: $(-\frac{b}{2a}, f(-\frac{b}{2a})) = (-\frac{2,867}{2\times-0.058}, f(-\frac{2,867}{2\times-0.058})) = (24.71 , 11.19)$

Rec $D_{oo}(h) = [D_{oo}(20) , 11.19]$

$D_{op}(h) = -0.078h^2 + 3.811h - 32.433$

Dom $D_{op}(h) = [20, 35]$

-0,078 < 0, por lo tanto la función es cóncava, es decir tiene un máximo.

Max: $(-\frac{b}{2a}, f(-\frac{b}{2a})) = (-\frac{3,811}{2\times-0.078}, f(-\frac{3,811}{2\times-0.078})) = (24.42 , 14.11)$

Rec $D_{op}(h) = [D_{op}(20) \ \ 14,11]$

c.

Max: $(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right) = (-\frac{3,811}{2\times-0,078}, f\left(-\frac{3,811}{2\times-0,078}\right) = (24,42;\ 14,11)$

El territorio de Canadá en Abril están en primavera, por lo tanto se utiliza $D_{oo}(h)$, su máximo está en el punto $(24,42 ;\ 14,11)$, esto quiere decir que la densidad máxima de ozono es de 14.11 a 24.42 km de altura.

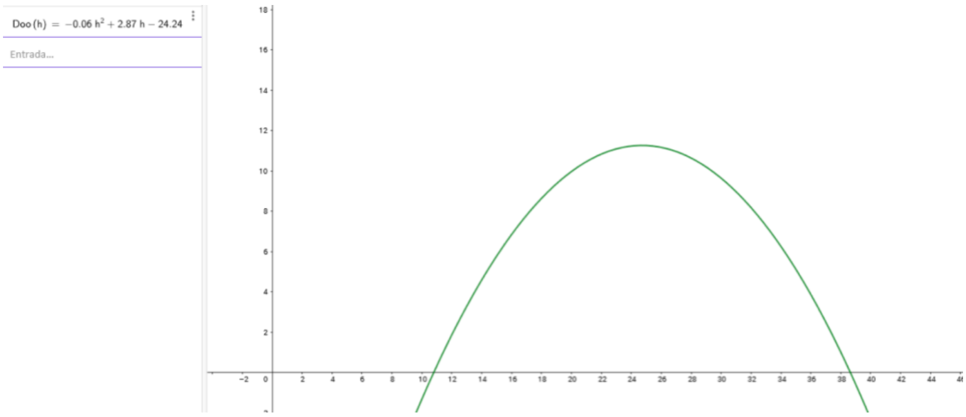
d.

Max: $(-\frac{b}{2a}, f(-\frac{b}{2a})) = (-\frac{2,867}{2\times-0,058}, f(-\frac{2,867}{2\times-0,058})) = (24,71 ;\ 11,19)$

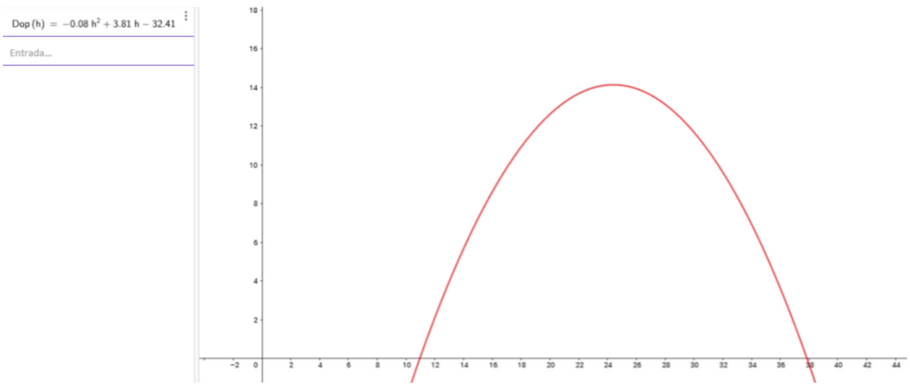
El territorio de Canadá en Septiembre están en otoño, por lo tanto se utiliza $D_{op}(h)$, su máximo está en el punto $(24,71 ;\ 11,19)$, esto quiere decir que la densidad máxima de ozono es de 11,19 a 24,71 km de altura.

e. Gráficos:

D_{oo}(h)



D_{op}(h)



f. Ambas funciones poseen un crecimiento lento en su dominio hasta el valor de "h" donde se alcanza el punto máximo de la función, para así luego dar paso a un decrecimiento rápido el cual se extiende hasta el extremo superior h=35 del dominio de la función.

g.

$D_{oo}(h) = -0{,}058h^2 + 2{,}867h - 24{,}239$

$D_{op}(h) = -0{,}078h^2 + 3{,}811h - 32{,}433$

Se igualan.

$D_{oo}(h) = D_{op}(h)$

$-0{,}058h^2 + 2{,}867h - 24{,}239 = -0{,}078h^2 + 3{,}811h - 32{,}433$

$0{,}02\ h^2 - 0{,}944h + 8{,}194 = 0$

$\frac{0.944 \pm \sqrt{(-0{,}944)^2 - 4 \times 0{,}02 \times 8{,}194}}{2 \times 0{,}02}$

$h_1 = 35{,}73$

$h_2 = -7{,}4911$

Dado que no podemos utilizar una distancia negativa la eliminamos.

$D_{oo}(35{,}73) = -0{,}058(35{,}73)^2 + 2{,}867(35{,}73) - 24{,}239 = 4{,}154$

$D_{op}(35{,}73) = -0{,}078(35{,}73)^2 + 3{,}811(35{,}73) - 32{,}433 = 4{,}154$

En este contexto, el punto de equilibrio entre ambas curvas está situado a una altitud 35.73 Km y con una densidad de 4.154 (10^{-3} cm/Km)

Problema 5.

a. Dom f(h) = h ∈ [~7.45 , 18] ; Rec f(h) = f(h) ∈ [0 , 513.96]

b. Máx f(h) = (16.24 , 513.96). Esto quiere decir que a una concentración de 16.24 mg/Kg de hierro en la pulpa del fruto, el nivel de clorofila presente en la hoja del palto es de 513.96 µg/cm^2 .

c. $f(12) = -6{,}6457 \times (12)^2 + 215{,}96 \times (12) - 1240{,}5 = 394{,}039$ µg/cm^2

Cuando la pulpa del fruto tiene 12 mg/Kg de concentración de hierro, la hoja posee 394,039 µg/cm^2.

d. $f(8{,}5) = -6{,}6457 \times (8{,}5)^2 + 215{,}96 \times (8{,}5) - 1240{,}5 = 115{,}008$ µg×cm^2

$f(10{,}5) = -6{,}6457 \times (10{,}5)^2 + 215{,}96 \times (10{,}5) - 1240{,}5 = 294{,}391$ µg×cm^2

$f(16) = -6{,}6457 \times (16)^2 + 215{,}96 \times (16) - 1240{,}5 = 513{,}56$ µg×cm^2

e. R^2 es un indicador estadístico que permite medir el nivel de correlación entre las variables involucradas en un fenómeno de estudio. Es un valor que fluctúa entre 0 y 1 y su importancia radica en que éste indica en qué medida la variabilidad de la variable dependiente está explicada por la variación de la variable independiente. En este contexto, R^2 = 0,84. Esto quiere decir que la variación del nivel de clorofila en la hoja de palto está explicada en un 84% por la variación de la concentración de hierro en la pulpa del fruto.

Problema 6.

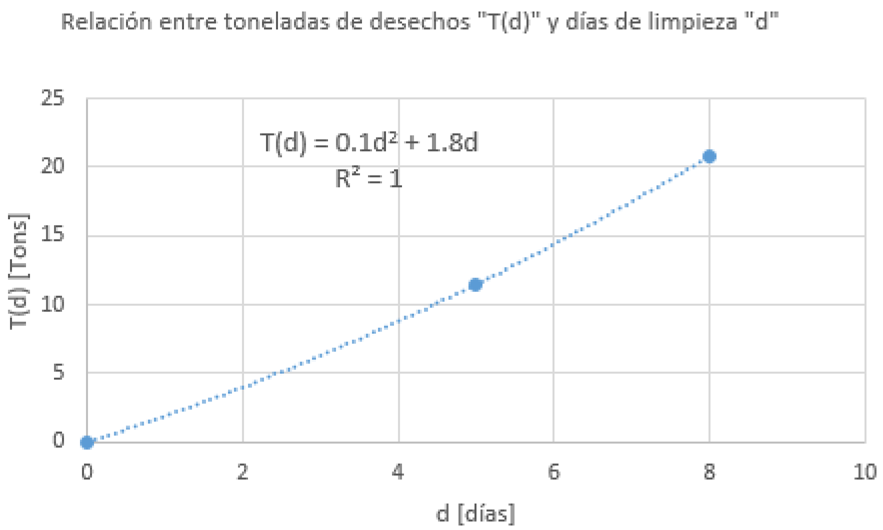
a. Se entra la siguiente tabla de datos a Excel/Calculadora

Variable ind.	dias (d)	0	5	8
Variable dep.	Tons T(d)	0	11.5	20.8

***Nota:** El valor T(0)=0 no está dado por el enunciado, pero se infiere que a 0 días de trabajo habrá 0 toneladas de desechos procesados. Este par coordenado es necesario para obtener modelo cuadrático si se está ocupando M.Excel.

De esta forma se obtiene el siguiente modelo: $T(d) = 0.1d^2 + 1.8d$ con $R^2 = 1$ y donde $Dom\, T:\ d \in R - d \geq 0$

b.



c. Para encontrar un valor extremo de la función, esta se puede manipular algebraicamente esta para obtener su forma canónica y por ende su vértice.
Dado lo anterior obtenemos que : $T(d) = 0.1(d + 9)^2 - 8.1$.

De esta forma, vemos el vértice (h, k) es un valor extremo mínimo (-9 , -8.1) y que está fuera del dominio definido para el modelo. Por lo cual no aplica ningún análisis relevante para esta situación.

d. Haciendo $T(d) = 54.4 \Rightarrow 0 = 0.1d^2 + 1.8d - 54.4$
De lo anterior: $\Delta = 25$. Por lo que $d_1 = -34\,; d_2 = 16$

Por lo tanto, se necesitan 16 días y 0 horas para que la cantidad de desechos sea 54.4 toneladas.

Página 43

Problema 7.

a. Se aplica regresión cuadrática a la tabla de datos adjunta, obteniendo:

$$A(L) = -0.4695L^2 + 0.5049L + 1.5853 \text{ con } R^2 = 0.7713$$

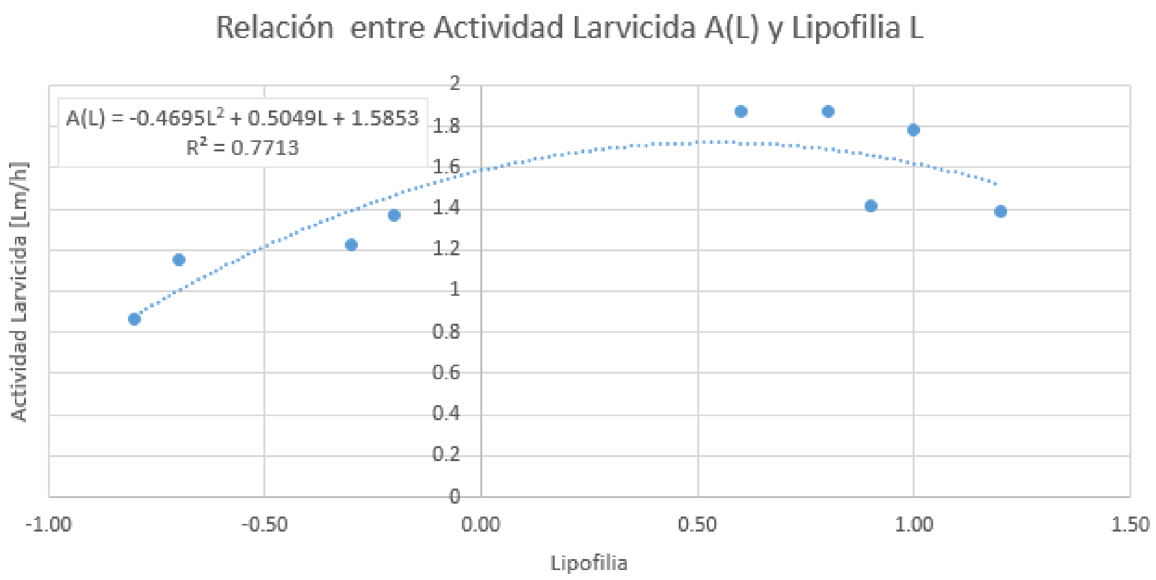
b. $A(L) = 0 \Rightarrow L_1 \approx -1.377 \ \wedge L_2 \approx 2.452$

c. Obtenemos forma canónica: $A(L) = -0.4695(L-0.5377)^2 + 1.72104$

De lo anterior vemos que el vértice (h, k)=(0.5377 , 1.72104) es un máximo.

Nota: Puede notarse inconsistencia en que A(L) max = 1.72104 ya que por tabla para A(0.6) = 1.871 o A(0.8)=1.869. Sin embargo hay que recordar que al aplicar la regresión el modelo tiene un margen de error no menor en la dispersión de datos dado su R^2.

d. Modelo Gráfico:



Página 44

Problema 8.

a. $f(x) = x \in [0, 30]$

$g(x) = x \in [0, 30]$

b. Dom $f(x) = x \in [0, 30]$

Rec $f(x) = [2.91, 6.83]$

Dom $g(x) = x \in [0, 30]$

Rec $g(x) = [1.23, 8.45+]$

c.

$f(x) = 0{,}02x^2 - 0{,}56x + 6{,}83$

$a = 0{,}02 > 0$, por lo tanto nuestra función es convexa, es decir, tiene un mínimo. Min: $(-\frac{b}{2a}, f(-\frac{b}{2a})) = (-\frac{-0{,}56}{2\times 0{,}02}, f(-\frac{-0{,}56}{2\times 0{,}02})) = (14;\ 2{,}91)$.

$g(x) = 0{,}02x^2 - 0{,}76x + 8{,}45$

$a = 0{,}02 > 0$, por lo tanto nuestra función es convexa, es decir, tiene un mínimo. Min: $(-\frac{b}{2a}, f(-\frac{b}{2a})) = (-\frac{-0{,}76}{2\times 0{,}02}, f(-\frac{-0{,}76}{2\times 0{,}02})) = (19;\ 1{,}23)$.

d.

$f(x)$:

$a = 0{,}02 > 0$, por lo tanto nuestra función es convexa, es decir, tiene un mínimo. Min: $(-\frac{b}{2a}, f(-\frac{b}{2a})) = (-\frac{-0{,}56}{2\times 0{,}02}, f(-\frac{-0{,}56}{2\times 0{,}02})) = (14;\ 2{,}91)$

Esto quiere decir que la temperatura mínima en que se puede incubar la infección es de 14° C, y tiene una duración de 2,91 días.

$g(x)$:

$a = 0{,}02 > 0$, por lo tanto nuestra función es convexa, es decir, tiene un mínimo. Min: $(-\frac{b}{2a}, f(-\frac{b}{2a})) = (-\frac{-0{,}76}{2\times 0{,}02}, f(-\frac{-0{,}76}{2\times 0{,}02})) = (19;\ 1{,}23)$

Esto quiere decir que la temperatura mínima en que se incuba la infección es de 19° C y tiene una duración de 1,23 días.

$f(22) = 0{,}02\times 22^2 - 0{,}56\times 22 + 6{,}83 = 4{,}19$

A 22° C el período de incubación de *Botrytis cinérea* es de 4,19 días.

e.

Se igualan $f(x) = g(x)$

$0{,}02x^2 - 0{,}56x + 6{,}83 = 0{,}02x^2 - 0{,}76x + 8{,}45$

$0{,}2x = 1{,}62$

$x = 8{,}1$

$g(8{,}1) = 0{,}02\times(8{,}1)^2 - 0{,}56\times(8{,}1) + 6{,}83 = 3{,}6062$ días

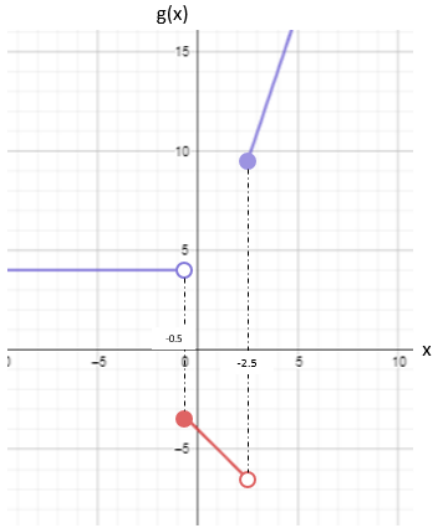
$f(8{,}1) = 0{,}02\times(8{,}1)^2 - 0{,}76\times(8{,}1) + 8{,}45 = 3{,}6062$ días

El punto de equilibrio entre ambas variedades está en el punto (8,1;3,606), es decir a los 8,1° C de temperatura ambas tienen un período de incubación de 3,6 días.

