DECAIMIENTO RADIOACTIVO

El decaimiento radioactivo es independiente del modo de decaimiento, y se aplica a todos ellos: α ,β^+, β^-, CE (captura electrónica), γ, y fisión espontánea.

LEY DE DESINTEGRACION RADIOACTIVA

Postulados:

1. **La probabilidad de decaimiento, λ, es la misma para todos los átomos de la misma especie.**

2. **La probabilidad de decaimiento, λ, es independiente de la edad del átomo.**

Por ser una propiedad nuclear, λ es independiente de toda condición física de la muestra: temperatura, presión, concentración, etc.

Dado un átomo, la probabilidad de que decaiga durante el intervalo *dt* es λ*dt*.

La probabilidad de que un átomo decaiga por unidad de tiempo es $(\lambda\, dt)/dt = \lambda$ [seg^{-1}]
Existen más de 1600 radionucleidos, pero NO hay dos con igual λ.

Para una población de átomos radioactivos tenemos:

Prob. de	decaimiento en el intervalo Δt es =			$\lambda\Delta t$	
"	NO "	" "	"	Δt es	$= 1-\lambda\Delta t$
"	NO "	" "	"	2Δt es	$= (1-\lambda\Delta t)^2$
………………………………………………					
………………………………………………					
"	NO "	" "	"	nΔt es	$= (1-\lambda\Delta t)^n$

Si $n\,\Delta t = t$, entonces $\Delta t = t/n$
la probabilidad de NO decaimiento en el intervalo t es:

$$\lim_{n \to \infty} \left(1-\frac{\lambda t}{n}\right)^n = e^{-\lambda t} \quad \text{para un átomo.}$$

Para N átomos, la probabilidad de NO decaimiento es:

$$N(t) = N(0)\ e^{-\lambda t} \qquad (1)$$

Si tenemos N(0) átomos de una única sustancia radioactiva, y N(0) es un número muy grande, entonces N(t) será una variable continua.

La probabilidad de que decaiga un átomo es = λdt, entonces el incremento (negativo) de átomos en un tiempo dt está dado por:

$$-dN = N \lambda \, dt$$

e integrando dN/dt, llegamos a la ecuación (1)

ACTIVIDAD:

Es el número de desintegraciones por segundo de una muestra.

$$A = \lambda N$$

Reemplazando en la ecuación 1, $A(t) = A(0)\, e^{-\lambda t}$

PERÍODO DE SEMIDESINTEGRACIÓN, $T_{1/2}$:

$T_{1/2}$ es el tiempo que tarda, en promedio, una sustancia radioactiva pura en reducir sus átomos (o su actividad) a la mitad del valor inicial.

De la ecuación 1,

$$\frac{N(0)}{2} = N(0)\, e^{-\lambda T_{1/2}} \qquad \therefore \qquad T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda}$$

$$\underset{\substack{\Downarrow \\ {}^{212}Po}}{3.0\times10^{-7}\,s} \quad \leq \quad T_{1/2} \quad \leq \quad \underset{\substack{\Downarrow \\ {}^{232}Th}}{1.4\times10^{10}\text{ años}}$$

VIDA MITAD, τ (mean life):

Es el promedio de vida de todos los átomos. Se obtiene sumando la vida de todos y dividiendo por los átomos iniciales.

$$\tau = \lambda^{-1}$$

Es el tiempo necesario para que los átomos se reduzcan a 1/e (0.367…) de la cantidad inicial.

UNIDADES:

Bq: actividad de una muestra pura que tienen una velocidad media de decaimiento de 1 desintegración/seg.

Curie: 3.70×10^{10} Bq, abreviatura: *C*i

μCi: 10^{-6} *C*i. Fuentes que se utilizan para calibrar detectores de centelleo y estado sólido.

kCi: 10^{3} *C*i. Actividad de fuentes que se utilizan para radioterapia o radiografía industrial.

MCi: 10^{6} *C*i. Actividades en unidades de irradiación (para esterilización)

ACTIVIDAD ESPECÍFICA (A'):

Es la actividad por unidad de masa

$$A' = \frac{A}{M} = \frac{\lambda N}{M} = \frac{\lambda N_{Avogadro}}{A}$$

CONSTANTES DE DECAIMIENTO PARCIALES:

Existen nucleidos que pueden decaer siguiendo diferentes modos, por ejemplo ^{241}Am (α, β^-, β^+, γ, sf).

