

Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Químicas y Farmacéuticas
Unidad de Matemática, Física y Bioestadística
Cálculo Diferencial e Integral

Semana 13

Actividad Autónoma

0.1. Determine la solución general de las siguientes ecuaciones diferenciales lineales, utilizando el método del factor integrante:

- | | | |
|--|--|---|
| 1. $\frac{dy}{dx} + 2xy = x^2$ | 5. $\frac{dy}{dx} - 2xy = x \cos(x)$ | 9. $\frac{dy}{dx} + y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ |
| 2. $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = \sin(x)$ | 6. $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \frac{1}{x^2}$ | 10. $\frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{1}{x}$ |
| 3. $\frac{dy}{dx} + y = e^x$ | 7. $\frac{dy}{dx} + 2y = 4x$ | 11. $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = \frac{e^x}{x}$ |
| 4. $\frac{dy}{dx} + 3y = \ln(x)$ | 8. $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = x^3$ | 12. $\frac{dy}{dx} + y = \frac{\sin(x)}{x^2}$ |

0.2. Determine la solución general de las siguientes ecuaciones diferenciales lineales, utilizando un método adecuado:

- | | | |
|--|---|--|
| 1. $\frac{dy}{dx} + 3y = 0$ | 4. $y' + y = \sin(x)$ | 7. $\frac{dy}{dx} + \frac{2y}{x} = 3x$ |
| 2. $\frac{dy}{dx} = e^x - 2xy$ | 5. $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \ln(x)$ | 8. $y' = 2e^{-x} - y$ |
| 3. $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = \cos(x)$ | 6. $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x} - y$ | 9. $\frac{dy}{dx} = y + \frac{\cos(x)}{x^2}$ |

0.3. Verifique si las siguientes ecuaciones diferenciales son homogéneas o exactas (o ninguna de ellas), utilizando el método adecuado:

- | | |
|--|---|
| 1. $(x^2 + y^2)dx + 2xydy = 0$ | 10. $\frac{dy}{dx} = \frac{\sin(x)}{\cos(y)}$ |
| 2. $(3x^2 + 2y)dx = -(x + 2xy)dy$ | 11. $y' = x^2 + y^2$ |
| 3. $xy' + y = x^2$ | 12. $y' = \frac{1}{x} - y^2$ |
| 4. $\frac{dy}{dx} = \frac{3x^2}{2y}$ | 13. $y' = \frac{x}{y} + y^3$ |
| 5. $\frac{dy}{dx} = \frac{2x^2}{3y^2}$ | 14. $y' = \frac{1}{x^2 + y^2}$ |
| 6. $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$ | 15. $y' = \frac{x+y}{x-y}$ |
| 7. $y' = \frac{1}{x^2 + y^2}$ | 16. $(e^x + y)dx = -(x + e^y)dy$ |
| 8. $y' = \frac{x}{\ln(y)}$ | 17. $(2xy^3 + 3x^2y^2)dx = -(x^3y + 2xy)dy$ |
| 9. $\frac{dy}{dx} = \frac{3x^2}{2y}$ | |

0.4. Problemas de Mezclas:

1. Un tanque contiene 200 litros de un líquido en el que se han disuelto $30[g]$ de sal. Salmuera que tiene $1[g]$ de sal por litro entra al tanque con una razón de $4[L/min]$; la solución bien mezclada sale del tanque con la misma razón. Encuentre la cantidad $A(t)$ de gramos de sal que hay en el tanque al tiempo t . ¿Qué ocurre si al mismo tanque ingresara agua pura?
2. Un gran tanque de 500 galones está lleno de agua pura. Le entra salmuera que tiene $2[lb]$ de sal por galón a razón de $5[gal/min]$. La solución bien mezclada sale del tanque con la misma razón. Determine la cantidad $A(t)$ de libras de sal que hay en el tanque al tiempo t .
3. Un tanque contiene $20[kg]$ de sal disuelta en $5000[L]$ de agua. Se introduce salmuera al tanque que contiene 0.03 kg de sal por litro de agua a razón de $25[L/min]$. La solución se mantiene mezclada por completo y sale del recipiente con la misma razón. ¿Cuánta sal queda en el recipiente después de media hora?
4. Un depósito contiene 100 litros de salmuera, en la que hay disueltas $200[Kg]$ de sal. A partir de $t = 0$ se añade agua pura a razón de $3[L/min]$. La mezcla que se mantiene uniforme mediante un agitador, sale del depósito con la misma rapidez. ¿Cuánto tiempo tardará en reducirse a $100[kg]$ la cantidad disuelta de sal en el depósito?
5. Suponga que un gran depósito contiene inicialmente una mezcla de 300 galones de agua en las que se han disuelto 50 libras de sal. Entra al depósito una mezcla de salmuera a una razón de $3[gal/min]$, que tiene una concentración de $2[lb/gal]$. La mezcla bien agitada se bombea hacia fuera a una razón de $5[gal/min]$, de acuerdo al proceso, se pide:
 - a) Describir matemáticamente, variables, datos e incógnitas.
 - b) Plantear el modelo matemático a partir de los datos dados.
 - c) Determinar la solución del PVI.
 - d) ¿Qué cantidad de sal hay a los 30 minutos?
 - e) ¿Cuántos minutos deben transcurrir para que en el depósito halla agua pura?