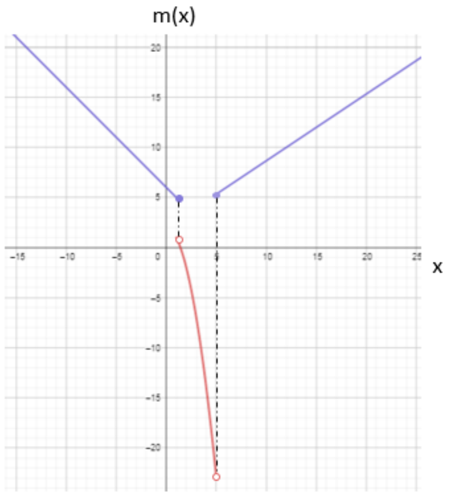
Página 45

ÍTEM I

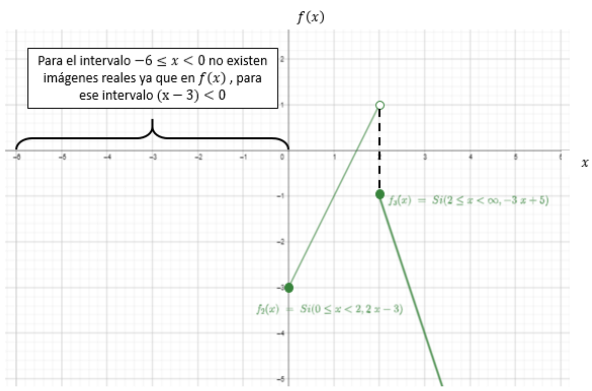
a. Dom g(x) : Todos los números reales



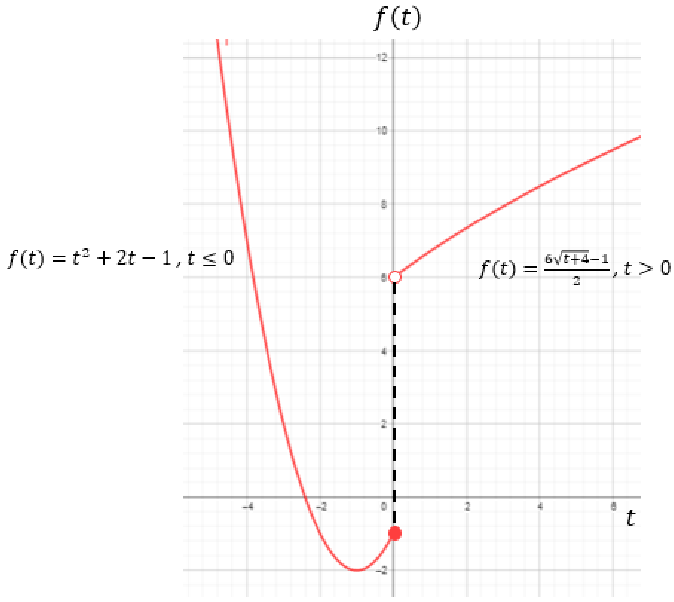
b. Dom m(x) : Todos los números reales



c. Dom f(x) : $x \in R - x \geq 0$



d. Dom f(t) : Todos los números reales



Página 46-47

Problema 1

a. $Dom\ P(t)\ :\ t \in R\ /\ 0 \leq t \leq 12$

Donde: $t_n = 8 \wedge t_N = 12$

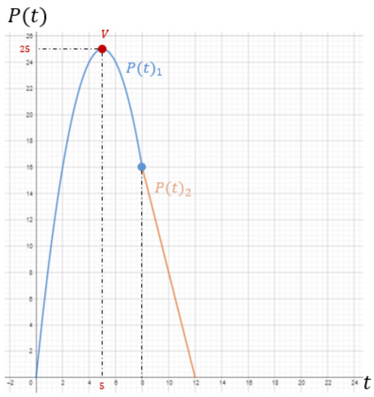
Aclaración 1: Al intersectar $P(t)_1$ con $P(t)_2$, se obtienen dos puntos de intersección: $t_1 = 6 \wedge t_2 = 8$. Como en el ítem (i) existe la restricción: $t \in]6, \infty)$, entonces el único valor válido es $t_2 = 8$.

Aclaración 2: El valor de $t_N = 12$, se obtiene al hacer $P(t)_2 = 0$

b. $P(t) = -(t-5)^2 + 25$

c. Modelo gráfico:

"Observar consistencia de modelo canónico con el vértice graficado"



d. Del gráfico anterior se observa que la absorción de fósforo es estrictamente creciente para el intervalo: $t \,\epsilon\, R - 0 < t < 5$.

Los valores t = 0 y t = 5 no se consideran debido que P(0)=0 y que en t = 5 es el punto de inflexión donde la absorción pasa de ser creciente a decreciente.

Ahora bien, mediante variaciones medias vemos que:

$$VM_{[0,5]} = \frac{P(5)_1 - P(0)_1}{5-0} = \frac{25}{5} = +5$$

$$VM_{[4.09,5]} = \frac{P(5)_1 - P(4.09)_1}{5-4.09} = \frac{24.1719}{0.91} = +26.56$$

$$VM_{[5,5.01]} = \frac{P(5.01)_1 - P(5)_1}{5.01-5} = \frac{-0.0001}{0.01} = -0.01$$

Aclaración 3: Notar que para t > 5 las variaciones medias son negativas, lo que reafirma que la absorción de fósforo comienza a decaer desde t = 5 en adelante. Sin embargo, **no confundir** que la absorción decaiga constantemente para valores t > 5 con que la absorción sea "negativa". De hecho, para el intervalo 5 < t < 12 se sigue absorbiendo, pero cada vez menos. Una absorción "negativa" sucederá sólo a partir del intervalo t > 12.

Problema 2

Pendiente por posible inconsistencia (Bajo revisión)

Página 54

2. ÍTEM I

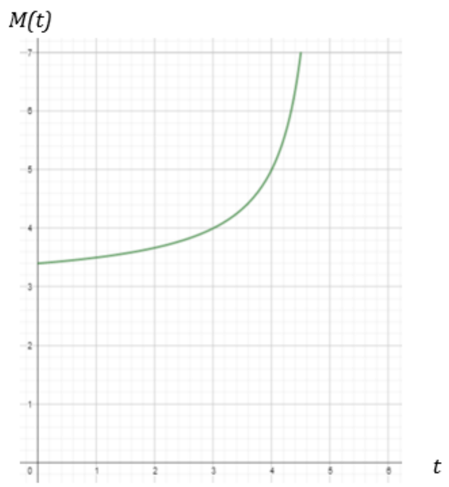
1. -Dom f: R-{-4} Rec f: R-{3} asíntota vertical: -4 asíntota horizontal: 3 centro:(-4,3)
2. -Dom f: R-{-5} Rec f: R-{3} asíntota vertical: -5 asíntota horizontal: 3 centro:(-5,3)
3. Dom f: R-{7} Rec f: R-{0,5} asíntota vertical: 7 asíntota horizontal: 0,5 centro:(7,0.5)
4. Dom f: R-{6} Rec f: R-{4/3} asíntota vertical: 6 asíntota horizontal: 4/3 centro:(6,4/3)
5. -Dom f: R-{0.5} Rec f: R-{-2} asíntota vertical: 0.5 asíntota horizontal: 2 centro:(0.5,2)
6. -Dom f: R-{-1} Rec f: R-{3} asíntota vertical: -1 asíntota horizontal: 3 centro:(-1,3)
7. -Dom f: R-{1} Rec f: R-{1} asíntota vertical: 1 asíntota horizontal: 1 centro:(1,1)
8. -Dom f: R-{-0.5} Rec f: R-{2} asíntota vertical: -0.5 asíntota horizontal: 2 centro:(-0.5,2)

9. -Dom f: R-{-1.5} Rec f: R-{-3} asíntota vertical: -1.5 asíntota horizontal: -3 centro:(-1.5,-3)
10. -Dom f: R-{2} Rec f: R-{1} asíntota vertical: 2 asíntota horizontal: 1 centro:(2,1)
11. Dom f: R-{0} Rec f: R-{3} asíntota vertical: 0 asíntota horizontal: 3 centro:(0,3)
12. Dom f: R-{2} Rec f: R-{3} asíntota vertical: 2 asíntota horizontal: 3 centro:(2,3)
13. Dom f: R-{-5} Rec f: R-{0} asíntota vertical: -5 asíntota horizontal: 0 centro:(-5,0)
14. Dom f: R-{4} Rec f: R-{-2} asíntota vertical: 4 asíntota horizontal: -2 centro:(-4,-2)
15. Dom f: R-{-5} Rec f: R-{3} asíntota vertical: -5 asíntota horizontal: 3 centro:(-5,3)

Página 56

Problema 1

a. **Variables**
   Variable independiente: Tiempo “t” [meses]
   Variable dependiente: “M(t)” [decenas de aves]
b. **Intersecciones**
   Para t = 0 - M(t) = 17/5
c. **Ecuaciones de asíntotas**
   Asíntota vertical t = 5
   Asíntota horizontal M(t) = 3
d. **Plan de acción para gráfica**
   d.1. Obtener forma canónica.
   d.2. De lo anterior obtener ecuaciones de las asíntotas de “h” y “k” para luego graficarlas.
   d.3. Hacer t = o para ubicar intercepto (0,17/5).
   d.4. De “A” obtener si es creciente o decreciente para saber en qué cuadrantes se encuentra.
   d.5 Eliminar las imágenes que no correspondan al dominio $0 \leq t \leq 4$
e. **Gráfico**



f. **Modelo redefinido según contexto**

$$M: [0, 4.5] \longrightarrow \left[\frac{17}{5}, 7\right]: M(t) = 3 - \frac{2}{t-5}$$

g. **Aumento porcentual entre M(4.5) y M(0)**

$M(0) = \frac{17}{5} = 3\frac{2}{5} = 3.4$ decenas de aves = 34 aves
$M(4.5) = 7$ decenas de aves = 70 aves
Las aves aumentaron en un 105.88% en 4 meses y medio lo cual significa una sobrepoblación acelerada par aun intervalo de tiempo tan corto.

Página 57

Problema 2

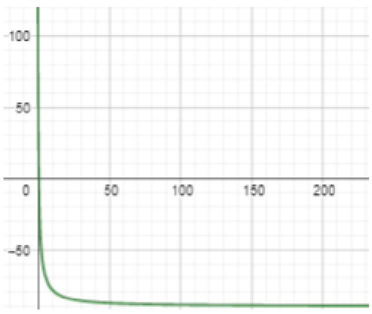
a. El tener el modelo en su forma canónica, esto permita saber de inmediato las asíntotas y el valor de A. Con estos tres datos, no es necesario esbozar el gráfico para saber que la curva tendrá un comportamiento creciente en el cuadrante I a para los t>0.
   También se puede inferir que la rentabilidad $R(t)$ al largo plazo (t =24) el periodo de estabilidad el valor de retorno económico será cercano a los $R(t) \approx \$\ 200.000.000$

b. Plan para graficar
   b.1. Obtener forma canónica.
   d.2. De lo anterior obtener ecuaciones de las asíntotas de "h" y "k" para luego graficarlas.
   d.3. Hacer t = 0 para ubicar intercepto (0,-0.5).
   d.4. De "A" obtener si es creciente o decreciente para saber en qué cuadrantes se encuentra.
   d.5 Eliminar las imágenes que no correspondan al dominio $0 \leq t \leq 24$

c. y d. Al resolver estas inecuaciones nos damos cuenta que la función de retorno es negativa en el intervalo $0 \leq t \leq 0.5$. De lo anterior, se puede inferir que el negocio tendrá pérdidas económicas desde su inicio hasta justo antes del primer mes. Sin embargo, en el intervalo $0.5 < t \leq 24$ el negocio obtiene ingresos positivos siendo cada vez más fuertes hasta llegar al punto de equilibrio antes mencionado.

Problema 3

a. Gráfico



Dominio: $\{x \in R : x \neq -1\}$
Recorrido: $\{x \in R : y \neq -90\}$

Asíntota vertical: $(x = -1)$
Asíntota horizontal: $(y = -90)$

b. Hacer $T_m(-5) = \frac{36-90(5)}{5+1} = \frac{-414)}{6} = -69°C$

c. A los 17 minutos

d. Si obtenemos la forma canónica vemos que $T_m(t) = \frac{126}{t+1} - 90$. Con esta información vemos que la asíntota horizontal está en y = -90°C siendo este el valor mínimo de temperatura a la cual puede llegar el tejido vegetal.

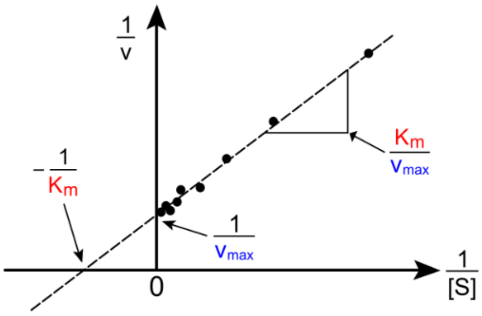
Página 58

Problema 4

a. –

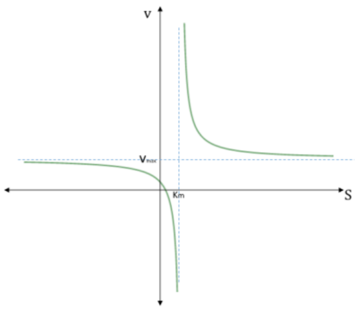
$$\frac{1}{V} = \frac{(K_m + [S])}{(V_{max}[S])} = \frac{K_m}{V_{max}} \frac{1}{[S]} + \frac{1}{V_{max}}$$

b. –



c. –

Para Km < 0 y Vmax > 0



Problema 5

a. –

$v(t) = 375\ m^3 = Lt/hora_{b1} \cdot t + Lt/hora_{b2} \cdot t$

Donde v(t) = Cantidad de litros en función del tiempo “t”

t = tiempo en horas

$v(t) = 375\ [m^3] = 46.875[\frac{m^3}{hrs}] \cdot\cdot\ t + 31.25[\frac{m^3}{hrs}] \cdot t$

$375\ [m^3] = 78.125[\frac{m^3}{hrs}] \cdot t$

$4.8\ [hrs] = t$

b. $3.2\ [hrs] = t$

Página 60

2.1 Actividad de aprendizaje

ÍTEM I

a. $s(x) = (x-2)\,;\; r(x) = \;(4x-3)$
b. $s(x) = (x^2-2x+4)\,;\; r(x) = \;(-7x^2-2x+5)$
c. $s(x) = (x^2+4x+5)\,;\; r(x) = 6$
d. $s(x) = x\,;\; r(x) = 3x+1$

ÍTEM II

a. $s(x) = (x^2+2x+3)\,;\; r(x) = -8$
b. $s(x) = (x^3+5x^2+5x+4)\,;\; r(x) = 5$
c. $s(x) = \left(4x^2-5x+\frac{11}{2}\right)\,;\; r(x) = \frac{17}{4}$

Página 61

3.1 Actividad de aprendizaje

ÍTEM I

a. - $P(x) = (x^2-2x+4)(x+2)$
b. - $P(x) = (x^2-4)(x+3) = (x+2)(x-2)(x+3)$
c. - $P(x) = (x+1)(x^2-x+1)(x^2+x+1)$

ÍTEM II

- Al dividir $P(x) = x^5+2x^3-7x^2-8x+12$ por las raíces dadas se logra factorizar P(x) de la siguiente forma: $P(x) = (x-2)(x-1)(x+2)(x+3)$. Por lo tanto, Q.E.D que $(x-1) \wedge (x+2)$son factores de P(x).

- Al dividir $P(x) = x^6+x^4-x^2-1$ por las raíces dadas se logra factorizar P(x) de la siguiente forma: $P(x) = (x-1)(x+1)(x^2+1)^2$. Por lo tanto, Q.E.D que $(x-1) \wedge (x+1)$son factores de P(x)

Página 62

4.1 Actividad de aprendizaje

1. $P(x) = (x+1)(2x+1)(3x-2)$
2. $P(x) = (x-4)(x+3)(3x-1)$
3. $P(x) = (x-1)(x+1)(x^2+6x+1)$
4. $P(x) = 2(x-1)(x^2-4x+2)$
5. $P(x) = (x-2)(x+2)(x^2-2x-1)$
6. $P(x) = (2x-5)(x^2+1)$
7. $P(x) = (x+1)(2x+1)(3x-2)$
8. $P(x) = (2x-1)(x^2-2x-1)$
9. $P(x) = (x+2)^2(x^2-5)$

Página 63

1.1 Actividad de aprendizaje

ÍTEM I

Ejercicio a)

$Dom\,(f)\ : x \in R\ \wedge\ Dom(g)\ :\ x \in R \,/\, x \geq 2$

Suma: $f(x) + g(x)$

$Dom\,(f+g)\ =\ Dom(f)\ \cap Dom(g)\ :\ x \in R\ /\, x \geq 2$

De esta forma: $(f+g)\,(x)\ = x^{2} - 3x\ +\ \sqrt{x+2}$

Diferencia: $f(x) - g(x)$

$Dom\,(f-g)\ =\ Dom(f)\ \cap Dom(g)\ :\ x \in R\ /\, x \geq 2$

De esta forma: $(f-g)\,(x)\ = x^{2} - 3x\ -\ \sqrt{x+2}$

Producto: $f(x) \bullet g(x)$

$Dom\,(f \bullet g)\ =\ Dom(f)\ \cap Dom(g)\ :\ x \in R\ /\, x \geq 2$

De esta forma: $(f \bullet g)\,(x)\ = (x^{2} - 3x\,) \bullet\ \sqrt{x+2}$

Cociente: $f(x) : g(x)$

$Dom\,(f : g)\ :\ \ x \in R\ /\, x > 2$

De esta forma: $(f : g)\,(x)\ =\ \frac{(x^{2}-3x)}{\sqrt{x+2}}$

Ejercicio b)

$Dom\,(f)\ : x \in R \,/\, x \leq 3\ \wedge\ Dom(g)\ :\ x \in R \,/\, (-\infty, -4]\ U\ [4, +\infty)$