Si cada modo tiene probabilidades λ_1, λ_2, … λ_n, la probabilidad total está dada por

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_n$$

Si pudiéramos estudiar la sustancia con un sistema de detección que "vea" un solo modo de decaimiento, caracterizado por λ_i,

$$A_i = \lambda_i N = \lambda_i N_0 e^{-\lambda t}$$

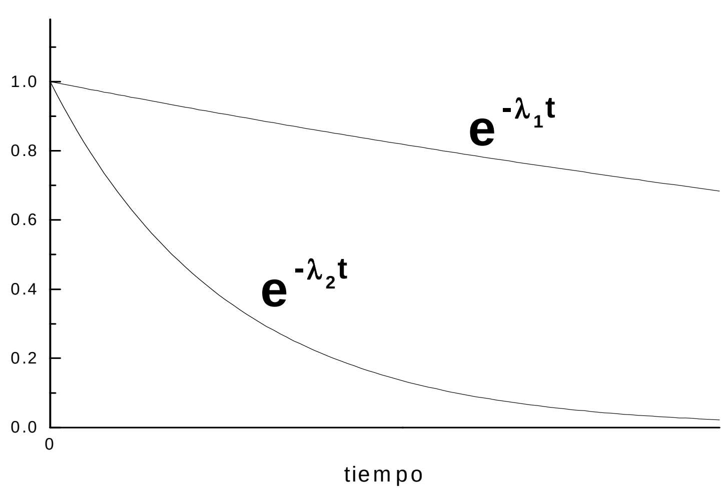
MEZCLA DE ACTIVIDADES INDEPENDIENTES

Si se tienen dos especies radioactivas 1 y 2 mezcladas, siempre el decaimiento será independiente del de la otra.

$$A = A_1 + A_2 = c_1 \lambda_1 N_1 + c_2 \lambda_2 N_2$$

Siendo c_1 y c_2 la eficiencias de detección de cada una de las radiaciones. En forma general: $A = A_1 + A_2 + \ldots + A_n$

La representación en papel logarítmico de una mezcla de dos componentes sería:



DESINTEGRACION EN CADENA:

Tenemos una cadena de desintegración cuando una sustancia radioactiva 1 decae en otra sustancia 2, que a su vez es radioactiva.

$$(1) \xrightarrow{\lambda_1} (2) \xrightarrow{\lambda_2}$$

La cantidad de sustancia (2) decrece por el decaimiento, pero crece por el decaimiento de la (1) con una tasa = $\lambda_1 N_1$, o sea:

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1 \qquad \text{y} \qquad \frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$$

si $\qquad N_1(t=0) = N_1^0 \;$ y $\; N_2(t=0) = N_2^0$

$$N_1(t) = N_1^0\, e^{-\lambda_1 t} \qquad (2)$$

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 \left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right) + N_2^0\; e^{-\lambda_2 t} \qquad (3)$$

De acuerdo a los distintos valores de λ podemos estudiar algunos casos de "equilibrio".

No Equilibrio

Si $T_1 < T_2$, o sea $\lambda_1 > \lambda_2$ La solución para $N_2^0 = 0$, era

$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 \left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$. Para t suficientemente grande, $e^{-\lambda_1 t} << e^{-\lambda_2 t}$, y en ese caso

$$N_{2\infty} = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} N_1^0\, e^{-\lambda_2 t} \quad \therefore \quad A_{2\infty} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} A_1^0 \quad e^{-\lambda_2 t}$$

Para tiempos grandes la hija decae con su propio periodo.

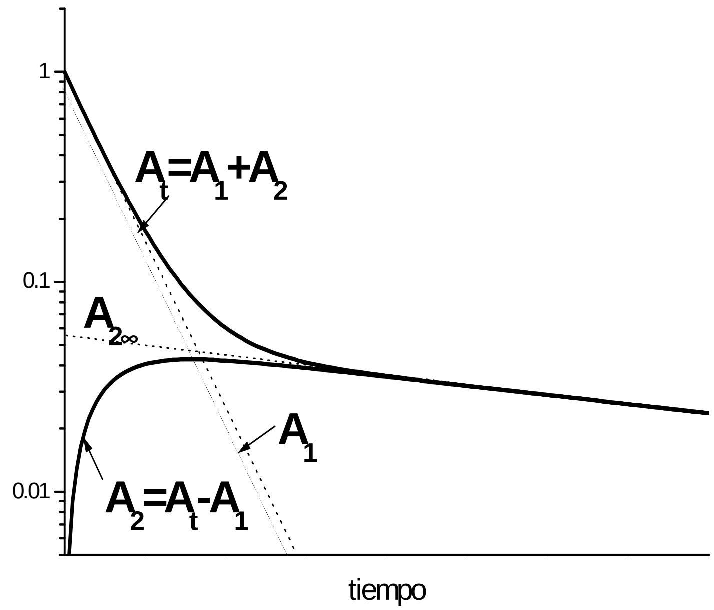
Como $A_1 = \lambda_1 N_1$ y $A_2 = \lambda_2 N_2$ tenemos

