CLASE 1:

RELACIONES PROPORCIONALES Y APLICACIONES

Curso de Apropiación de Conceptos Matemáticos

EQUIPO DOCENTE - SEMANA CERO

S1: Prof. Driyette Aliaga O.

S2: Prof. Gonzalo Campos M.

S3: Prof. Diego Montenegro D.

Oficina 109 – Edificio Luis Cerutti

CONTENIDOS Y CONCEPTOS DE HOY:

- Razones
- Proporcionalidad directa y gráfica
- Proporcionalidad inversa y gráfica
- Porcentajes
- Regla de tres

"Las matemáticas son la puerta y la llave a la ciencia"
Roger Bacon (Filósofo y Protocientífico, Reino Unido)

RAZÓN

Definición: Una razón entre dos cantidades es una comparación por cociente (división), es decir:

$$\frac{a}{b} = k \quad o\ también \quad a : b = k$$

$$y\ se\ lee: \text{“}\boldsymbol{a}\ es\ a\ \boldsymbol{b}\text{”}$$

$\boldsymbol{a}$: *antecedente*
$\boldsymbol{b}$: *consecuente*
$\boldsymbol{k}$: *valor de la razón*

Uso en la química: expresar relaciones entre cantidades de sustancias en una reacción química.

Ejemplo: La reacción de formación del agua a partir de hidrógeno y oxígeno está dado por:

$$2H_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2H_2O(l)$$

Si queremos expresar una razón entre los moles de hidrógeno y oxígeno que reaccionan para formar agua, utilizamos los coeficientes estequiométricos. La razón sería:

$$\frac{moles\ de\ H_2}{moles\ de\ O_2} = \frac{2}{1} = 2$$

Esto significa que, en la reacción química, se necesitan dos moles de hidrógeno por cada un mol de oxígeno para formar agua. Las razones estequiométricas son esenciales para comprender y calcular cantidades en reacciones químicas y asegurar que se cumplan las leyes de conservación de la masa.

PROPORCIÓN

Definición: Una proporción es la igualdad entre dos razones, es decir:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad o\ también \quad a : b = c : d$$

$$y\ se\ lee: \text{“}\boldsymbol{a}\ es\ a\ \boldsymbol{b}\ como\ \boldsymbol{c}\ es\ a\ \boldsymbol{d}\text{”}$$

$\boldsymbol{a}\ \boldsymbol{y}\ \boldsymbol{d}: extremos$
$\boldsymbol{b}\ \boldsymbol{y}\ \boldsymbol{c}: medios$

TEOREMA FUNDAMENTAL DE LAS PROPORCIONES

El producto de los extremos es igual al producto de los medios

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

De aquí, se desprende la regla de tres, ya que cualquiera de los valores a, b, c, d que se quiera determinar, se relacionará directa o inversamente con los demás y es el candidato a ser despejado.

PROPORCIONALIDAD DIRECTA

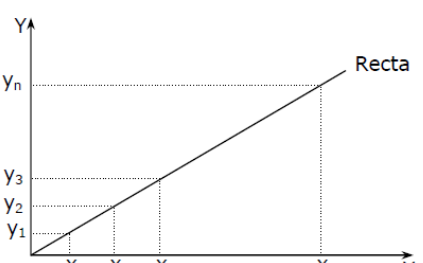
Definición: dos variables están en proporcionalidad directa o son **directamente proporcionales** si su **cociente** es constante, es decir:

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \ \ldots = \frac{y_n}{x_n} = k$$

k se denomina constante de proporcionalidad $k > 0$.

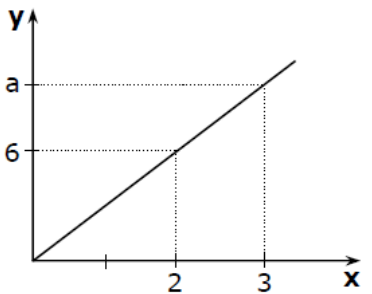
con x_i e y_i valores variables.

Observaciones:



- En la proporcionalidad directa, si una variable aumenta o disminuye, la otra también aumenta o disminuye a una tasa constante.
- El gráfico de la proporcionalidad directa corresponde a una **recta** que pasa por el origen (centro $(0,0)$).

Ejemplo: Si el gráfico muestra que las variables "y" y "x" son directamente proporcionales, entonces *¿cuál es el valor de a?*



Solución: como son directamente proporcionales, se cumple que:

$$6 : 2 = a : 3 \quad o\ bien \quad \frac{6}{2} = \frac{a}{3}$$

$$3 = \frac{a}{3} \Longrightarrow a = 9$$

con esto, se tiene que la constante de proporcionalidad es 3 y $a = 9$.