Suma: $f(x) + g(x)$

$Dom\,(f+g)\ =\ Dom(f)\ \cap Dom(g)\ :\ x \in R\ /\, x \leq -4$

De esta forma: $(f+g)\,(x)\ =\ \sqrt{3-x}\ +\ \sqrt{x^{2}-16}$

Diferencia: $f(x) - g(x)$

$Dom\,(f-g)\ =\ Dom(f)\ \cap Dom(g)\ :\ x \in R\ /\, x \leq -4$

De esta forma: $(f-g)\,(x)\ =\ \sqrt{3-x}\ -\ \sqrt{x^{2}-16}$

Producto: $f(x) \bullet g(x)$

$Dom\,(f \bullet g)\ =\ Dom(f)\ \cap Dom(g)\ :\ x \in R\ /\, x \leq -4$

De esta forma: $(f \bullet g)\,(x)\ =\ \sqrt{-x^{3} + 3x^{2} + 16x - 48}$

Cociente: $f(x) : g(x)$

$Dom\,(f : g)\ :\ \ x \in R\ /\, x < -4$

De esta forma: $(f : g)\,(x)\ =\ \sqrt{\frac{(3-x)}{(x-4)(x+4)}}$

Ejercicio c)

$Dom\,(f)\ : x \in R\ \ \wedge\ Dom(g)\ :\ x \in R\ -\ \{0\}$

Suma: $f(x) + g(x)$
$Dom\,(f + g)\ =\ Dom(f)\ \cap Dom(g)\ :\ x \in R\ \ -\{0\}$
De esta forma: $(f + g)\,(x)\ =\ \frac{x^5+1}{x^3}$

Diferencia: $f(x) - g(x)$
$Dom\,(f - g)\ =\ Dom(f)\ \cap Dom(g)\ :\ x \in R\ \ -\{0\}$
De esta forma: $(f - g)\,(x)\ =\ \frac{x^5-1}{x^3}$

Producto: $f(x) \bullet g(x)$
$Dom\,(f \bullet g)\ =\ Dom(f)\ \cap Dom(g)\ :\ x \in R\ \ -\{0\}$
De esta forma: $(f \bullet g)\,(x)\ =\ \frac{1}{x}$

Cociente: $f(x) : g(x)$
$Dom\,(f : g)\ :\ x \in R$
De esta forma: $(f + g)\,(x)\ = x^5$

Ejercicio d)

$Dom\,(f)\ : x \in R\,/\,x \geq 2\ \wedge\ Dom(g)\ :\ x \in R\ \,/\,x \geq -5$

Suma: $f(x) + g(x)$
$Dom\,(f + g)\ =\ Dom(f)\ \cap Dom(g)\ :\ x \in R\,/\,x \geq 2$
De esta forma: $(f + g)\,(x)\ = \sqrt{x-2} + \sqrt{x+5}$

Diferencia: $f(x) - g(x)$
$Dom\,(f - g)\ =\ Dom(f)\ \cap Dom(g)\ :\ x \in R\,/\,x \geq 2$
De esta forma: $(f - g)\,(x)\ = \sqrt{x-2} - \sqrt{x+5}$

Producto: $f(x) \bullet g(x)$
$Dom\,(f \bullet g)\ =\ Dom(f)\ \cap Dom(g)\ :\ x \in R\,/\,x \geq 2$
De esta forma: $(f \bullet g)\,(x)\ = \sqrt{x^2 - 3x + 10}$

Cuociente: $f(x) : g(x)$
$Dom\,(f : g)\ =\ x \in R\,/\,x < -5 \vee\ x \geq 2$
De esta forma: $(f : g)\,(x)\ =\ \sqrt{\frac{x-2}{x+5}}$

Ejercicio e)

$Dom\ (f)\ : x \in R\ /-\{1\}\ \wedge\ Dom(g)\ :\ x \in R$

Suma: $f(x)+g(x)$

$Dom\ (f+g)\ =\ Dom(f)\ \cap Dom(g)\ :\ x \in R\ /-\{1\}$

De esta forma: $(f+g)\ (x)\ =\ \frac{x^2-2x+2}{x-1}$

Diferencia: $f(x)-g(x)$

$Dom\ (f-g)\ =\ Dom(f)\ \cap Dom(g)\ :\ x \in R\ /-\{1\}$

De esta forma: $(f-g)\ (x)\ =\ \frac{-x(x-2)}{(x-1)}$

Producto: $f(x) \cdot g(x)$

$Dom\ (f \cdot g)\ :\ x \in R$

De esta forma: $(f \cdot g)\ (x)\ = 1$

Cuociente: $f(x) : g(x)$

$Dom\ (f : g)\ :\ x \in R\ -\{1\}$

De esta forma: $(f : g)\ (x)\ =\ \frac{1}{(x-1)^2}$

Página 64

ÍTEM II

Nota: Las descomposiciones pueden cambiar, por lo que no habrá una respuesta única. Lo importante es que al componer h(x) y g(x) efectivamente resulte $(h\ og)(x) = f(x)$.

a. $-Dom\ f: x\ \epsilon\ R\ -\ x \geq 0$

$$h(x) = \frac{x}{x+1} \wedge g(x) = \sqrt[3]{x}$$

b. $-Dom\ f: x\ \epsilon\ R - \{0\}$

$$h(x) = ((x+2)^2+1)^3 \wedge g(x) = \frac{1}{x}$$

c. $-Dom\ f: x\ \epsilon\ R - \{0\}$

$$h(x) = \left(4+\sqrt{x}\right)^{-3} \wedge g(x) = x^2+1$$

d. $-Dom\ f): x\ \epsilon\ R\ /\ x \leq -3\ U\ x \geq 0$

$$h(x) = \sqrt[3]{x} \wedge g(x) = x^2+3x$$

e. $-Dom\ f: x\ \epsilon\ R -\ x \geq 0$

$$h(x) = \left(\frac{7}{11}x-1\right)^2 \wedge g(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}$$

f. $\text{-}Dom\ f: x\ \epsilon\ R$

$$h(x) = \frac{1}{x} \wedge g(x) = (x-3)^4+1$$

Página 65

2.1 Actividades de aprendizaje

ÍTEM I

a. Biyectiva
b. Inyectiva
c. Inyectiva
d. Biyectiva

ÍTEM II

a. No hay inversa para el dominio declarado.
b. $g^{-1}(x) = x$
c. $f^{-1}(x) = 1 \pm \sqrt{x}$
d. $g^{-1}(x) = 1 - \sqrt{x}$
e. $f^{-1}(x) = \pm\sqrt{x^2 + 4}$

Página 67

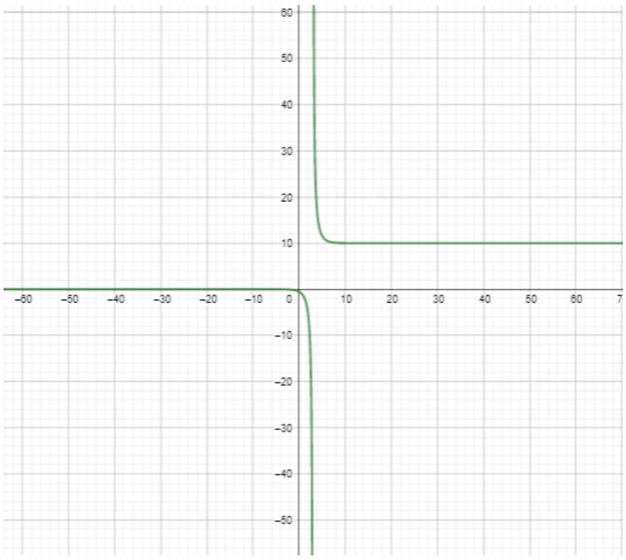
3. Actividades de aprendizaje

ÍTEM I

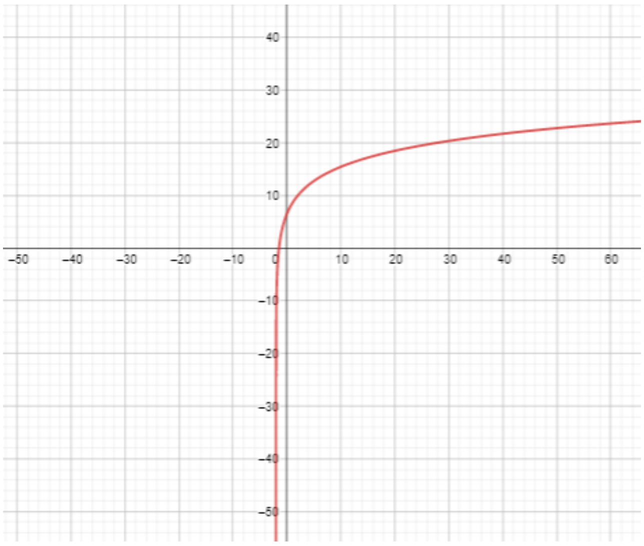
Si bien, en el cuadernillo todas están con el nombre "f" se le da un nombre y color a cada una para poder diferenciarlas en el gráfico. Para (2) y (4) se asigna dos valores k y h uno positivo y otro negativo respectivamente para que se pueda notar la diferencia de comportamiento según sea el caso.

ÍTEM II

a. $D: x \epsilon\ ]-\infty, -\ln(1/20)\ [\ U\ ]-\ln(1/20), +\infty[$



b. $D: x \epsilon\ ]-2, +\infty[$



ÍTEM III

a. Solución: $x = \frac{e^2}{2} + \frac{1}{2}$

b. Solución: $x = \frac{\ln(2)+4}{3}$

c. Solución: $x = 9\ 999$

d. Solución: $x = e^e$

e. Solución: $x = \ln(\ln(10))$

f. Solución: $x = \frac{3-\sqrt{141}}{2}$

g. Solución: $x = \frac{\ln(C)}{a-b}$

h. Solución: $x = \ln(4) \vee x = \ln(3)$

i. Solución: $x = 4.56$

j. Solución: $x = 1 \vee x = 4$

k. Solución: $x = 11$

l. Solución: $x = 2 \pm \sqrt{3}$

Página 72

4.1 Actividades de aprendizaje

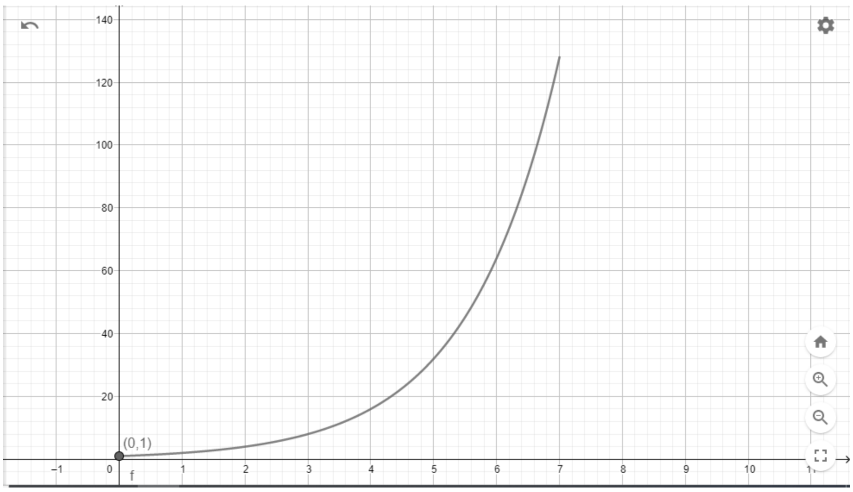
Problema 1

a. -

t [horas]	0	1	2	3	4	5	6	7
f(t) [bacterias]	1	2	4	8	16	32	64	128

b. - $f(t) = 2^t$, con f(t): cantidad de bacterias a un tiempo "t" en unidades. y t: tiempo transcurrido en horas.

c.



con Dom(f) = [0,7]

d. - La bipartición bacteriana responde a un comportamiento exponencial de crecimiento rápido (comprobable dada su convexidad) con base 2, por lo que cada hora trascurrida la población bacteriana aumenta al doble.

Problema 2

Pendiente por posible inconsistencia (Bajo revisión)

Página 73

Problema 3

a. - $P(t) = P_0*(1+ i)^t$ con P_0= 50 e i=0,45

- ⇨ EL incremento al cabo de 3 años estará dado por $P(t) = 50*(1+ 0{,}45)^3$ = 152,43, que en términos porcentuales respecto a la población inicial es del 204,86%

b. – Consideraría la replantación de los cultivos luego de un período de reposo de la tierra posterior a un cese de cosecha antes de cumplir el umbral de aproximadamente 4 años con 4 meses en el que la población de microorganismos llega a su nivel crítico.

(Se considera que el tipo de pregunta, respecto a los conocimientos específicos de los cuales se espera respuesta, no se ajustan al área de conocimiento de la facultad.)

Problema 4

$C(t) = C_0*(1+r/(100*n))^{n*t}$, con n1 = 1; n2 = 12; n3 = 4; n4 = 2 , r = 0,06 y C0 = 5000

- ⇨ $C(t) = 5000*(1+0{,}06/(100*1))^{1*1}$ = 5003
- ⇨ $C(t) = 5000*(1+0{,}06/(100*12))^{12*1}$ = 5003,000825
- ⇨ $C(t) = 5000*(1+0{,}06/(100*4))^{4*1}$ = 5003,000675
- ⇨ $C(t) = 5000*(1+0{,}06/(100*2))^{2*1}$ = 5003,00045

Por lo tanto, entre los cuatro escenarios el mejor sería el de acumulación mensual, ya que este ofrece el mayor porcentaje de incremento relativo para un mismo período de tiempo.

Problema 5

a.- Constante de desintegración:

Si para $N(t) = N_0*e^{-\lambda t}$ se tiene N_0 = 320 [g] y t = 1,92 [años] de vida media => $N(t_{1/2}) = 320*e^{-\lambda*1{,}92}$ = 160 => $e^{-\lambda*1{,}92}$ = 0,5 => -λ*1,92 = ln(0,5) => λ = ln(0,5)/1,92 ≈ 0,361

Por lo que su constante de desintegración λ ≈ 0,361

b.- $N(2) = 320*e^{-0{,}361*2}$ => N(2) ≈ 155,45 [g]

c.- $N(t_{90\%}) = 320*e^{-0{,}361*t}$ = 320*0,1 => 32,0/320 = $e^{-0{,}361*t}$ => -0,361*t = ln(0,1) => t = ln(0,1)/-0,361 ≈ 6,378

Por lo que al cabo de 6 años con 4 meses y 16 días aproximadamente se habrá desintegrado el 90% del isótopo.

Problema 6

$C(t) = C_0*(1+r)^t$ => $1201{,}61+7000 = 7000*(1+0{,}02)^t$ => $8201/7000 = 1{,}02^t$ => $\log_{1,02}(8201/7000) = t$

⇨ $t \approx 7{,}996 \approx 8$

Por lo que han trascurrido aproximadamente 8 años desde que invirtió el capital.

Problema 7

Dado que $P(t) = 5000000*2^t$, con intervalos de t cada 30 [min] = 0,5 [h]

⇨ $P(t) = 320000000 = 5000000*2^t$ => $320/5 = 2^t$ => $t = \log_2(64) = 6$

Por lo que la población será de 320000000 de bacterias transcurridas 3 [h].

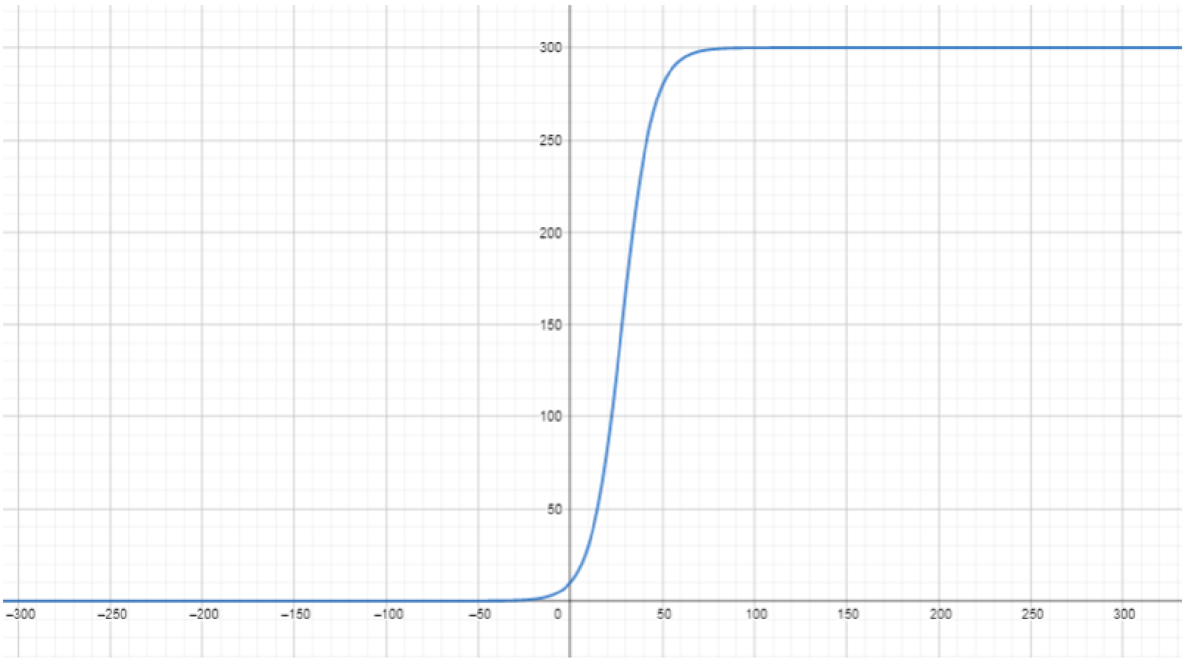
Problema 8

$$P(t) = \frac{K}{1 + Ae^{-\alpha t}} = \frac{300}{1 + Ae^{-0.12t}}$$

Suponiendo que $P_0 = 10$ individuos, entonces

$$A = \frac{K - P_0}{P_0} = \frac{300 - 10}{10} = 29$$

Por lo tanto la gráfica correspondiente sería:



Problema 9

$C(3) = 9550{,}87 = C_0*(1+0{,}04)^3 \Rightarrow 9550{,}87/(1+0{,}04)^3 = C_0 \Rightarrow C_0 \approx 8490{,}7$

Por lo que el capital inicial fue aproximadamente de US$8490,7

Página 74

Problema 10

a. Variable dependiente.- *I(t)*: Cantidad de individuos enfermos a los *t* días , en individuos.
   Variable independiente.- *t*: Tiempo de propagación del virus, en días.

b. $I(5) = 5000/(1+4999\cdot e^{(-0{,}8\cdot 5)}) \Rightarrow I(5) \approx 54$

c.

$$40\%\ de\ 5000 = \frac{5000*40}{100} = 2000$$

$$2000 = \frac{5000}{(1+4999*e^{-0.8*t})}$$

$$2000*(1+4999*e^{-0.8*t}) = 5000$$

$$(e^{-0.8*t}) = \frac{1.5}{4999}$$

$$ln(e^{-0.8*t}) = \ln\left(\frac{1.5}{4999}\right)$$

$$t = \frac{ln\left(\frac{1.5}{4999}\right)}{-0.8}$$

$$t \approx 10.13941$$

$\therefore$ *La planta deberá cerrar* ***exactamente*** *a los 10 días con 3 horas y 21 minutos de adquirido el virus el primer individuo.*

Problema 11

Dado que C(q) = (2q*ln(q))+20

- ⇨ C(5) = (2*5*ln(5))+20 ≈ 36,1 USD ≈ 22379 CLP
- ⇨ C(8) = (2*8*ln(8))+20 ≈ 53,3 USD ≈ 33028 CLP
- ⇨ C(10) = (2*10*ln(10))+20 ≈ 66,1 USD ≈ 40952 CLP

Problema 12

a. Dado que $A(t) = 10*0{,}8^t \Rightarrow A(t) < 2 = 10*0{,}8^t \Leftrightarrow 2/10 = 0{,}8^t \Rightarrow \log_{0{,}8}(0{,}2) = t$

⇨ t ≈ 7,21257 [h]

Por lo que la vaca no podrá amamantar hasta transcurridas al menos 7 horas con 13 minutos aproximadamente.

b. Dado que A(t) = 0 = 10*$0,8^t$ => 0 = $0,8^t$ => $\log_{0,8}(0) = \emptyset$

No se puede determinar mediante el modelo matemático el momento exacto en que deja de existir el medicamento en el torrente sanguíneo, lo que es atribuible a que los métodos de detección llegan a un umbral de sensibilidad de concentración en sangre desde el cual ya no se detecta el medicamento.