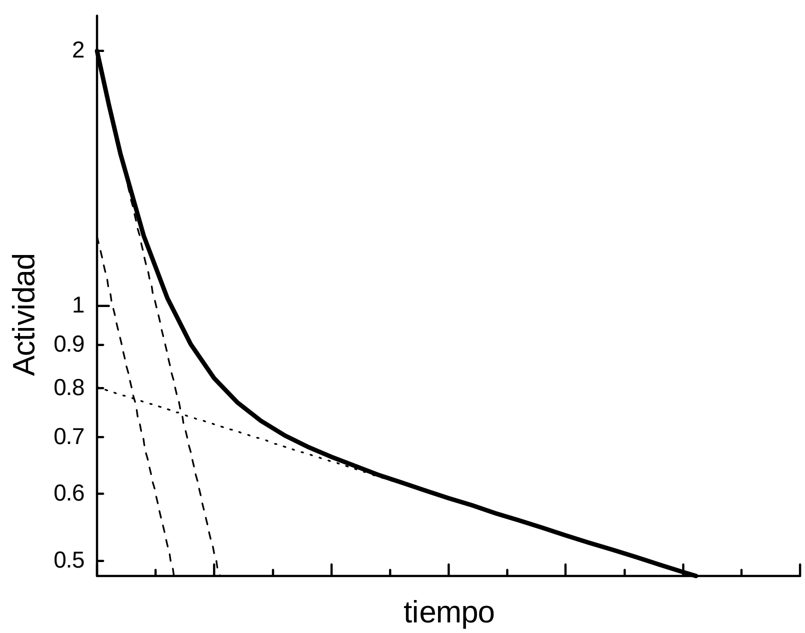
$$A_2(t) = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} A_1^0 \left(e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_1 t}\right)$$

y la actividad total

$$\boxed{A_t = A_1 + A_2 = A_1^0 \; e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} A_1^0 \left(e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_1 t}\right)}$$

y la actividad A_t-$A_{2\infty}$ decae con el periodo de la madre.





Equilibrio Transitorio (e.t.):

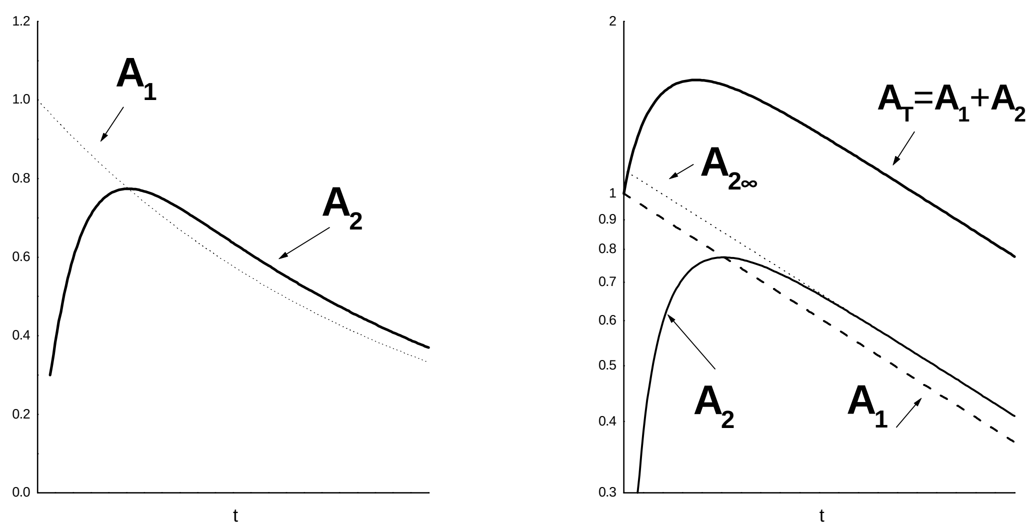
Es cuando $T_1>T_2$, o sea $\lambda_1<\lambda_2$. Si $N_2^0=0$, entonces

$N_2(t)=\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}N_1^0\left(e^{-\lambda_1 t}-e^{-\lambda_2 t}\right)$. Para t suficientemente grande, $e^{-\lambda_2 t}<<e^{-\lambda_1 t}$, y en ese caso

$$\boxed{N_{2\infty}=\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}N_1^0\,e^{-\lambda_1 t}=\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}N_1 \quad\therefore\quad \frac{N_1}{N_{2\infty}}=\frac{\lambda_2-\lambda_1}{\lambda_1}}$$

