

Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Químicas y Farmacéuticas
Unidad de Matemática, Física y Bioestadística
Cálculo Diferencial e Integral

Semana 12

Actividad Autónoma

0.1. Calcule las siguientes integrales impropias y determine si convergen o divergen.

1. $\int_4^{\infty} e^{-x/2} dx.$

3. $\int_{-\infty}^1 \frac{1}{t^2 + 1} dt$

5. $\int_{-\infty}^{-1} \frac{1}{\sqrt{2-w}} dw$

2. $\int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx$

4. $\int_1^{\infty} \frac{\ln(x)}{x^3} dx$

6. $\int_2^{\infty} \frac{1}{x(\ln(x))^8} dx$

0.2. Determine la solución general implícita y explícita (en caso de poder), para cada una de las ecuaciones diferenciales:

1. $y' = x^2 y$

5. $y' = \frac{xy}{x^2 + y^2}$

8. $y' = \frac{3x^2}{2y^3}$

2. $y' = \frac{x}{y}$

6. $y' = \frac{2x}{y}$

9. $y' = \frac{x^2 + y^2}{2xy}$

3. $y' = e^x \cos(y)$

7. $y' = \frac{\sin(x)}{y}$

10. $y' = \frac{\cos(x)}{\sin(y)}$

4. $y' = \frac{x^2}{y^3}$

0.3. Resuelva los siguientes problemas:

1. Hallar los valores de los parámetros a y b para que

$$\int_1^{\infty} \left(\frac{2x^2 + bx + a}{2x^2 + ax} - 1 \right) dx = 1$$

2. Un fabricante de bombillas quiere producir bombillas que duren 700 horas, pero, por supuesto, algunas bombillas se queman más rápido que otras. Si $F(t)$ representa la fracción de bombillas que se queman antes de t horas, por lo que $F(t)$ siempre oscila entre 0 y 1.

a) Haz un bosquejo del gráfico de la función.

b) ¿Que significado tiene $r(t) = F'(t)$?

c) Determine e interprete $\int_0^{\infty} r(t) dt$.

3. La población de un pueblo crece con una razón proporcional a la población en el tiempo t . La población inicial de 500 aumenta 15 % en 10 años. ¿Cuál será la población pasados 30 años? ¿Qué tan rápido está creciendo la población en $t = 30$?

4. La población de bacterias en un cultivo crece a una razón proporcional a la cantidad de bacterias presentes al tiempo t . Después de tres horas se observa que hay 400 bacterias presentes. Después de 10 horas hay 2,000 bacterias presentes. ¿Cuál era la cantidad inicial de bacterias?
5. Un termómetro se cambia de una habitación donde la temperatura es de $70^{\circ}F$ al exterior, donde la temperatura del aire es de $10^{\circ}F$. Después de medio minuto el termómetro indica $50^{\circ}F$. ¿Cuál es la lectura del termómetro en $t = 1$ min? ¿Cuánto tiempo le tomará al termómetro alcanzar los $15^{\circ}F$?
6. Una pequeña barra de metal, cuya temperatura inicial era de $20^{\circ}C$, se deja caer en un gran tanque de agua hirviendo. ¿Cuánto tiempo tardará la barra en alcanzar los $90^{\circ}C$ si se sabe que su temperatura aumentó 2° en 1 segundo? ¿Cuánto tiempo tardará en alcanzar los $98^{\circ}C$?