Problema 13

a. 100 gramos de bacterias
b. 125.23 gramos de bacterias
c. $t = \frac{\ln(1.4)}{0.045} \approx 7.48$ días
d. $t = \frac{\ln(2.5046)}{0.045} \approx 20.40$ días

Página 75

Problema 14

a. $V(t) = US\$30.000 \cdot (1-r)^t$
   Donde r = tasa de depreciación anual en valor decimal
   $V(t)$: Valor del activo en función del tiempo t
   t : tiempo en años

b. $V(t) = US\$30.000 \cdot (1-0.2)^t$
   $V(t) = US\$30.000 \cdot (0.8)^t$

Problema 15

a.
Para el 2016 -> t = 16
Por lo tanto, $f(16) = 44.584 \cdot (1.11)^{16} = \$236.78$
Para el 2020 -> t = 20
Por lo tanto, $f(20) = 44.584 \cdot (1.11)^{20} = \$359.42$

b. Variación porcentual promedio hace 10 años atrás, se refiere entre años 2006 y 2010, lo que implica $6 \leq t \leq 10$

$$\Delta\% = \frac{f(10) - f(6)}{f(6)} \cdot 100 = \frac{126.58 - 83.38}{83.38} \cdot 100 = 51.81\%$$

Problema 16

a. t = 14.29 años
b. t = 10.24 años
c. El interés compuesto entrega 26 dólares más que el interés simple para un periodo de 10 años.
d. El capital crece más rapido debido a que el periodo de capitalización es más frecuente.

Página 76

Problema 17

a. -
b. -
c. -
d. -

Problema 18

a. -
b. -
c. -

Problema 19

a. -
b. -
c. -

Página 77

Problema 20

a. -
b. -
c. -

Problema 21

a. -
b. -
c. -
d. -

Página 78

Problema 22

Sustancia	$[H\text{^}+]$	**pH**	**Naturaleza de la solución (básica - neutra- ácida)**
Jugo de limón	5,0 x $10^{-3}M$		

Jugo de tomate	3,2 x $10^{-4}M$		

Sustancia	$[H^+]$	pH	Naturaleza de la solución (básica - neutra - ácida)
Vinagre		3	**ácida**
Leche		6,5	**ácida**

Página 81

3. Actividades de aprendizaje

Problema 1

Los datos proporcionados se ajustan al modelo potencial de la forma $y = Mx^k$, con M = 2,717 y k = 1,5.

Problema 2

Los datos proporcionados se ajustan al modelo exponencial de la forma $y = Me^{kx}$, con M = 17,405 y k = -1,946.

Página 82

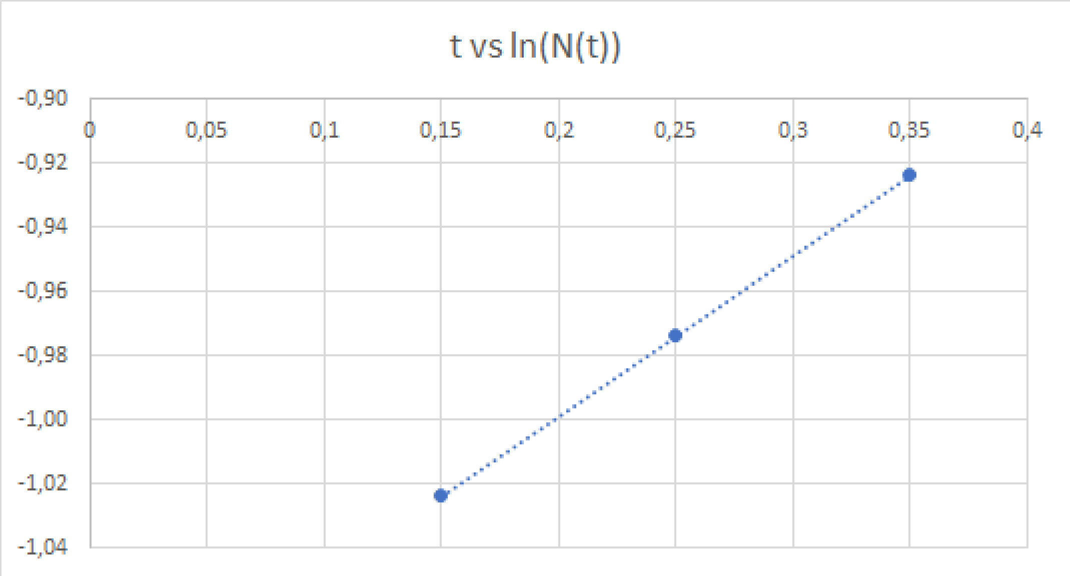
Problema 3

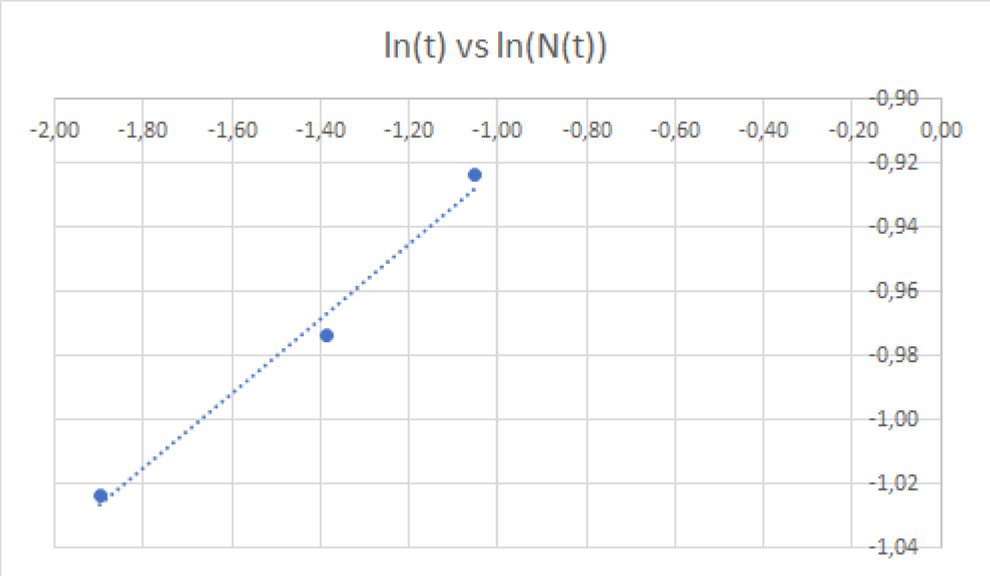
a.

Variable independiente (v.i)	*t*	0,15	0,25	0,35
Variable dependiente (v.d)	*N(t)*	0,35929	0,37772	0,39708
Logaritmo de la v.i	*Ln(t)*	-1,89712	-1,38629	-1,04982
Logaritmo de la v.d	*Ln(N(t))*	-1,02363	-0,97360	-0,92362
Escala Semilogarítmica	*Vm S.Log.*	0,50023	0,49985	
Escala Logarítmica	*Vm Log.*	0,09793	0,14855	

Los datos se ajustan a un modelo exponencial.

b.





c. La pendiente es 0,5 y la intersección con el eje y es -1,0986.

d. El modelo exponencial al cual se ajustan los datos es $y = 0{,}3333e^{0{,}5x}$.

Problema 4

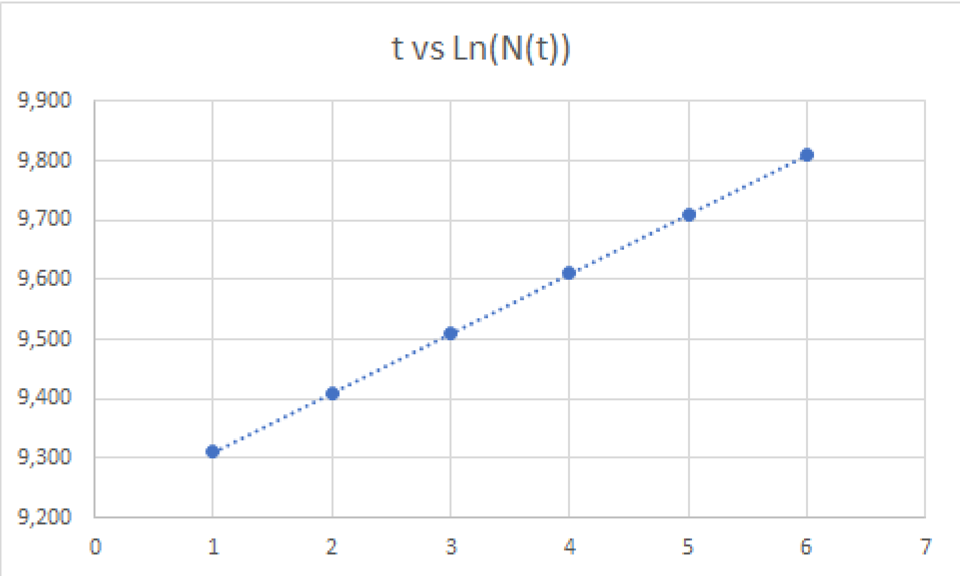
a.

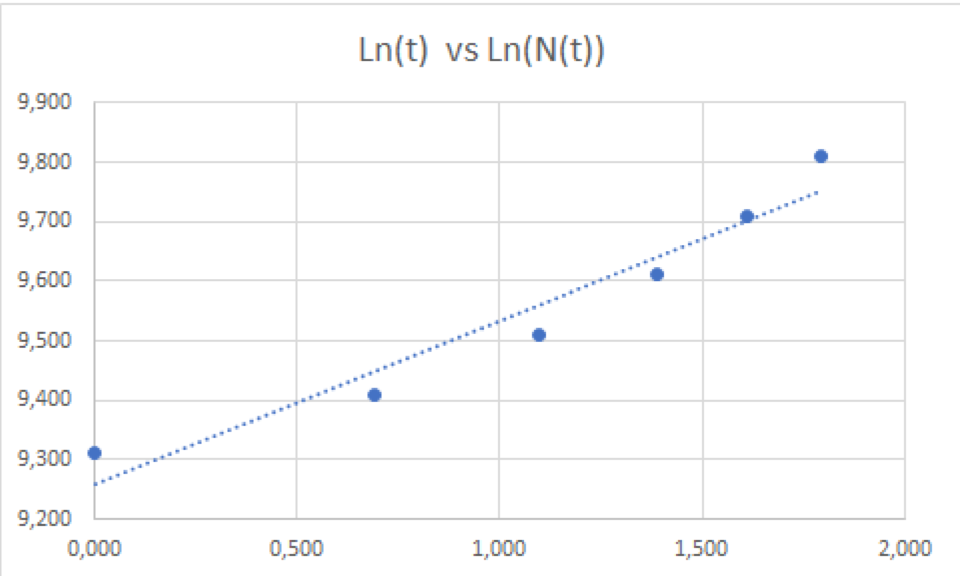
Variable independiente (v.i)	*t*	1	2	3	4	5	6
Variable dependiente (v.d)	*N(t)*	11051	12214	13498	14918	16487	18221

Logaritmo de la v.i	*Ln(t)*	0	0,69315	1,09861	1,38629	1,60944	1,79176
Logaritmo de la v.d	*Ln(N(t))*	9,31028	9,41034	9,51030	9,61032	9,71033	9,81033
Escala Semilogarítmica	*Vm S.Log.*	0,10006	0,09996	0,10003	0,10000	0,10000	
Escala Logarítmica	*Vm Log.*	0,14436	0,24653	0,34770	0,44816	0,54850	

Los datos se asemejan a un modelo exponencial.

b.





c. La pendiente es 0,1 y la intersección con el eje y es 9,2103.

d. El modelo exponencial al cual se ajustan los datos es $y = 9999{,}5e^{0{,}1x}$.

Capítulo 3. Límites y Continuidad de Funciones Reales

Página 88

1.1 Actividades de aprendizaje

ÍTEM I

En este ítem procura hacer el análisis por cada límite lateral. Ideal si complementas tu análisis con una gráfica de la función en geogebra.

a. Si existe límite porque: $\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^-} f(x) = -1$

b. No existe límite porque: $\lim_{x \to 2^+} f(x) = -\infty \wedge \lim_{x \to 2^-} f(x) = +\infty$

c. Si existe límite porque: $\lim_{x \to 2^+} f(x) = \lim_{x \to 2^-} f(x) = -\infty$

d. No existe límite porque: $\lim_{z \to o^+} f(z) = 1 \wedge \lim_{z \to o^-} f(z) = -1$

ÍTEM II

a. 1
b. e
c. 1
d. ln(2)
e. e

Página 89

ÍTEM III

a. -5
b. $\frac{1}{3}$
c. $\frac{6}{5}$
d. $\frac{1}{6}$
e. $\frac{-\sqrt{2}}{8}$
f. $\frac{4}{5}$
g. No existe
h. $\frac{-1}{16}$
i. 4
j. 27
k. 0
l. $\frac{1}{128}$
m. $\frac{-1}{9}$
n. 1
o. $\frac{-1}{2}$
p. 8
q. $\frac{2}{3}$
r. $\frac{1}{4a\sqrt{a-b}}$
s. $\frac{-1}{250}$
t. $-\infty$
u. 0

ÍTEM IV

a. 2x
b. $3x^2$
c. $\frac{-1}{x^2}$
d. e^x
e. $\frac{-2}{x^3}$
f. $\frac{-\sqrt{x^2}}{x^3}$
g. $\frac{1}{3x^{\frac{2}{3}}}$
h. 1

ÍTEM V

a. -2
b. 0
c. $\frac{-4}{\pi^2}$
d. 0
e. 0
f. $\frac{1}{2}$

Página 91

ÍTEM VI

Problema 1

La tasa de producción tiende a 0 cuando el número de células crece indefinidamente

Problema 2

a. $P(T) = e^{\left(\frac{ac+Ta+b}{c+T}\right)}$
b. La presión tiende a $e^a \left(\frac{lb}{pulg^2}\right)$ cuando T tiene un amento indefinidamente.