Como $A_1=\lambda_1 N_1$ y $A_2=\lambda_2 N_2$ tenemos

$$A_2(t)=\frac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}A_1^0\left(e^{-\lambda_1 t}-e^{-\lambda_2 t}\right) \quad y \quad A_{2\infty}=\frac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}A_1$$



Vemos que para tiempos suficientemente grandes, la hija decae con el período de la madre

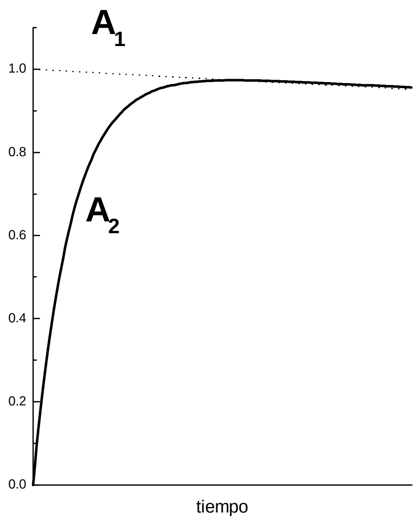
Caso particular de E.T.: Equilibrio secular

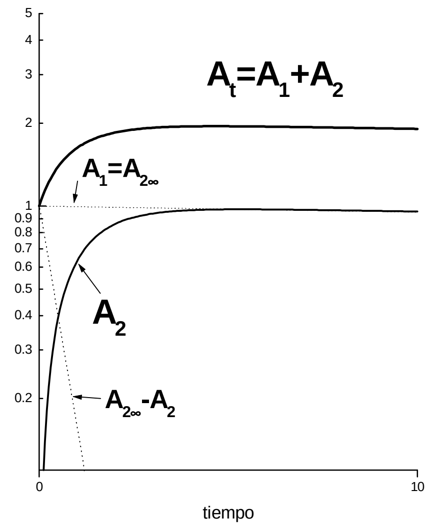
Es el caso para el cual cuando $T_1>>T_2$, o sea $\lambda_1<<\lambda_2$.

Para t suficientemente grande, $e^{-\lambda_2 t}<<<e^{-\lambda_1 t}$, y en ese caso

$$\boxed{A_{2\infty}=\frac{1}{1-\frac{\lambda_1}{\lambda_2}}A_1^0\;e^{-\lambda_1 t}\cong A_1^0\;e^{-\lambda_1 t}=A_1 \quad\therefore\quad A_{2\infty}=A_1}$$

Para tiempos suficientemente grandes y $t_{observación} << T_{1/2}$, $A_1 = A_2$.





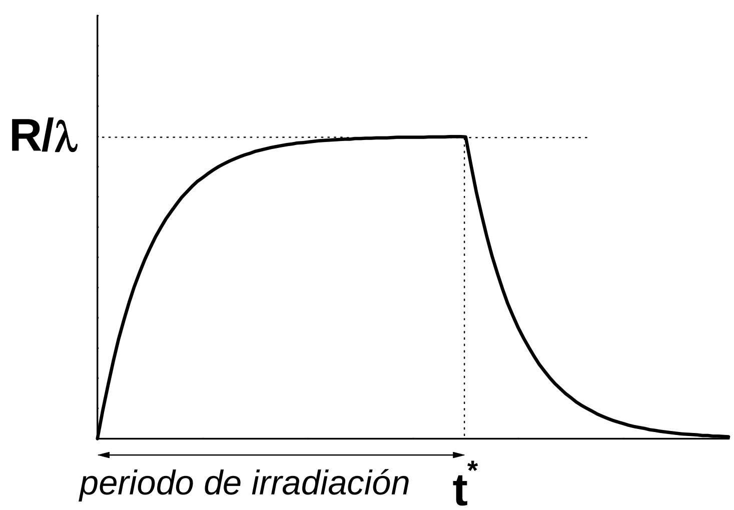
Activación Artificial

También hay equilibrio secular cuando una sustancia radioactiva se forma a velocidad constante, al bombardear con partículas cargadas o neutrones por ejemplo.

Si R es el número de núcleos radioactivos que se forman por unidad de tiempo, tenemos:

$$\frac{dN}{dt} = R - \lambda N \quad \text{y la solución es:} \quad \boxed{N = \frac{R}{\lambda}\left(1 - e^{-\lambda t}\right) + N^0 e^{-\lambda t}}$$

Si $N^0=0$, la curva es:



CADENAS RADIOACTIVAS

$$(1) \xrightarrow{\lambda_1} (2) \xrightarrow{\lambda_2} (3) \xrightarrow{\lambda_3} (4) \xrightarrow{\lambda_4} \text{etc.}$$

De lo anterior resulta que en el caso de una cadena radioactiva, cuyo miembro inicial sea de una vida media muy larga, para N_2:

