

Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Químicas y Farmacéuticas
Unidad de Matemática, Física y Bioestadística
Cálculo Diferencial e Integral

Semana 7

Actividad Autónoma

0.1. Para cada una de las igualdades, determinar dy/dx y dx/dy por medio de derivada implícita y compare su resultado usando diferenciales.

1. $2x^2y^2 = 3x^3y + y^3$

2. $f(x, y) = \ln(x^2 + y)$

3. $f(x, y) = e^x \sin(y)$

4. $xe^{y^2} = -y \ln(x)$

5. $\ln(xy) = x^2 + y^2$

6. $f(x, y) = \frac{y}{(y+3x)^2}$

0.2. Resuelva los siguientes problemas:

1. Si las funciones a , b y c están relacionadas con la función T mediante la igualdad:

$$T = a^2b - c \cdot \ln(b)$$

a) Aplique las propiedades de los diferenciales para expresar el diferencial total de T en función de los diferenciales de a , b y c .

b) Determine $(\frac{\partial c}{\partial a})$ y $(\frac{\partial b}{\partial T})$

2. Si las funciones L , T y P están relacionadas mediante la igualdad

$$\ln\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{P}\right) = e^{-L}$$

a) Aplique las propiedades de los diferenciales para expresar el diferencial de L en función de los diferenciales de T y P .

b) Determine $(\frac{\partial L}{\partial P})$ y $(\frac{\partial P}{\partial T})$

3. Si las funciones P , V y T están relacionadas mediante la igualdad:

$$PV = nRT$$

a) Aplique las propiedades de los diferenciales para expresar el diferencial de T en función de los diferenciales de V y P .

b) Determine $(\frac{\partial T}{\partial P})$ y $(\frac{\partial P}{\partial V})$

4. Si dos resistores con resistencias R_1 y R_2 se conectan en paralelo, entonces la resistencia total R , medida en ohms ω , está dada por:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

- a) Expresa el diferencial de R en función de los diferenciales de R_1 y R_2 .
- b) Determine $\left(\frac{\partial R}{\partial R_1}\right)$ y $\left(\frac{\partial R}{\partial R_2}\right)$
5. **Densidad del aire:** La densidad del aire cambia según la altura. En condiciones generales la densidad ρ , depende de la altura z , y la temperatura T según la ecuación

$$\rho(z, T) = \rho_0 e^{-\lambda z/T}$$

donde ρ_0 y λ son constantes.

- a) Suponiendo que el globo asciende a una velocidad v (es decir, $dz/dt = v$) y que la temperatura cambia con el tiempo (es decir, que T está dada por una función $T(t)$), obtenga, utilizando la regla de la cadena, una expresión para la tasa de cambio de la densidad del aire, medida por el globo meteorológico. globo meteorológico.
- b) Supongamos que $v = 1$, $\rho_0 = 1$ y $\lambda = 1$ y que $T(0) = 1$. ¿Existe alguna condición bajo la cual la densidad medida por el globo no cambiará con el tiempo? Es decir encontrar una ecuación diferencial que T debe satisfacer, si $d\rho/dt = 0$, y resuelve esta ecuación diferencial.