Problema 3

Cuando la distancia entre moléculas tiende a 0, el valor de la energía potencial tiende hacia el $+\infty$

Página 92

Problema 4

a. Si llevamos la temperatura T hacia 0 por la derecha, la constante de equilibrio K va a tender hacia 0
b. En este caso, si la temperatura T crece indefinidamente, la constante de equilibrio K va a tender a $e^{\left(\frac{\Delta S}{R}\right)}$

Problema 5

a. Esto se puede verificar utilizando cuando la concentración de protones en el equilibrio tiende a 0 por la derecha

x	10^{-6}	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}
$[[H]^+] = \sqrt{k_a(C_o - x)}$	$3{,}16x10^{-3}$	$3{,}16x10^{-3}$	$3{,}16x10^{-3}$	$3{,}145x10^{-3}$	$3x10^{-3}$

b. -

Página 95

1.1. Actividad de aprendizaje

a. $a = \frac{1}{3}$
b. No existe, debido a que el límite por la derecha y por la izquierda son distintos.
c. $c = 36a^4 + 1$
d. $A = 0$
e. $a = \frac{19}{6}$
f. $a = 2$
g. $a = \frac{19}{8}$
h. $c = \frac{1}{3}$
i. $c = -1$

Página 96

2.3. Actividad de aprendizaje

a. Asíntota horizontal: No tiene
Asíntota vertical: No tiene
b. Asíntota horizontal: 0
Asíntota vertical: 1
c. Asíntota horizontal: 1
Asíntota vertical: 2
d. Asíntota horizontal: 0
Asíntota vertical: No tiene
e. Asíntota horizontal: $\frac{\sqrt{2}}{3}$ y$\frac{-\sqrt{2}}{3}$
Asíntota vertical: $\frac{5}{3}$
f. Asíntota horizontal: 0
Asíntota vertical: 0
g. Asíntota horizontal: -1
Asíntota vertical: -1 y 1
h. Asíntota horizontal: 0
Asíntota vertical: $\sqrt{\frac{1}{2}}$ y $-\sqrt{\frac{1}{2}}$
i. Asíntota horizontal: $\frac{1}{3}$ y $-\frac{1}{3}$
Asíntota vertical: No tiene
j. Asíntota horizontal: No tiene
Asíntota vertical: No tiene
k. Asíntota horizontal: 1
Asíntota vertical: 0
l. Asíntota horizontal: 1
Asíntota vertical: -3
m. Asíntota horizontal: $\frac{\sqrt{2}}{3}$ y$\frac{-\sqrt{2}}{3}$
Asíntota vertical: $\frac{5}{3}$
n. Asíntota horizontal: 1
Asíntota vertical: 1
o. Asíntota horizontal: 0
Asíntota oblicua: -2
Asíntota vertical: No tiene
p. Asíntota horizontal: No tiene
Asíntota vertical: No tiene
q. Asíntota horizontal: $-\frac{1}{2}$
Asíntota vertical: No tiene

Página 97

3.1 Actividades de aprendizaje

ÍTEM I

a. No, ya que no es continua en 0 y está dentro del intervalo entregado
b. En la primera función $[1,2]$
En la segunda función $[0,1]$ y $[3,4]$, son dos intervalos porque tiene dos ceros la función
En la tercera función $[-1,0]$ y $[8,9]$, son dos intervalos porque tiene dos ceros la función

ÍTEM II

Problema 1

a. Por la derecha tiende a 27.000 y por la izquierda a 32.000

b. Si puede tener 10.000 habitantes en dos ocasiones, ya que en el intervalo$[1,7]$ existen 2 tiempos que logran los 10.000 habitantes

Problema 2

a. Desde las 6 AM estuvo sobre los 0°F, luego desde las 6 PM hasta el término del día (12PM) bajo los 0°F

b. Se demuestra utilizando el teorema de bolzano, al evaluar entre el intervalo $[6,7]$dan temperaturas entre los 29,75°F a los 32,4°F

Problema 3

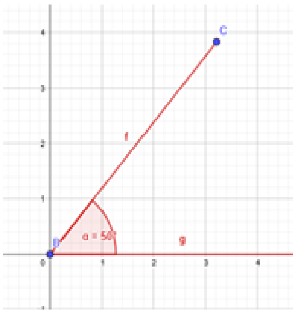
En el intervalo de $[4000,4500]$ metros sobre el nivel del mar, hay una temperatura entre los 97.95°C a los 98.10°C, por lo cual la temperatura de 98°C está dentro de este intervalo.

Capítulo 4. Trigonometría

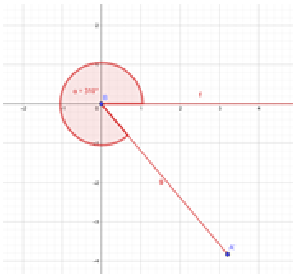
Página 99

ÍTEM I

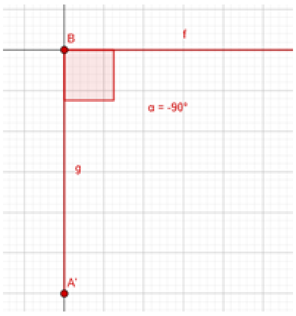
a. -



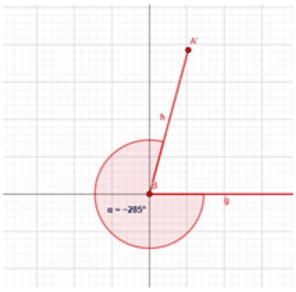
b. -



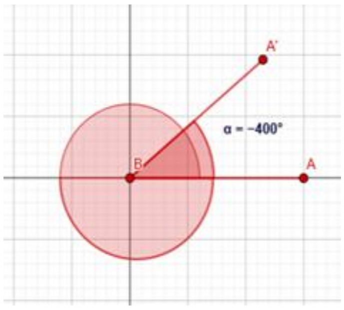
c. -



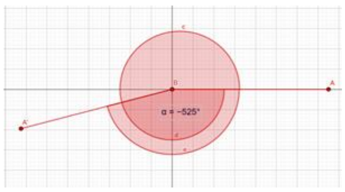
d. -



e. -



f. -



ÍTEM II

a. 40°

b. 72°

c. 135°

d. 270°

e. 420°

f. 180°

ÍTEM III

a. 100°6`

b. (-85°24`)

c. 30,2511°

d. 2,9187°

ÍTEM IV

a. $\sin(\alpha) = \frac{a}{c}$; $\cos(\alpha) = \frac{b}{c}$; $\tan(\alpha) = \frac{a}{b}$; $\csc(\alpha) = \frac{c}{a}$; $\cot(\alpha) = \frac{b}{a}$; $\sec(\alpha) = \frac{c}{b}$

b. $\sin(\beta) = \frac{b}{c}$; $\cos(\beta) = \frac{a}{c}$; $\tan(\beta) = \frac{b}{a}$; $\csc(\beta) = \frac{c}{b}$; $\cot(\beta) = \frac{a}{b}$; $\sec(\beta) = \frac{c}{a}$

ÍTEM V

a. Figura 1: primer cuadrante.
   Figura 2: segundo cuadrante.
   Figura 3: tercer cuadrante.
   Figura 4: cuarto cuadrante.

b. Los signos de las funciones trigonométricas no cambian a medida que el ángulo cambia de posición debido a que el ángulo analizado siempre es agudo, por lo que las funciones trigonométricas de este va a ser siempre positivas.

ÍTEM VI

a. $\frac{4-\sqrt{3}}{2} \simeq 1{,}134$

b. 0,5

c. $-\frac{2\sqrt{3}}{3} \simeq 1{,}15$

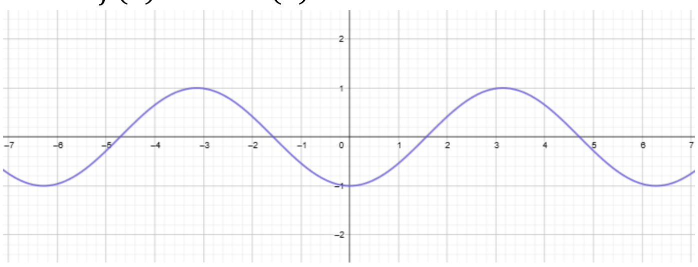
d. 1

Página 103

ÍTEM I

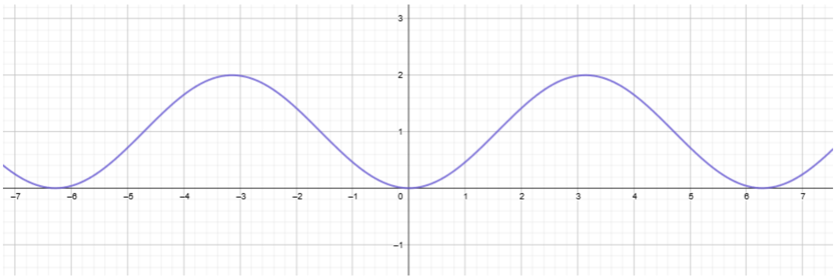
Gráficos individuales:

a. $f(x) = -\cos(x)$



- $Dom\ f(x) = x\ \epsilon\ R; Rec\ f(x) = f(x) \epsilon\ [-1{,}1]$
- Máximo de f(x) es $(\pi + 2k\pi, 1), k\ \epsilon\ Z$
  Mínimo de f(x) es $(2k\pi, -1), k\ \epsilon\ Z$
  Periodo: 2π
  Amplitud: 1
  intersecciones:
  eje x: $\left(\frac{\pi}{2} + k\pi, 0\right), k\ \epsilon\ Z$
  eje y: (0, -1)
- La función es par.

b. $f(x) = 1 - \cos(x)$



- $Dom\ f(x) = x\ \epsilon\ R; Rec\ f(x) = f(x)\epsilon\ [-1{,}1]$
- Máximo de f(x) es $(\pi + 2k\pi, 2), k\ \epsilon\ Z$

  Mínimo de f(x) es $(2k\pi, 0), k\ \epsilon\ Z$

  Periodo: 2π

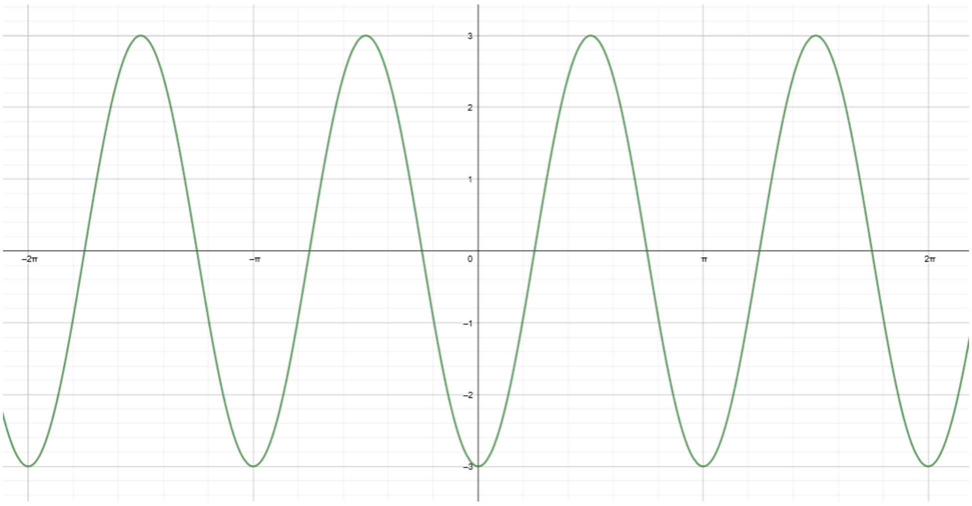
  Amplitud: 1

  intersecciones:

  eje x: $(2k\pi, 0), k\ \epsilon\ Z$

  eje y: (0, 0)
- La función es par.

c. $f(x) = \ -3\cos(2x)$



- $Dom\ f(x) = x\ \epsilon\ R; Rec\ f(x) = f(x)\epsilon\ [-3{,}3]$
- Máximo de f(x) es $\left(\frac{\pi}{2} + k\pi, 3\right), k\ \epsilon\ Z$

  Mínimo de f(x) es $(k\pi, 0), k\ \epsilon\ Z$

  Periodo: π

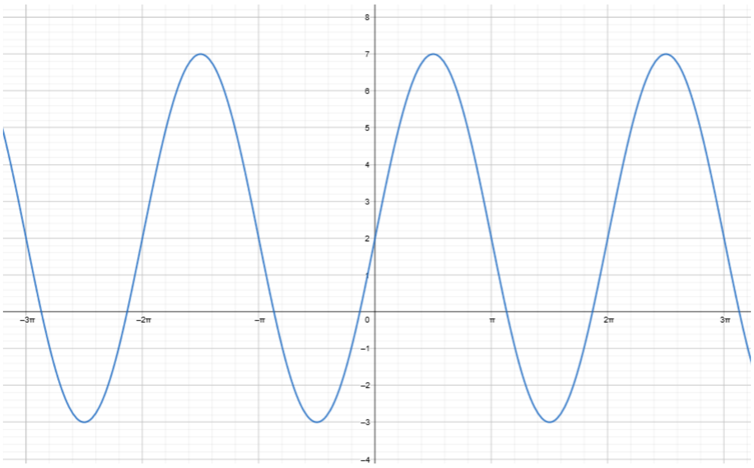
  Amplitud: 3

  intersecciones:

  eje x: $\left(\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}\right), k\ \epsilon\ Z$

  eje y: (0, -3)
- La función es par

d. $f(x) = 5 \cdot sen(x) + 2$



- $Dom\ f(x) = x \in R;\ Rec\ f(x) = f(x) \in [-3,7]$
- Máximo de f(x) es $\left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi, 7\right), k \in Z$

  Mínimo de f(x) es $\left(\frac{3\pi}{2} + 2k\pi, -3\right), k \in Z$

  Periodo: 2π

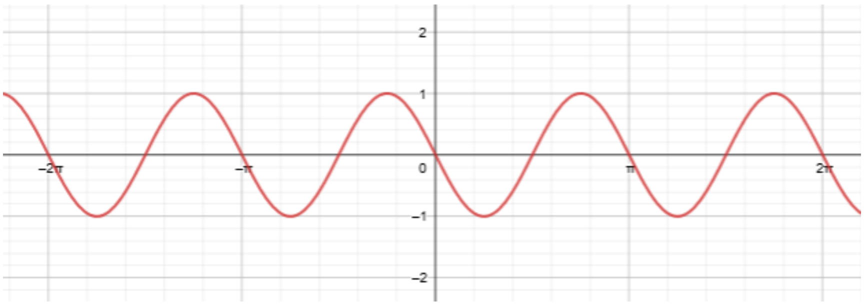
  Amplitud: 5

  intersecciones:

  eje x: $\left(arcsen\left(\frac{-2}{5}\right) + 2k\pi, 0\right), k \in Z$

  eje y: (0, 2)
- La función no presenta paridad.

e. $f(x) = -sen(2x)$



- $Dom\ f(x) = x \in R;\ Rec\ f(x) = f(x) \in [-1,1]$
- Máximo de f(x) es $\left(\frac{3\pi}{4} + k\pi, 1\right), k \in Z$

  Mínimo de f(x) es $\left(\frac{\pi}{4} + k\pi, -1\right), k \in Z$

  Periodo: π

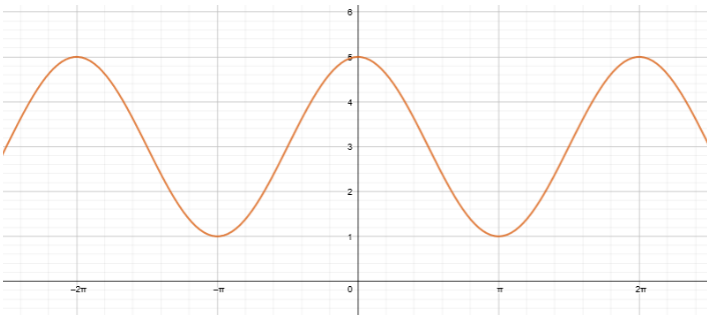
  Amplitud: 1

  intersecciones:

  eje x: $\left(\frac{k\pi}{2}, 0\right), k \in Z$

  eje y: (0, 0)
- La función es impar.

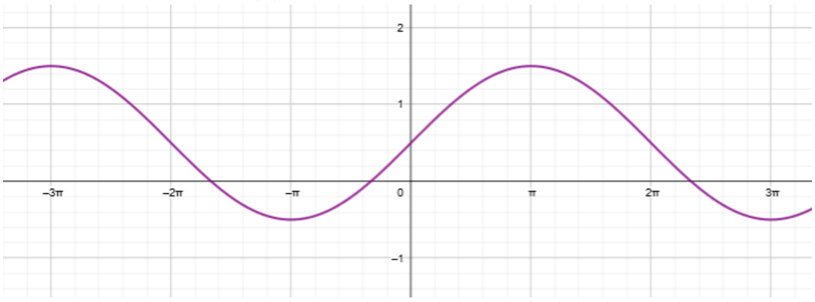
f. $f(x) = 2 \cdot \cos(x) + 3$



- $Dom\ f(x) = x \in R; Rec\ f(x) = f(x) \in [1{,}5]$
- Máximo de f(x) es $(2k\pi, 5), k \in Z$

  Mínimo de f(x) es $(\pi + 2k\pi, -1), k \in Z$
  Periodo: 2π
  Amplitud: 2
  intersecciones:
    eje x: *no hay intersección con el eje x*
    eje y: (0, 5)
- La función es par.