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 \quad \therefore \quad \frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 \quad \therefore \quad N_2 = cte$$

Para N_3: $\dfrac{dN_3}{dt} = \lambda_2 N_2 - \lambda_3 N_3$

La solución general es $N_3 = C\, e^{-\lambda_3 t} + \dfrac{\lambda_2 N_2}{\lambda_3}$

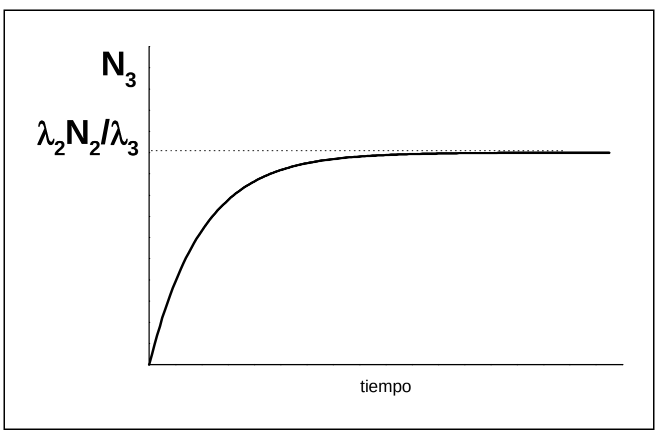
para $t=t_0$

$$N_3^0 = C\, e^{-\lambda_3 t_0} + \frac{\lambda_2 N_2}{\lambda_3} \quad \therefore \quad C = \left(N_3^0 - \frac{\lambda_2 N_2}{\lambda_3} \right) e^{\lambda_3 t_0}$$

$$N_3 = \left(N_3^0 - \frac{\lambda_2 N_2}{\lambda_3} \right) e^{-\lambda_3 (t-t_0)} + \frac{\lambda_2 N_2}{\lambda_3}$$, reacomodando

$$\boxed{N_3 = \frac{\lambda_2 N_2}{\lambda_3}\left[1 - e^{-\lambda_3 (t-t_0)}\right] + N_3^0 \quad e^{-\lambda_3 (t-t_0)}}$$

Si t es grande, $N_3 \cong \dfrac{\lambda_2 N_2}{\lambda_3}$ y $\boxed{\lambda_3 N_3 = \lambda_2 N_2}$