Uso en la química: se está trabajando con una sustancia que reacciona de manera directa con otra, y se quiere encontrar la cantidad de producto formado cuando se tiene una cierta cantidad de reactante.

Imaginemos la siguiente reacción:

$$2A \rightarrow 3B$$

Esto significa que dos moles de A reaccionan para formar tres moles de B.

Si se tienen 4 moles de A y se quiere saber cuántos moles de B se formarán, se puede usar el teorema fundamental de las proporciones (regla de tres). La proporción directa sería:

$$\frac{4\ de\ A}{x\ de\ B} = \frac{2\ de\ A}{3\ de\ B} \Longrightarrow x = 4 \cdot 3/2 = 6$$

Por lo tanto, si tienes 4 moles de A, se formarán 6 moles de B en esta reacción directa.

PROPORCIONALIDAD INVERSA

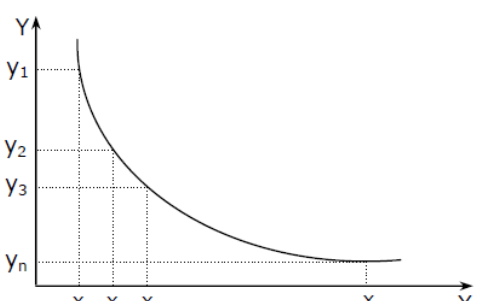
Definición: dos variables están en proporcionalidad inversa o son **inversamente proporcionales**, si su **producto** es constante, es decir:

$$x_1 \cdot y_1 = x_2 \cdot y_2 = x_3 \cdot y_3 = \ldots = x_n \cdot y_n = k$$

k se denomina constante de proporcionalidad $k > 0$.

Observaciones:

- En la proporcionalidad inversa, si una variable aumenta, la otra disminuye a una tasa constante.
- El gráfico de la proporcionalidad inversa corresponde a una **hipérbola**.



Uso en la química: para describir relaciones entre variables donde el aumento en una variable conduce a una disminución en otra, y viceversa, siempre y cuando otras condiciones se mantengan constantes.

Ejemplo: la relación entre la presión y el volumen de un gas, conocida como la Ley de Boyle sigue una proporción inversa. Esta ley establece que, a temperatura constante, el volumen de un gas es inversamente proporcional a su presión. Matemáticamente, la relación se expresa como:

$$P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$$

Para un gas encerrado en un recipiente a una presión de 2 atm y un volumen de 4 L, si aumentamos la presión a 4 atm, determine cuanto disminuirá el volumen.

Usando la Ley de Boyle para calcular el nuevo volumen será de 2 L cuando la presión aumente a 4 atm, manteniendo la temperatura constante.

PORCENTAJES

Definición: es una medida utilizada para expresar una proporción o una relación como una fracción de 100. Se representa mediante el símbolo %.

El término ***porcentaje*** se deriva de las palabras latinas ***per centum,*** que significan ***por cada cien.***

Uso en la química: composición de compuestos químicos, pureza de sustancias, concentración de soluciones, rendimiento de reacciones químicas, análisis de muestras, etc.

Ejemplo: imagina que necesitas preparar una solución de ácido clorhídrico (HCl) al 20% en volumen. Esto significa que el ácido clorhídrico constituirá el 20% del volumen total de la solución, mientras que el solvente, generalmente agua, constituirá el 80% restante.

Para preparar esta solución, necesitas calcular cuánto ácido clorhídrico y cuánta agua necesitas mezclar para obtener el volumen deseado.

Supongamos que deseas preparar 500 ml de solución al 20% en volumen de HCl. Para calcular la cantidad de HCl que necesitas, usas la fórmula:

$$\text{Volumen de HCl} = \text{Porcentaje de HCl} \cdot \text{Volumen total de la solución}$$

$$\text{Volumen de HCl} = 20\% \cdot 500\ \text{ml} = 0.20 \cdot 500\ \text{ml} = 100\ \text{ml}$$

Entonces, necesitarás 100 ml de ácido clorhídrico.

Para calcular la cantidad de agua que necesitas, simplemente restas el volumen de HCl del volumen total deseado:

$$\text{Volumen de agua} = \text{Volumen total de la solución} - \text{Volumen de HCl}$$

$$\text{Volumen de agua} = 500\ \text{ml} - 100\ \text{ml} = 400\ \text{ml}$$

Entonces, necesitarás 400 ml de agua.

Finalmente, mezclas 100 ml de ácido clorhídrico con 400 ml de agua para obtener 500 ml de una solución al 20% en volumen de ácido clorhídrico.

Este ejemplo ilustra cómo se usa el porcentaje en química para expresar la concentración de soluciones, lo que facilita la preparación precisa de soluciones químicas con las concentraciones deseadas.