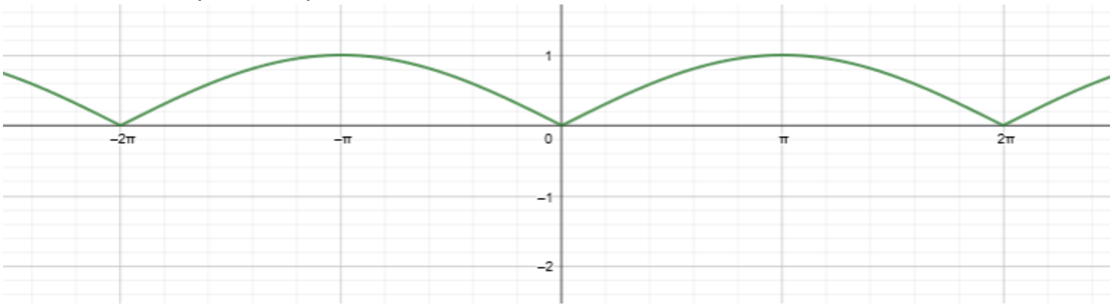
g. $f(x) = sen\left(\frac{x}{2}\right) + \frac{1}{2}$



- $Dom\ f(x) = x \in R; Rec\ f(x) = f(x) \in [-0.5{,}1.5]$
- Máximo de f(x) es $\left(\pi + 4k\pi, \frac{3}{2}\right), k \in Z$

  Mínimo de f(x) es $\left(3\pi + 4k\pi, -\frac{1}{2}\right), k \in Z$
  Periodo: 4π
  Amplitud: 1
  intersecciones:
    eje x: $\left(2 \cdot \arcsin\left(\frac{-1}{2}\right) + 4k\pi, 0\right), k \in Z$
    eje y: (0, 0.5)
- La función no presenta paridad.

h. $f(x) = \left| sen\left(\frac{x}{2}\right) \right|$



- $Dom\ f(x) = x \in R;\ Rec\ f(x) = f(x) \in [0{,}1]$
- Máximo de f(x) es $(\pi + 2k\pi, 1), k \in Z$

  Mínimo de f(x) es $(2k\pi, 0), k \in Z$

  Periodo: 2π

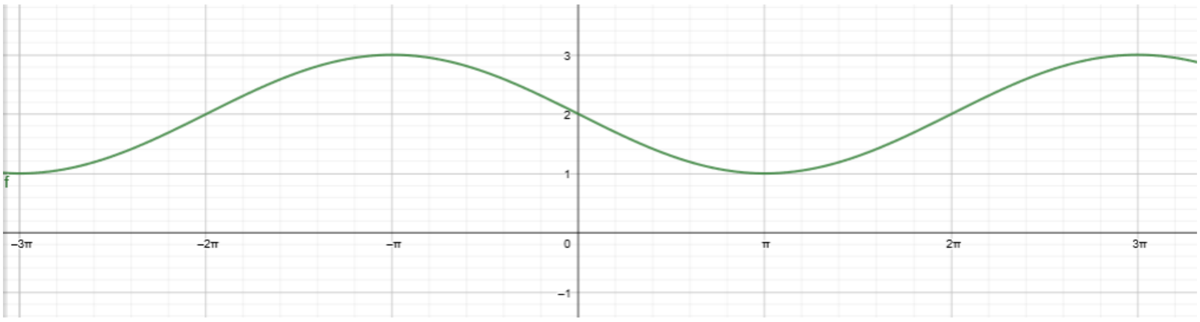
  Amplitud: 1

  intersecciones:

  eje x: $(2k\pi, 0), k \in Z$

  eje y: (0, 0)
- La función es par.

i. $f(x) = 2 - sen\left(\frac{x}{2}\right)$



- $Dom\ f(x) = x \in R;\ Rec\ f(x) = f(x) \in [1{,}3]$
- Máximo de f(x) es $(3\pi + 4k\pi, 3), k \in Z$

  Mínimo de f(x) es $(\pi + 4k\pi, 1), k \in Z$

  Periodo: 4π

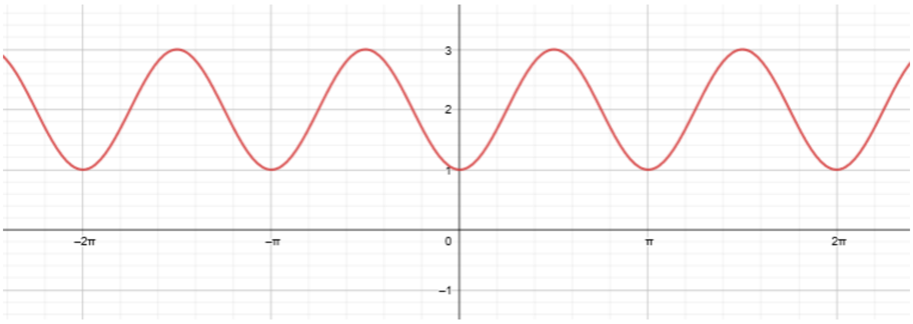
  Amplitud: 1

  intersecciones:

  eje x: $no\ hay\ intersección\ con\ el\ eje\ x$

  eje y: (0, 2)
- La función no presenta paridad.

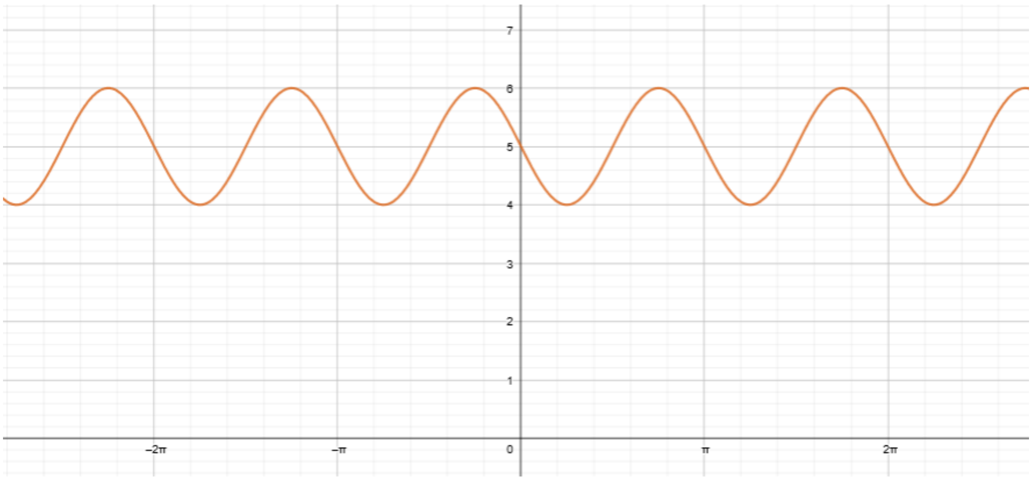
j. $f(x) = -\cos(2x) + 2$



- $Dom\ f(x) = x \in R; Rec\ f(x) = f(x) \in [1,3]$
- Máximo de f(x) es $\left(\frac{\pi}{2} + k\pi, 3\right), k \in Z$

  Mínimo de f(x) es $(\pi + k\pi, 1), k \in Z$
  Periodo: π
  Amplitud: 1
  intersecciones:
  eje x: $no\ hay\ intersección\ con\ el\ eje\ x$
  eje y: (0, 1)
- La función es par.

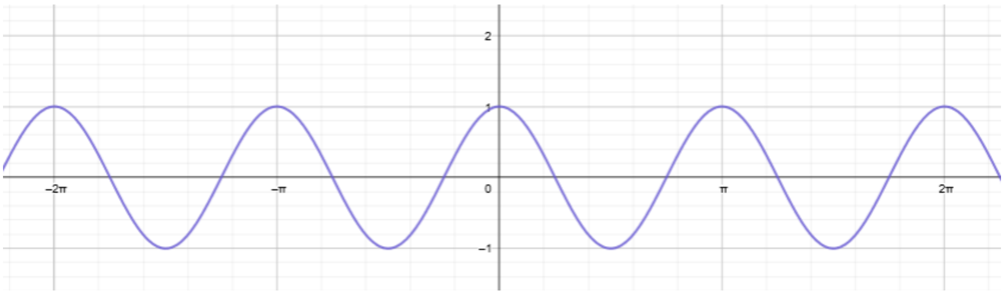
k. $f(x) = 3 - sen(2x) + 2$



- $Dom\ f(x) = x \in R; Rec\ f(x) = f(x) \in [4,6]$
- Máximo de f(x) es $\left(\frac{3\pi}{4} + k\pi, 1\right), k \in Z$

  Mínimo de f(x) es $\left(\frac{\pi}{4} + k\pi, 0\right), k \in Z$
  Periodo: π
  Amplitud: 1
  intersecciones:
  eje x: $no\ hay\ intersección\ con\ el\ eje\ x$
  eje y: (0, 5)
- La función no presenta paridad.

l. $f(x) = \cos(2x)$



- $Dom\ f(x) = x \in R; Rec\ f(x) = f(x) \in [-1,1]$
- Máximo de f(x) es $(\pi + k\pi, 1), k \in Z$

  Mínimo de f(x) es $\left(\frac{\pi}{2} + k\pi, -1\right), k \in Z$

  Periodo: π

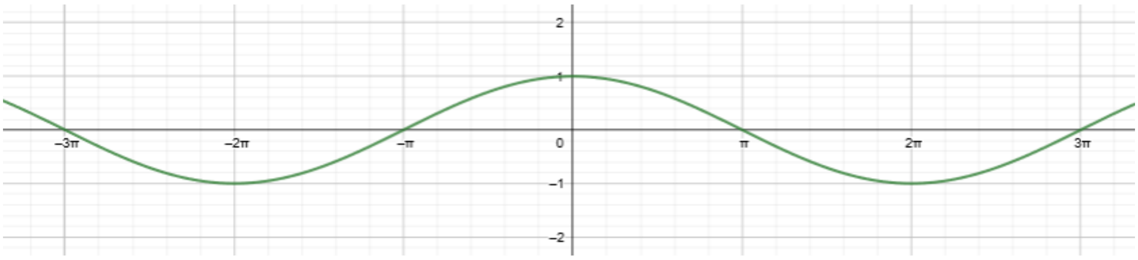
  Amplitud: 1

  intersecciones:

  eje x: $\left(\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, 0\right), k \in Z$

  eje y: (0, 1)
- La función es par.

m. $f(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\right)$



- $Dom\ f(x) = x \in R; Rec\ f(x) = f(x) \in [-1,1]$
- Máximo de f(x) es $(4k\pi, 1), k \in Z$

  Mínimo de f(x) es $(2\pi + 4k\pi, -1), k \in Z$

  Periodo: 4π

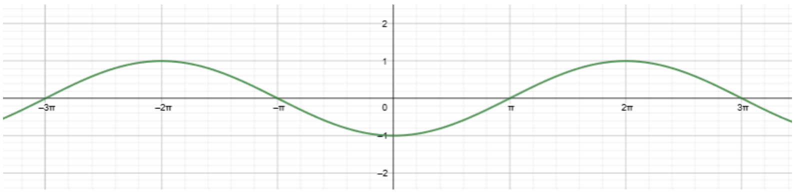
  Amplitud: 1

  intersecciones:

  eje x: $(\pi + 2k\pi, 0), k \in Z$

  eje y: (0, 1)
- La función es par.

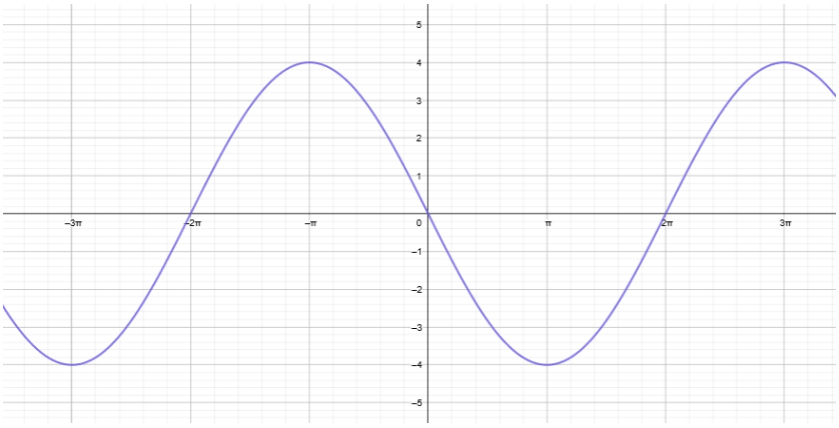
n. $f(x) = -\cos\left(\frac{x}{2}\right)$



- $Dom\ f(x) = x \in R; Rec\ f(x) = f(x) \in [-1,1]$
- Máximo de f(x) es $(2\pi + 4k\pi, 1), k \in Z$

  Mínimo de f(x) es $(4k\pi, -1), k \in Z$
  Periodo: 4π
  Amplitud: 1
  intersecciones:
  eje x: $(\pi + 2k\pi, 0), k \in Z$
  eje y: (0, 1)
- La función es par.

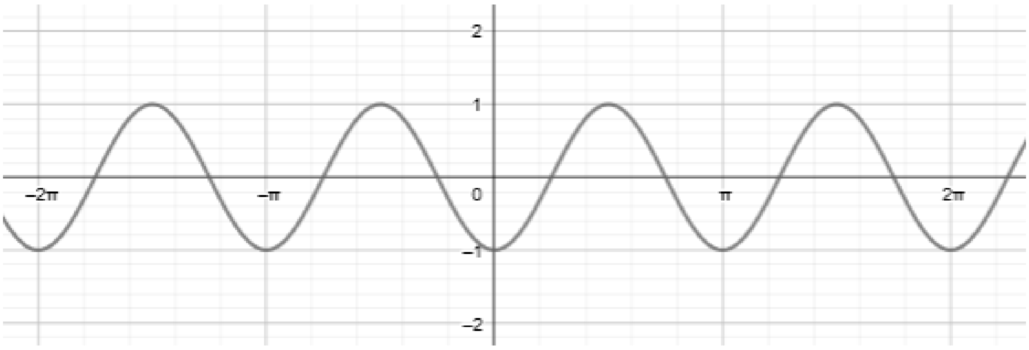
o. $f(x) = -4 \cdot sen\left(\frac{x}{2}\right)$



- $Dom\ f(x) = x \in R; Rec\ f(x) = f(x) \in [-4,4]$
- Máximo de f(x) es $(3\pi + 4k\pi, 4), k \in Z$

  Mínimo de f(x) es $(\pi + 4k\pi, -4), k \in Z$
  Periodo: 4π
  Amplitud: 4
  intersecciones:
  eje x: $(2k\pi, 0), k \in Z$
  eje y: (0, 0)
- La función es impar.

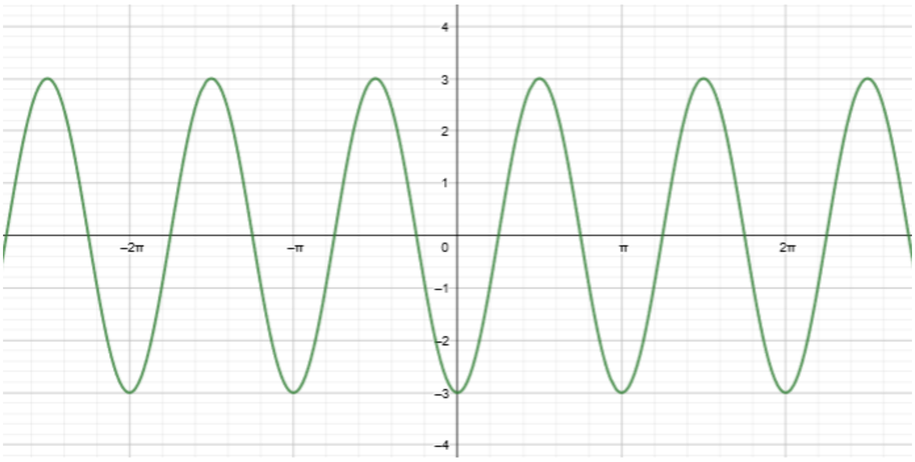
p. $f(x) = -\cos(2x)$



- $Dom\ f(x) = x \in R; Rec\ f(x) = f(x) \epsilon\ [-1,1]$
- Máximo de f(x) es $\left(\frac{\pi}{2} + k\pi, 1\right), k \in Z$

  Mínimo de f(x) es $(k\pi, -1), k \in Z$
  Periodo: π
  Amplitud: 1
  intersecciones:
    eje x: $\left(\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, 0\right), k \in Z$
    eje y: (0, -1)
- La función es par.

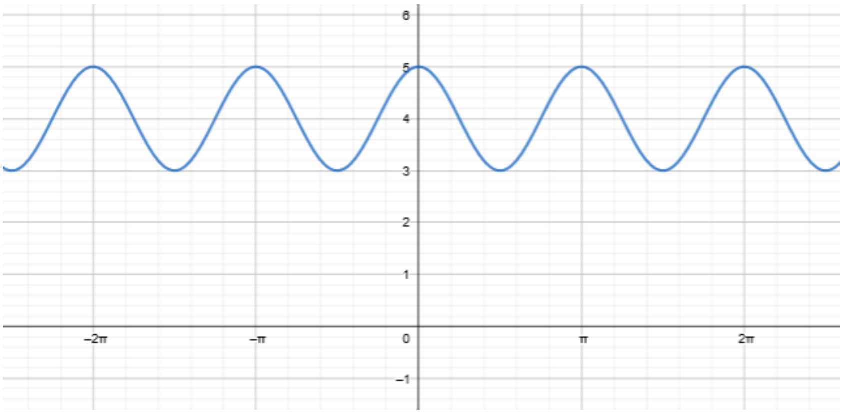
q. $f(x) = -3\cos(2x)$



- $Dom\ f(x) = x \in R; Rec\ f(x) = f(x) \epsilon\ [-3,3]$
- Máximo de f(x) es $\left(\frac{\pi}{2} + k\pi, 3\right), k \in Z$

  Mínimo de f(x) es $(k\pi, -3), k \in Z$
  Periodo: π
  Amplitud: 3
  intersecciones:
    eje x: $\left(\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, 0\right), k \in Z$
    eje y: (0, -3)
- La función es par.

r. $f(x) = \cos(2x) + 4$

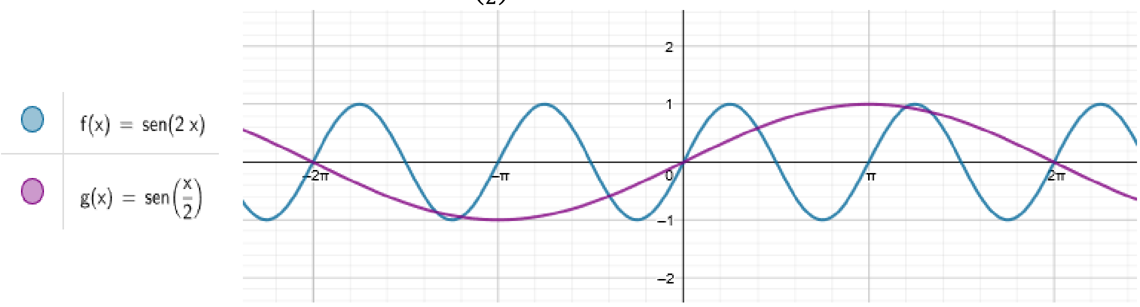


- $Dom\ f(x) = x\ \epsilon\ R; Rec\ f(x) = f(x)\epsilon\ [3{,}5]$
- Máximo de f(x) es $(k\pi, 5), k\ \epsilon\ Z$

  Mínimo de f(x) es $\left(\frac{\pi}{2} + k\pi, 3\right), k\ \epsilon\ Z$
  Periodo: π
  Amplitud: 1
  intersecciones:
  eje x: $no\ hay\ intersección\ con\ el\ eje\ x$
  eje y: (0, 5)
- La función es par.