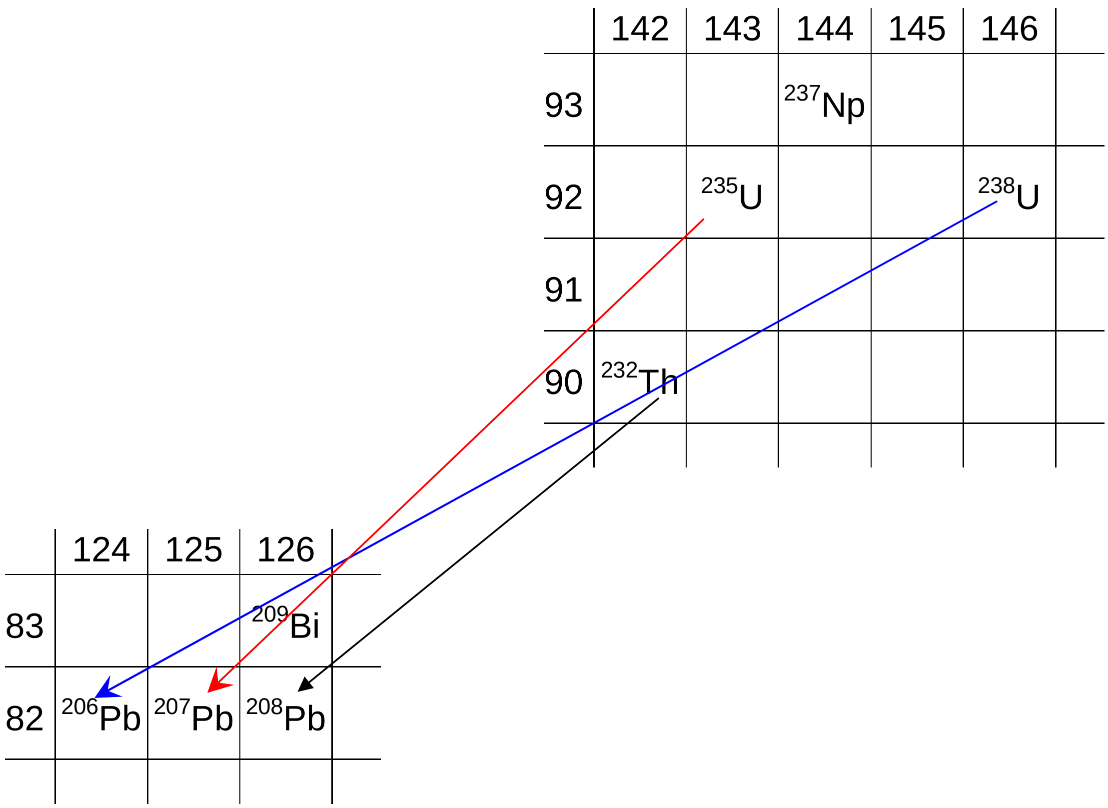


En forma análoga se puede mostrar lo mismo para el resto de los miembros de la cadena, por lo que resulta, para una cadena cuyo primer miembro tiene vida media muy larga y está en equilibrio secular que

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 = \lambda_3 N_3 = \ldots\ldots\ldots \lambda_n N_n$$

FAMILIAS RADIOACTIVAS NATURALES:

Existen en la naturaleza 3 familias naturales comenzando cada una con ^{238}U, ^{235}U y ^{232}Th respectivamente.



$$^{238}_{92}U \xrightarrow{4.5\times10^{9}\text{ años}} {}^{206}_{82}Pb \qquad A=4n+2$$

$$^{235}_{92}U \xrightarrow{7.10\times10^{8}\text{ años}} {}^{207}_{82}Pb \qquad A=4n+3$$

$$^{232}_{90}Th \xrightarrow{1.39\times10^{10}\text{ años}} {}^{208}_{82}Pb \qquad A=4n$$

....

$$^{237}_{93}U \xrightarrow{2.2\times10^{6}\text{ años}} {}^{209}_{83}Bi \qquad A=4n+1$$

Todas las transiciones involucran $\Delta A=0$ ó $\Delta A=4$

FECHADO RADIOACTIVO

El ^{238}U tiene $T_{1/2}=4.5\times10^9$ años. En su cadena de decaimiento le sigue el ^{234}U con 2.5×10^5 años, y los demás, hasta llegar al ^{206}Pb (estable) son menores.

Después de 1 billón de años, los únicos elementos presentes con concentración apreciable serán el ^{238}U y el ^{206}Pb, entonces la ecuación que teníamos:

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 \left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$$ pasa a ser (con $\lambda_2=0$)

$$N_{Pb} = N_U^0 \left(1 - e^{-\lambda_U t}\right)$$

Si en un material geológico que contiene ^{238}U se encuentra ^{206}Pb, no hay razón fuerte para creer que no están relacionados, entonces:

$$N_{Pb} + N_U = N_U^0 \qquad \therefore \qquad N_{Pb} = (N_{Pb} + N_U)\left(1 - e^{-\lambda_U t}\right)$$

$$\boxed{t = \frac{1}{\lambda_U} \ln\left(\frac{N_{Pb} + N_U}{N_U}\right) = \frac{1}{\lambda_U} \ln\left(1 + \frac{N_{Pb}}{N_U}\right)}$$

Pb/U en rocas terrestes viejas $\rightarrow 3.0\times10^9$ años (corteza)

Pb/U en meteoritos viejos $\rightarrow 4.5\times10^9$ años (formación de la Tierra)

Otros isótopos usados:

$$^{40}K \xrightarrow{\beta^+ \quad T_{1/2}=1.28\times10^9 \text{ años}} {}^{40}Ar$$

$$^{87}Rb \xrightarrow{\beta^- \quad T_{1/2}=4.8\times10^{10} \text{ años}} {}^{87}Sr$$

$$^{238}U \rightarrow \underset{\text{gas}}{^{222}Rn} \xrightarrow{\alpha,\beta^- \ldots T_{1/2MAX}=3.8 \text{ d}} \underset{\text{22.3 años}}{^{210}Pb}$$

^{14}C: FECHADO ARQUEOLÓGICO:

El ^{14}C en la atmósfera se forma por reacciones:

$$^{14}N + {}^1n \rightarrow {}^{14}C + {}^1p$$

$$^{14}C \xrightarrow{\beta^- \quad T_{1/2}=5730 \text{ años}} {}^{14}N$$

La relación $^{12}C/^{14}C$ en la atmósfera es ~10^{12}

En un especimen vivo, la actividad específica de equilibrio del ^{14}C es A_0=15 Bq/g

$$A(t) = A^0\, e^{-\lambda\, t} \quad \therefore \qquad t = \frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{A}{A_0}\right)$$

Si A=10 Bq/g, t = 3352 años

Estadística del decaimiento radioactivo

El decaimiento radioactivo tiene carácter estadístico. Dada una población N_0 de átomos activados, la probabilidad *P(d)* de tener *d* desintegraciones en un tiempo Δt está dada por la distribución binomial:

$$P(d) = \frac{N_0\,!}{(N_0 - d)!\ d!}\left(1 - e^{-\lambda\,\Delta t}\right)^{d}\left(e^{-\lambda\,\Delta t}\right)^{N_0 - d} \tag{1}$$

donde $\left(1 - e^{-\lambda\,\Delta t}\right)$ es la probabilidad de que el átomo decaiga en el intervalo Δt y $e^{-\lambda\,\Delta t}$ es la probabilidad que sobreviva. El número de decaimientos promedio esperado durante Δt es:

$$\overline{N} = N_0\left(1 - e^{-\lambda\,\Delta t}\right) \tag{2}$$

Si $\lambda\Delta t<<1$ (<0.01) y N_0 >>1 (>100) la distribución binomial puede ser reemplazada por la distribución de Poisson, donde *P(d)* está dada por:

$$P(d) = \frac{\overline{N}}{d!}\,e^{-\overline{N}} \tag{3}$$

Para bajo número de desintegraciones la distribución no es simétrica alrededor de $d = \overline{N}$, pero sí lo es para altos números de desintegraciones, si *d*>100 la distribución puede ser reemplazada por una distribución normal:

$$P(d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\overline{N}}}\ e^{-\left(\frac{(\overline{N}-d)^2}{2\overline{N}}\right)} \tag{4}$$

En ambos casos, distribución normal o de Poisson, la desviación estándar esperada se pude estimar como:

$$\sigma = \sqrt{\overline{N}} \approx \sqrt{d} \tag{5}$$

Estas consideraciones son válidas tanto para la actividad de una muestra como para la actividad del fondo. Por lo tanto la actividad neta (muestra-fondo) también tiene una distribución normal.

En el caso de espectrometría gamma, no todos los decaimientos $\overline{N}$ son detectados, sino $N_{reg} = \varepsilon\,\overline{N}$, y la desviación estándar es:

$$\sigma = \sqrt{\overline{N}\varepsilon\left(1 - \varepsilon\left(1 - e^{-\lambda\,\Delta t}\right)\right)} \tag{6}$$

Como en el caso anterior, si □□t <<$T_{1/2}$, $\left(1 - e^{-\lambda\,\Delta t}\right) \approx \lambda\,\Delta t$ y

$$\sigma = \sqrt{N\varepsilon\,(1 - \varepsilon\,\lambda t)} \approx \sqrt{N\varepsilon} \approx \sqrt{N_{reg}} \qquad (7)$$

En el caso de los isótopos de vida media corta esta condición NO se cumple sino que $\Delta t \geq T_{1/2}$.

Afortunadamente, en las mediciones que involucran espectrometría gamma la eficiencia $\varepsilon \ll 1$, por lo que:

$$\sigma = \sqrt{N\varepsilon\left(1 - \varepsilon\left(1 - e^{-\lambda\,\Delta t}\right)\right)} = \sqrt{N\left(\varepsilon - \varepsilon^2\left(1 - e^{-\lambda\,\Delta t}\right)\right)} \approx \sqrt{N\,\varepsilon} \approx \sqrt{\Sigma^*} \qquad (8)$$

Cuando se calcula el número de rayos gamma registrados, se mide el área del pico de absorción total. Al calcular $\Delta\Sigma^*$ se debe tener en cuenta la incerteza estadística del área, Σ^*, y del fondo, F^*, y además la que se introduce al realizar esta operación por medio de algoritmos matemáticos (en general el error del ajuste no es significativo si el pico tiene buena estadística). Existen diferentes modelos para la selección de la incerteza total, y en general los resultados son similares. $\left(\Delta\Sigma^* = \sqrt{\Sigma^* + 3F^*}\right)$ (9)

Propagación :

Dada una función escalar de varias variables $x_1, x_2, x_3...$, cuyas derivadas parciales son continuas, el desarrollo alrededor de un punto $x_{10}, x_{20}, x_{30}...$, está dado por:

$$f(\vec{x}) = \sum_{k=0}^{\infty}\left(\vec{\Delta}\cdot\vec{\nabla}\right)^k \left.\frac{f(\vec{x})}{k!}\right|_{\vec{x}=\vec{x}_o} \qquad (10)$$

donde:

$$\vec{x}_0 = x_{10}, x_{20}, x_{30} ... x_{n0}$$

$$\vec{x} = x_{10}+\Delta x_1, x_{20}+\Delta x_2, x_{30}+\Delta x_3, ...x_{n0}+\Delta x_n$$

$$\vec{\Delta} = \Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3, ... \Delta x_n$$