Gráficos superpuestos:

a. $f(x) = sen(2x)$ y $g(x) = sen\left(\frac{x}{2}\right)$



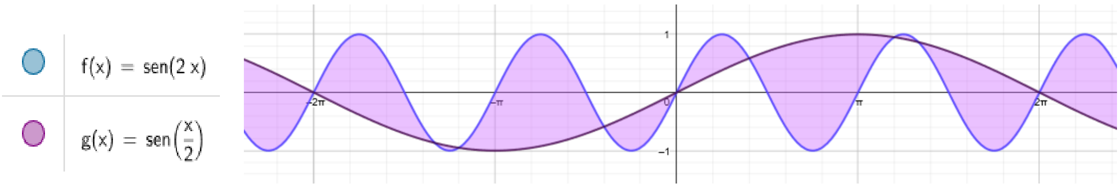
$f(x)$	g(x)
• $Dom\ f(x) = x\ \epsilon\ R$ $Rec\ f(x) = f(x)\epsilon\ [-1{,}1]$ • Máximo de f(x) es $\left(\frac{\pi}{4} + k\pi, 1\right), k\ \epsilon\ Z$ Mínimo de f(x) es $\left(\frac{3\pi}{4} + k\pi, -1\right), k\ \epsilon\ Z$ Periodo: π Amplitud: 1 intersecciones: eje x: $\left(\frac{k\pi}{2}, 0\right), k\ \epsilon\ Z$	• $Dom\ g(x) = x\ \epsilon\ R$ $Rec\ g(x) = g(x)\epsilon\ [-1{,}1]$ • Máximo de g(x) es $(\pi + 4k\pi, 1), k\ \epsilon\ Z$ Mínimo de g(x) es $(3\pi + 4k\pi, -1), k\ \epsilon\ Z$ Periodo: 4π Amplitud: 1 intersecciones: eje x: $(2k\pi, 0), k\ \epsilon\ Z$ eje y: (0, 0)

eje y: (0, 0)	

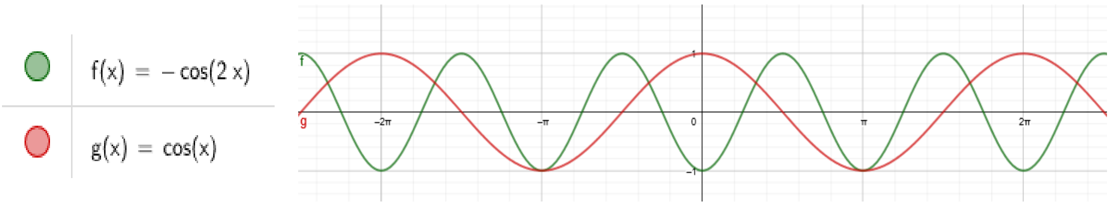
- las funciones f(x) y g(x) se interceptan en los punto donde

$$x = \begin{cases} \frac{2\pi}{5} + \frac{4k\pi}{5} \\ \frac{4k\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

y la área contenida entre ellas es:



b. $f(x) = -\cos(2x)$ y $g(x) = \cos(x)$

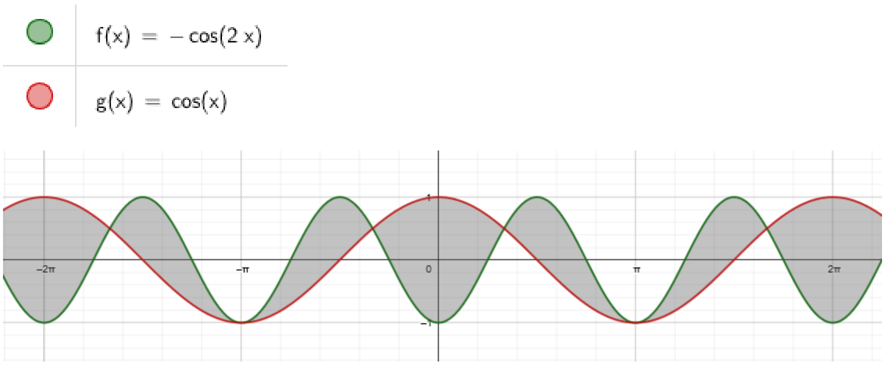


$f(x)$	g(x)
• $Dom\ f(x) = x\ \epsilon\ R$ $Rec\ f(x) = f(x) \epsilon\ [-1{,}1]$ • Máximo de f(x) es $\left(\frac{\pi}{2} + k\pi, 1\right), k\ \epsilon\ Z$ Mínimo de f(x) es $(k\pi, -1), k\ \epsilon\ Z$ Periodo: π Amplitud: 1 intersecciones: eje x: $\left(\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, 0\right), k\ \epsilon\ Z$ eje y: (0, -1)	• $Dom\ g(x) = x\ \epsilon\ R;$ $Rec\ g(x) = g(x) \epsilon\ [-1{,}1]$ • Máximo de g(x) es $(2k\pi, 1), k\ \epsilon\ Z$ Mínimo de g(x) es $(\pi + 2k\pi, -1), k\ \epsilon\ Z$ Periodo: 2π Amplitud: 1 intersecciones: eje x: $\left(\frac{\pi}{2} + k\pi, 0\right), k\ \epsilon\ Z$ eje y: (0, 1)

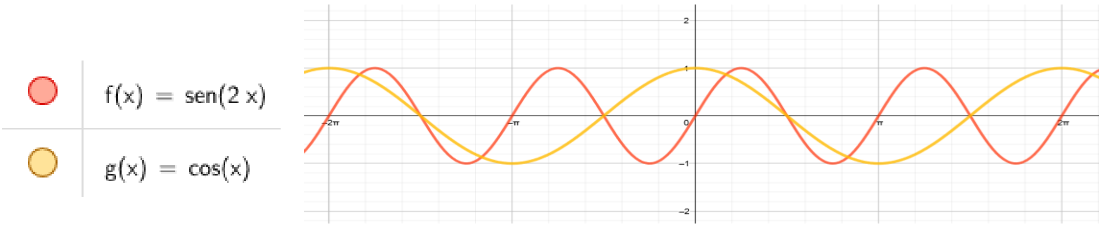
- las funciones f(x) y g(x) se interceptan en los punto donde

$$x = \begin{cases} \pi + 2k\pi \\ \frac{\pi}{3} + 2k\pi \\ \frac{5\pi}{3} + 2k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

y la área contenida entre ellas es:



c. $f(x) = sen(2x)$ y $g(x) = \cos(x)$

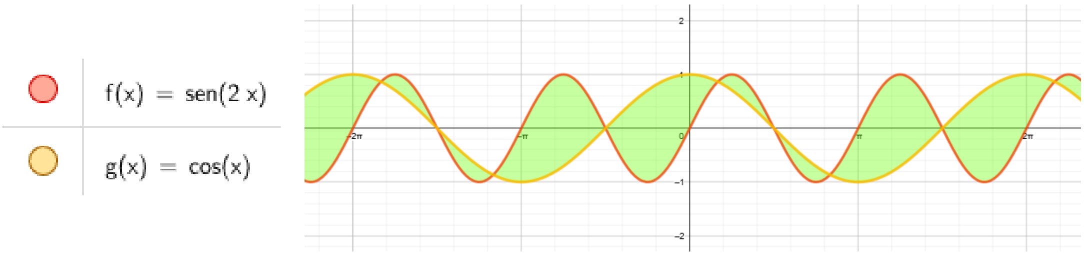


$f(x)$	g(x)
• $Dom\ f(x) = x \in R$ $Rec\ f(x) = f(x) \epsilon\ [-1,1]$ • Máximo de f(x) es $\left(\frac{\pi}{4} + k\pi, 1\right), k \in Z$ Mínimo de f(x) es $\left(\frac{3\pi}{4} + k\pi, -1\right), k \in Z$ Periodo: π Amplitud: 1 intersecciones: eje x: $\left(\frac{k\pi}{2}, 0\right), k \in Z$ eje y: (0, 0)	• $Dom\ g(x) = x \in R$ $Rec\ g(x) = g(x) \epsilon\ [-1,1]$ • Máximo de g(x) es $(2k\pi, 1), k \in Z$ Mínimo de g(x) es $(\pi + 2k\pi, -1), k \in Z$ Periodo: 2π Amplitud: 1 intersecciones: eje x: $\left(\frac{\pi}{2} + k\pi, 0\right), k \in Z$ eje y: (0, 1)

- las funciones f(x) y g(x) se interceptan en los punto donde

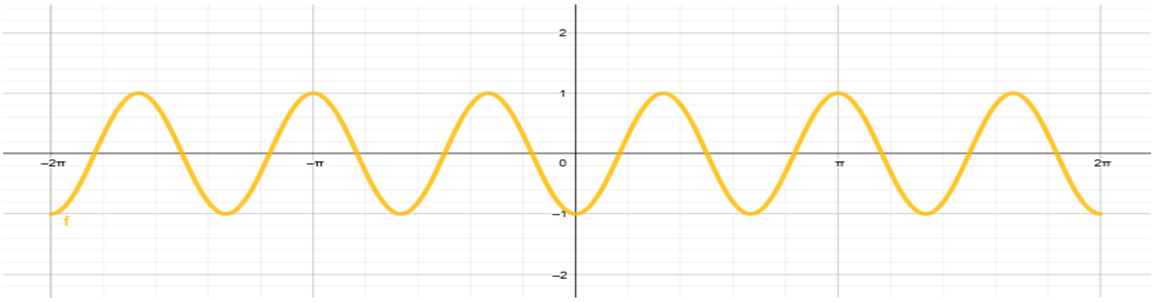
$$x = \begin{cases} \frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{3} \\ \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

y la área contenida entre ellas es:



ÍTEM II

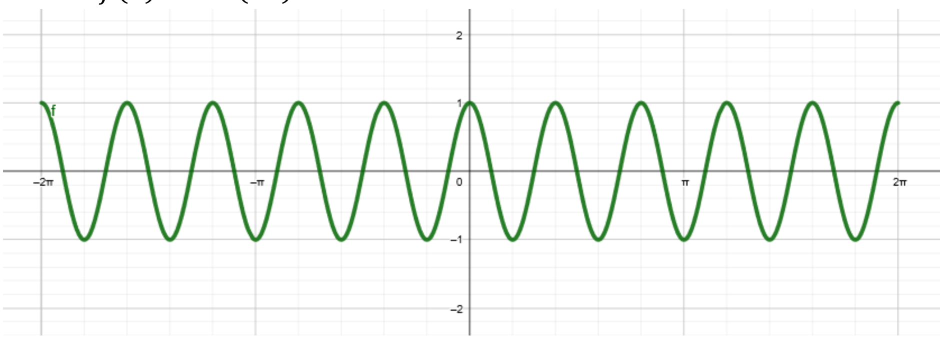
1. $f(x) = -\cos(3x)$



- $Dom\ f(x) = \forall x\ \epsilon[-2\pi, 2\pi]$
  $Rec\ f(x) = f(x)\epsilon[-1{,}1]$
- Máximo de f(x) es $\left(\frac{\pi}{3} + \frac{2k\pi}{3}, 1\right), k\ \epsilon\{-3, -2, -1{,}0{,}1{,}2\}$

  Mínimo de f(x) es $\left(\frac{2k\pi}{3}, -1\right), k\ \epsilon\ \{-3, -2, -1{,}0{,}1{,}2{,}3\}$
- La función f(x) es par.
- Periodo: $\frac{2\pi}{3}$

2. $f(x) = \cos(5x)$

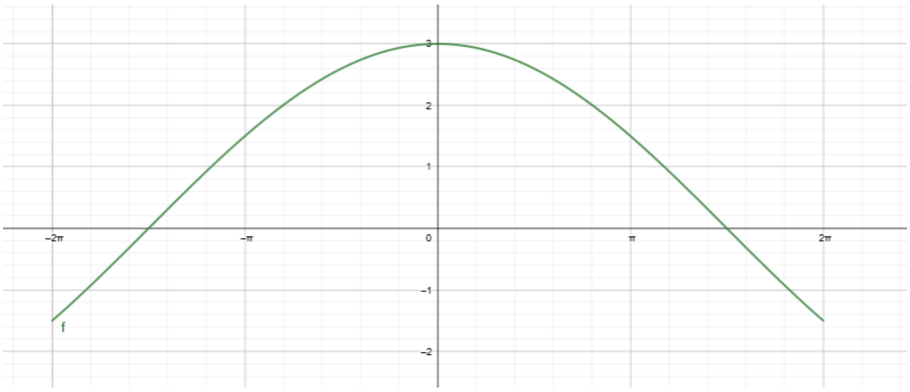


- $Dom\ f(x) = \forall x\ \epsilon[-2\pi, 2\pi]$
  $Rec\ f(x) = f(x)\epsilon[-1{,}1]$
- Máximo de f(x) es $\left(\frac{2k\pi}{5}, 1\right), k\ \epsilon\{-5, -4, -3, -2, -1{,}0{,}1{,}2{,}3{,}4{,}5\}$

  Mínimo de f(x) es $\left(\frac{\pi}{5} + \frac{2k\pi}{5}, -1\right), k\ \epsilon\{-5, -4, -3, -2, -1{,}0{,}1{,}2{,}3{,}4\}$
- La función f(x) es par.

- Periodo: $\frac{2\pi}{5}$

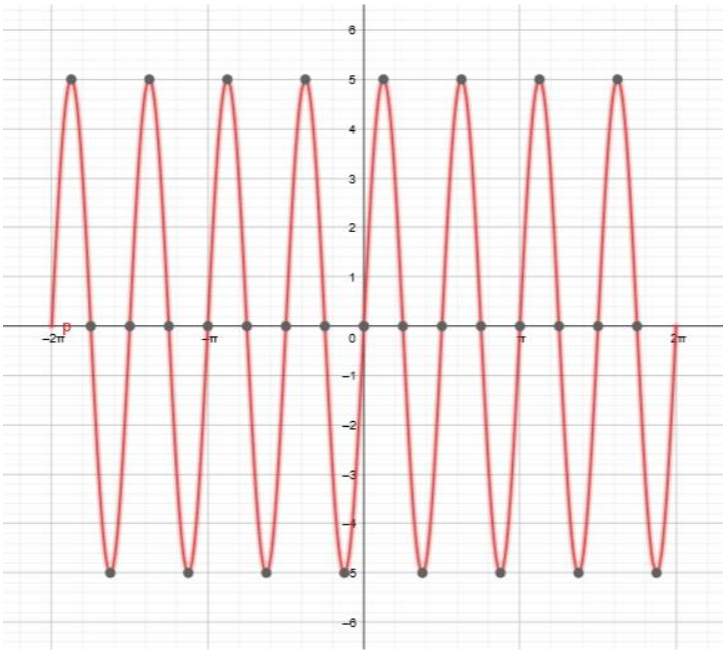
3. $f(x) = 3 \cdot \cos\left(\frac{x}{3}\right)$



- $Dom\, f(x) = \forall x\, \epsilon [-2\pi, 2\pi]$
  $Rec\, f(x) = \ f(x) \epsilon [-1.5,3]$
- Máximo de f(x) es (0,3)

  Los mínimos de f(x) son A($2\pi, -1.5$) y B($-2\pi, -1.5$).
- La función f(x) es par.
- Periodo: 6π

4. $f(x) = 5 \cdot sen(4x)$

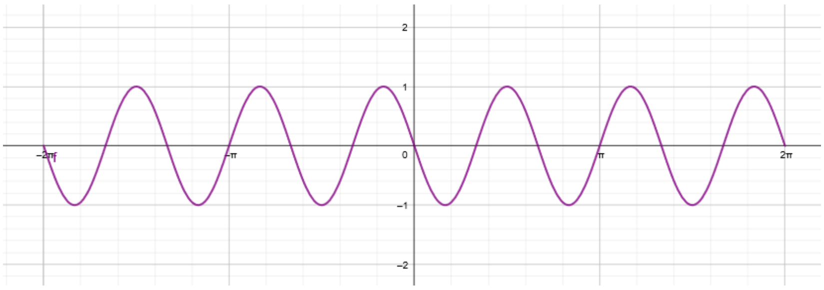


- $Dom\, f(x) = \forall x\, \epsilon [-2\pi, 2\pi]$
  $Rec\, f(x) = \ f(x) \epsilon [-5,5]$
- Máximo de f(x) es $\left(\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, 5\right), k\, \epsilon\, \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

  Mínimo de f(x) es $\left(\frac{3\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, -5\right), k\, \epsilon \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
- La función f(x) es impar.