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_3}, \ldots, \frac{\partial}{\partial x_n}$$

para aclarar el significado del operador $\left(\vec{\Delta}\cdot\vec{\nabla}\right)^k$ damos el desarrollo para el caso sencillo de dos variables x_1 y x_2 :

para k=1,

$$\left(\vec{\Delta}\cdot\vec{\nabla}\right) = \left(\Delta x_1, \Delta x_2\right) \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}\right) = \Delta x_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + \Delta x_2 \frac{\partial}{\partial x_2} \qquad (11)$$

para k=2,

$$\begin{cases} \left(\vec{\Delta}\cdot\vec{\nabla}\right)^2 = \left[\Delta x_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + \Delta x_2 \frac{\partial}{\partial x_2}\right]^2 = \left(\Delta x_1 \frac{\partial}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\Delta x_2 \frac{\partial}{\partial x_2}\right)^2 + \left(2\,\Delta x_1 \frac{\partial}{\partial x_1} \Delta x_2 \frac{\partial}{\partial x_2}\right) \\ \qquad = \left(\Delta x_1\right)^2 \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + 2\,\Delta x_1\,\Delta x_2 \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2} + \left(\Delta x_2\right)^2 \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \end{cases} \qquad (12)$$

La variación de $f(\vec{x})$, Δf, respecto al valor $f(\vec{x}_0)$ es:

$$\Delta f = f(\vec{x}) - f(\vec{x}_0) =$$

$$= \Delta x_1 \left.\frac{\partial f}{\partial x_1}\right|_{\vec{x}=\vec{x}_0} + \Delta x_2 \left.\frac{\partial f}{\partial x_2}\right|_{\vec{x}=\vec{x}_0} + ... + \Delta x_n \left.\frac{\partial f}{\partial x_n}\right|_{\vec{x}=\vec{x}_0} + \sum_{k=2}^{\infty} \left(\vec{\Delta} \cdot \vec{\nabla}\right)^k \left.\frac{f(\vec{x})}{k!}\right|_{\vec{x}=\vec{x}_0} \qquad (13)$$

Si cada uno de los $|\Delta x_i|$ son pequeños se puede considerar que los términos de mayor orden indicados en la sumatoria no son significativos y tomar los correspondientes a las primeras derivadas parciales. Para evitar que los términos se anulen por tener diferente signo y para agregar un factor de seguridad, para calcular Δf se pueden sumar los valores absolutos o la media cuadrática de los términos. Este último criterio es un de los más frecuentes, y se obtiene:

$$(\Delta f)^2 = \left(\Delta x_1 \left.\frac{\partial f}{\partial x_1}\right|_{\vec{x}=\vec{x}_0}\right)^2 + \left(\Delta x_2 \left.\frac{\partial f}{\partial x_2}\right|_{\vec{x}=\vec{x}_0}\right)^2 + ... + \left(\Delta x_n \left.\frac{\partial f}{\partial x_n}\right|_{\vec{x}=\vec{x}_0}\right)^2 \qquad (14)$$

ECUACIONES DE BATEMAN

Para el caso de una cadena de decaimiento de n eslabones las ecuaciones son:

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$$

$$\frac{dN_3}{dt} = \lambda_2 N_2 - \lambda_3 N_3$$

……………………………………..

$$\frac{dN_{n\text{-}1}}{dt} = \lambda_{n\text{-}2} N_{n-2} - \lambda_{n\text{-}1} N_{n-1}$$

$$\frac{dN_n}{dt} = \lambda_{n\text{-}1} N_{n-1} - \lambda_n N_n$$

Si a t=0, $N_1(0)=N_{10}$
y $N_2(0)= N_3(0)= N_4(0)=.....= N_{n-2}(0)= N_{n-1}(0)= N_n(0)=0$

las soluciones son:

$$N_n(t) = c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 e^{-\lambda_2 t} + c_3 e^{-\lambda_3 t} + ...c_n e^{-\lambda_n t}$$

con $$c_1 = \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2 ... \lambda_{n-1}}{(\lambda_2 - \lambda_1)\cdot(\lambda_3 - \lambda_1)....(\lambda_n - \lambda_1)} N_1(0)$$

$$c_2 = \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2 ... \lambda_{n-1}}{(\lambda_1 - \lambda_2)\cdot(\lambda_3 - \lambda_2)....(\lambda_n - \lambda_2)} N_1(0)$$

....

$$c_n = \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2 ... \lambda_{n-1}}{(\lambda_1 - \lambda_n)\cdot(\lambda_2 - \lambda_n)....(\lambda_{n-1} - \lambda_n)} N_1(0)$$

Si el número de átomos de algún otro de los isótopos fuera diferente de 0 a tiempo cero, se lo resuelve como en el caso anterior y suman a la solución general