- Periodo: $\frac{\pi}{2}$

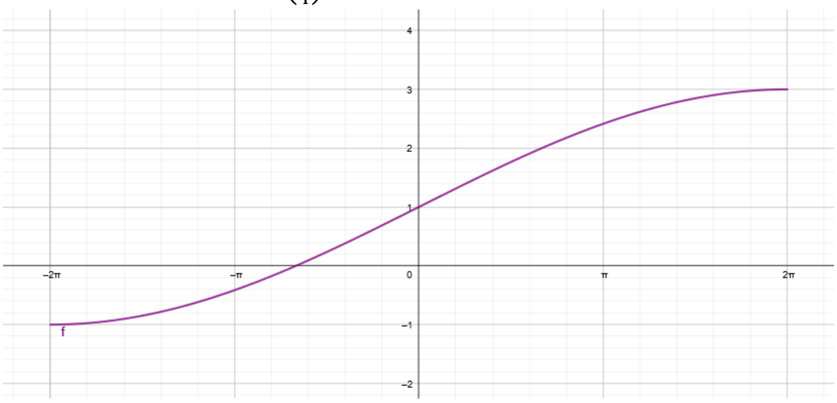
5. $f(x) = -sen(3x)$



- $Dom\ f(x) = \forall x\ \epsilon[-2\pi, 2\pi]$
  $Rec\ f(x) = f(x)\epsilon[-1,1]$
- Máximo de f(x) es $\left(\frac{\pi}{2} + \frac{2k\pi}{3}, 1\right), k\ \epsilon\{-3,-2,-1,0,1,2\}$

  Mínimo de f(x) es $\left(\frac{\pi}{6} + \frac{2k\pi}{3}, -1\right), k\ \epsilon\{-3,-2,-1,0,1,2\}$
- La función f(x) es impar.
- Periodo: $\frac{2\pi}{3}$

6. $f(x) = 2 \cdot sen\left(\frac{x}{4}\right) + 1$



- $Dom\ f(x) = \forall x\ \epsilon[-2\pi, 2\pi]$
  $Rec\ f(x) = f(x)\epsilon[-1,3]$
- Máximo de f(x) es $(2\pi, 3)$

  Mínimo de f(x) es $(-2\pi, -1)$
- La función f(x) no es impar ni par.
- Periodo: 8π

Página 104

ÍTEM IV

a. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k\ \epsilon\ Z$

b. $x_1 = 2{,}4667 + 2k\pi, k\ \epsilon\ Z$

$x_2 = 3{,}81648 + 2k\pi, k \in Z$

c. $x = \frac{\pi}{3} + \frac{4k\pi}{3}, k \in Z$

d. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in Z$

e. $x = \frac{\pi}{3} + \frac{4k\pi}{3}, k \in Z$

ÍTEM V

a. $x_1 = \frac{\pi}{3};\ x_2 = \frac{2\pi}{3}$

b. $x_1 = \frac{\pi}{6};\ x_2 = \frac{5\pi}{6}$

c. $x_1 = \frac{\pi}{3};\ x_2 = \frac{2\pi}{3};\ x_3 = \frac{4\pi}{3};\ x_4 = \frac{5\pi}{3}$

d. $x_1 = \frac{\pi}{6};\ x_2 = \frac{5\pi}{6}$

e. $x_1 = 0;\ x_2 = \frac{\pi}{4};\ x_3 = \frac{7\pi}{6};\ x_4 = \frac{11\pi}{6};$ $x_5 = \frac{5\pi}{4}$

f. $x_1 = 0{,}72\,rad;\ x_2 = \pi$ rad; $x_3 = 0$ rad; $x_4 = 5{,}56$ rad

g. $x_1 = 0;\ x_2 = \frac{\pi}{4};\ x_3 = \pi;\ x_4 = \frac{7\pi}{4};$ $x_5 = 2\pi$

h. $x_1 = \frac{5\pi}{4};\ x_2 = \frac{7\pi}{4}$

i. $x_1 = \frac{\pi}{6};\ x_2 = \frac{5\pi}{6};\ x_3 = \frac{7\pi}{6};\ x_4 = \frac{11\pi}{6}$

j. $x_1 = \frac{\pi}{2};\ x_2 = \frac{3\pi}{2}$

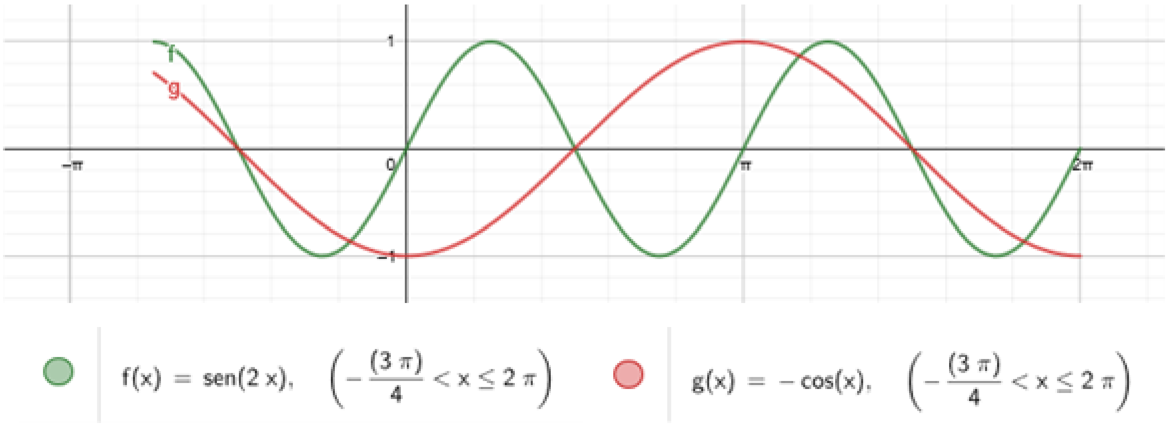
k. $x_1 = \frac{\pi}{2};\ x_2 = \frac{3\pi}{2};$

l. $x_1 = \frac{\pi}{9};\ x_2 = \frac{5\pi}{9};\ x_3 = \frac{7\pi}{9};\ x_4 = \frac{11\pi}{9};$ $x_5 = \frac{13\pi}{9};\ x_6 = \frac{17\pi}{9}$

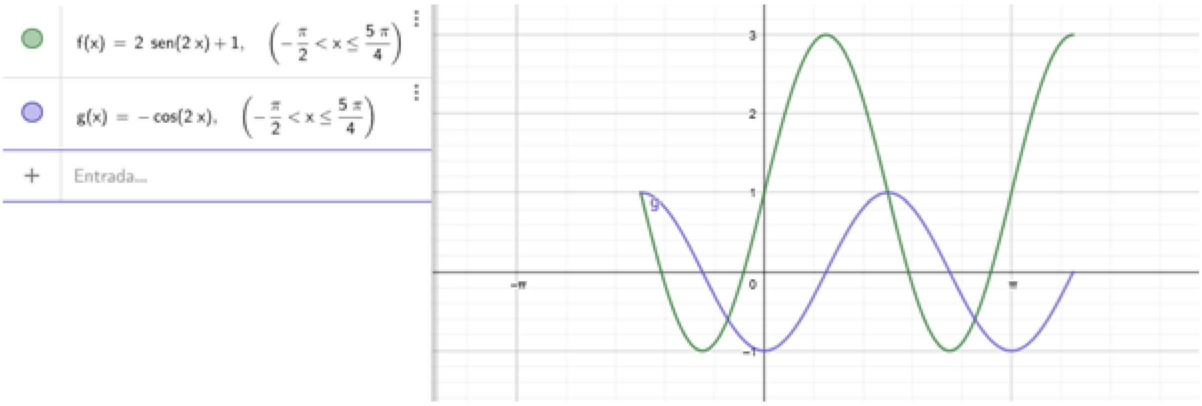
m. $x = \frac{3\pi}{2}$

ÍTEM VI

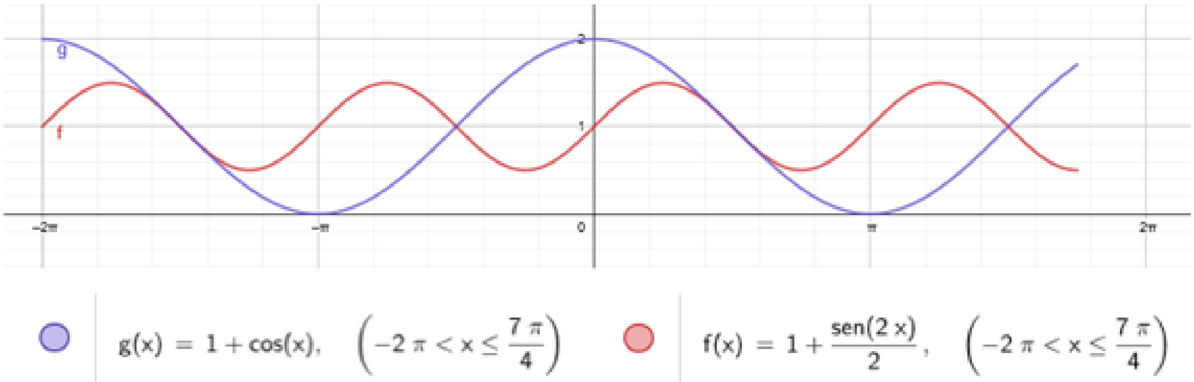
a. $x_1 = \frac{-\pi}{6};\ x_2 = \frac{-\pi}{2};\ x_3 = \frac{\pi}{2};\ x_4 = \frac{3\pi}{2};\ x_5 = \frac{7\pi}{6};\ x_6 = \frac{11\pi}{6}$



b. $x_1 = -0.4636;\ x_2 = \frac{\pi}{2};\ x_3 = 2.6779$



c. $x_1 = \frac{-3\pi}{2}; x_2 = \frac{-\pi}{2}; x_3 = \frac{\pi}{2}; x_4 = \frac{3\pi}{2}$



ANEXOS

Problema 2

R: Se comercializarán 122 cajas.

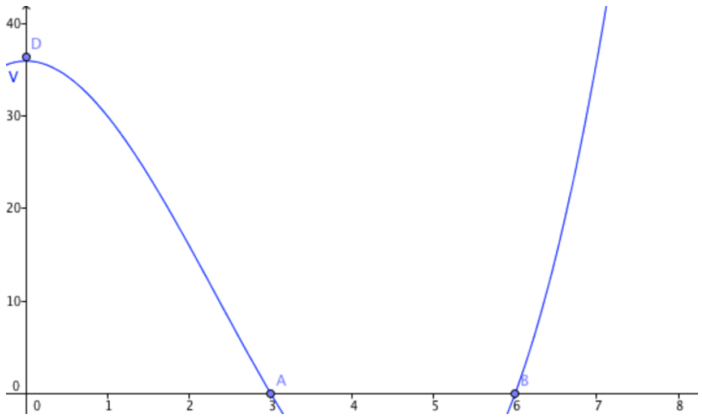
Problema 5

a. V(t) = (t-3)(t+2)(t-6) ⇒ (t-3)(t+2)(t-6) ≥ 0
De acuerdo al contexto, se infiere que existirá agua en el estanque solo para valores de “t” mayores o iguales a cero, esto debido a que la variable tiempo no puede ser negativa, dado que t=0 representa el instante en que comienza a ser regado el predio.
Así también, y dado que la capacidad máxima del estanque es de 100 metros cúbicos, se infiere que habrá agua presente en el estanque, siempre que se cumpla la siguiente condición matemática: ∴ V(t) ≥ 0, ssi: t ∈ [0,3] U [6,8]

b. Construcción de tabla de valores y trazado de la curva:

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8

V(t)	36	30	16	0	-12	-14	0	36	100



Página 18

Problema 6.

a. Primero, se debe analizar el modelo matemático que relaciona las variables del problema en cuestión. Es decir, si se trata de un modelo polinómico, racional con valor absoluto, u otro. En este caso, se trata de un modelo polinómico de orden 5 que puede factorizarse mediante Ruffini.
Esto último consiste en descomponer el polinomio como un producto de factores, lo cual es muy útil para analizar para qué valores se cumple la restricción dada por medio del análisis de los signos que toma la expresión en un intervalo determinado.

b. Matemáticamente, el modelo satisface la restricción $\forall$ t ∈]-1,∞+].

c. Se sabe que la respuesta anterior carece de sentido; debido - principalmente - a la naturaleza y características de las variables. En este contexto y considerando las restricciones asociadas al modelo matemático y las condiciones bajo las cuales se efectuaron las mediciones, se observa propagación del agente patógeno en las bayas de vides $\forall$ t ∈]0, 1.12]

d. En dicho intervalo de tiempo, se observan las mejores condiciones de propagación del agente patógeno en las bayas de vides, es por ello que el modelo es válido solo para ese intervalo de tiempo.

Problema 9.

a. La carga frutal estimada que alcanzan las plantas a partir del peso promedio del cv. Bowen es de 1494 frutos por planta.

b. El peso promedio de los frutos del cv. Andross es de 165g.

c. De acuerdo al gráfico, el cv. Ross produce frutos de mayor peso a menor carga frutal por planta.

d. Podemos decir de acuerdo a los gráficos que el cv. Ross siempre presenta un mayor peso de fruto en la misma carga frutal en comparación a los otros cultivares. Por otra parte, el cv. Bowen siempre presenta un menor peso por fruto en la misma carga frutal respecto a los otros cultivares, y finalmente, el cv. Andross presenta un peso intermedio en la misma carga frutal en relación a los demás cultivares.

Página 33

Problema 10.

a. Se puede concluir que a hay una relación directa entre la carga frutal y la producción total en estas variedades de durazneros, haciendo notar que la variedad Ross, fue la con mayor carga frutal y al mismo tiempo la con mayor producción total.

b. Sabiendo que: Bowen: $C_{Bowen}(x) = 64{,}59550 + 0{,}0827260x$; Andross: $C_{Andross}(x) = 80{,}45195 + 0{,}0774826x$; Ross: $C_{Ross}(x) = 80{,}63575 + 0{,}0923814x$, se procede a realizar el análisis solicitado en cada cultivar

$C_{Bowen}(800) = 64{,}59550 + 0{,}0827260\times(800) =$ **130,77 kg/planta.**
$C_{Bowen}(900) = 64{,}59550 + 0{,}0827260\times(900) =$ **139,04 kg/planta.**

En los **cv. de Bowen** hubo un **aumento de 8,27 kg/planta** en la producción total cuando la carga frutal aumentaba en 100 unidades.

$C_{Andross}(900) = 80{,}45195 + 0{,}0774826\times900 = 150{,}18$ kg/planta.
$C_{Andross}(1000) = 80{,}45195 + 0{,}0774826\times1000 = 157{,}93$ kg/planta.

En los **cv. de Andross** hubo un **aumento de 7,75 kg/planta** en la producción total cuando la carga frutal aumentaba en 100 unidades.

$C_{Ross}(900) = 80{,}63575 + 0{,}0923814\times900 = 163{,}77$ kg/planta.
$C_{Ross}(1000) = 80{,}63575 + 0{,}0923814\times1000 = 173{,}01$ kg/planta.

En los **cv. de Ross** hubo un **aumento de 9,24 kg/planta** en la producción total cuando la carga frutal aumentaba en 100 unidades.

c.
$$C_{Andross}(x) = C_{Bowen}(x)$$
$$80{,}45195 + 0{,}0774826x = 64{,}59550 + 0{,}0827260x$$

$$15{,}85 = 0{,}0052434x$$
$$3022.84 = x$$

Cuando la carga frutal de los cv. sea de 3022.84 frutos/planta la producción total de ambas variedades será la misma.

Problema 11.

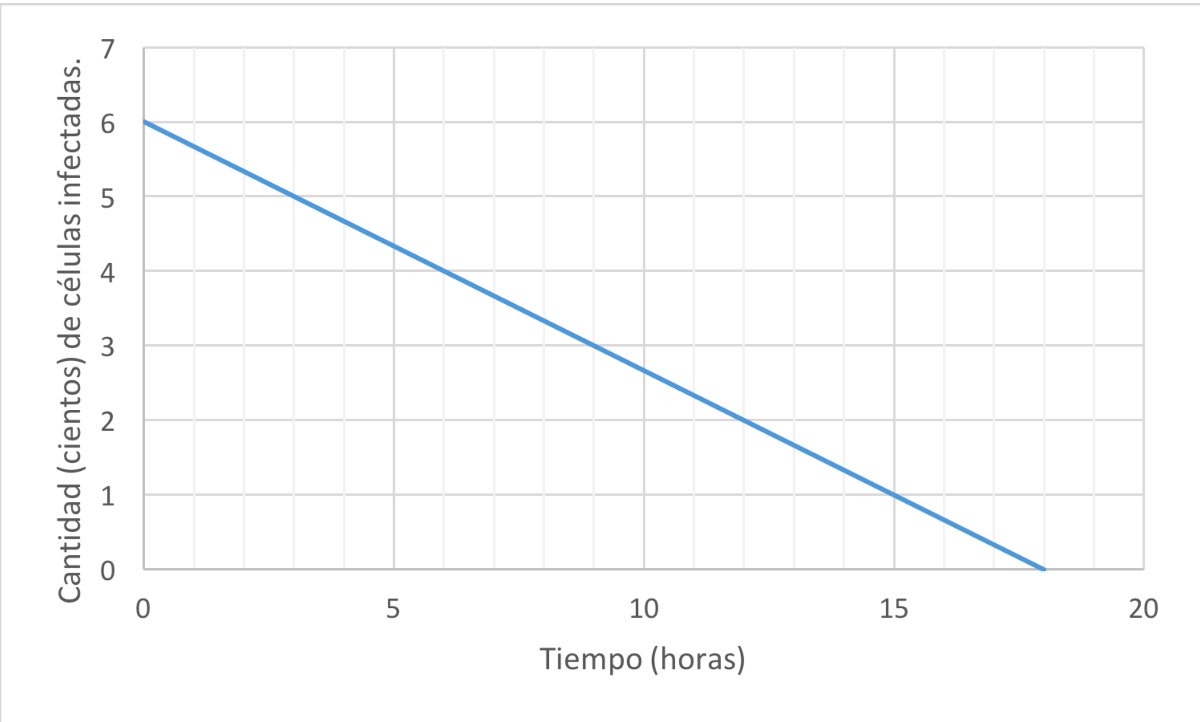
a. t: Tiempo en horas desde la aplicación del fungicida en el tejido vegetal.
I(t): Cantidad (cientos) de células infectadas.

b. Con los datos dados se puede calcular "a" y "b"
I(0) = 6 = b , y con los dos puntos podemos calcular la pendiente, es decir, "a":

$$\frac{\Delta I(t)}{\Delta t} = \frac{5-6}{3-0} = -\frac{1}{3} = a$$

Por lo tanto, el modelo matemático sería: I(t) = $\frac{t}{3}$+6

c. Gráfico:



d. Utilizando I(t) = t+6

I(6) = 4, quiere decir que a las 6 horas de aplicado el fungicida, la cantidad de células infectadas habrán disminuido a 400.

e. $\frac{\Delta I(t)}{\Delta t} = \frac{5-6}{3-0} = -\frac{1}{3}$

Al ser negativa significa que es decreciente, y por ser lineal es constante, es decir, que la cantidad (cientos) de células infectadas disminuye constantemente a medida que avanza el tiempo(horas).