

Guía de ejercicios, Termodinámica Estadística.

- 1.- ¿De cuántas maneras diferentes se pueden distribuir en dos cajas?
 - a) cuatro bolas fácilmente distinguibles.
 - b) cuatro bolas indistinguibles.
- 2.- Dadas tres celdas y cinco partículas indistinguibles, encuentre W para.
 - a) $n_1 = 5; n_2 = n_3 = 0$.
 - b) $n_1 = 4; n_2 = 1; n_3 = 0$
 - c) $n_1 = 3; n_2 = 2; n_3 = 0$
 - d) $n_1 = 3; n_2 = n_3 = 1$
 - e) $n_1 = n_2 = 2; n_3 = 1$
- 3.- Suponga que hay tres celdas y $n_1 = 5; n_2 = 3; n_3 = 2$.
 - a) Si $dn_3 = -2$, encuentre dn_1 y dn_2 , suponiendo que N y U permanecen constantes. Encuentre las probabilidades inicial y final.
 - b) Si $dn_2 = 2$, encuentre dn_1 y dn_3 , suponiendo que N y U permanecen constantes. Encuentre las probabilidades inicial y final.Considere: $E_1 = 0; E_2 = 2$ y $E_3 = 4$
- 4.- Dadas dos partículas que pueden ser repartidas en tres celdas, dos con igual energía y la tercera con energía mayor. Usando las estadísticas de Maxwell-Boltzmann, Fermi-Dirac, y Bose-Einstein, compare la probabilidad para:
 - a) $n_1 = 2$ y $n_2 = 0$; b) $n_1 = 1$ y $n_2 = 1$; y c) $n_1 = 0$ y $n_2 = 2$.
- 5.- Clasifique las siguientes partículas de acuerdo a las estadísticas de Fermi-Dirac y de Bose-Einstein:
 - a) Partícula alfa, b) ^3He , c) H_2 , d) Positrón, e) $^6\text{Li}^+$, e) $^7\text{Li}^+$
- 6.- Los niveles de energía de un oscilador, Están dados por:
$$E_a = (a + \frac{1}{2})h\nu, \text{ con } a = 0, 1, 2, \dots$$
Si un sistema que contiene N osciladores independientes, tiene una energía total igual a:
$$U = \frac{1}{2} N h\nu + M h\nu, \text{ donde } M \text{ es un entero}$$
 - a) Determine la probabilidad termodinámica W, del sistema.
 - b) Determine la relación entre la temperatura del sistema y la energía.
- 7.- Determine si es aplicable la estadística de Maxwell-Boltzmann al helio gaseoso a) a 4K y 1 at. b) en condiciones normales de presión y temperatura. Suponga en ambas situaciones comportamiento ideal.
- 8.- Suponga un sistema con N partículas independientes. Cada partícula puede tener sólo dos valores de energía : $-E_0$ y E_0 . Encuentre la probabilidad termodinámica de un estado con energía total $U = M E_0$, con $M = -N, \dots, N$. Derive una expresión para U, C_v y S.

9.- ¿Qué fracción de moléculas de H₂ gaseoso están en el primer estado excitado rotacional a 20K, 100K y 5000K? ¿Cuáles son las fracciones correspondientes para el O₂ gaseoso? ¿Qué fracción de moléculas están en el primer estado vibracional excitado a 20K y 5000K, para el H₂ y el O₂?

	H ₂	O ₂
$\theta_{\text{rot}} / \text{K}$	85	2
$\theta_{\text{vib}} / \text{K}$	6100	2200

10.- La función de partición de un sistema Z_N, se define para una sustancia pura como:

$$Z_N = \frac{(z)^N}{N}$$

Encuentre la definición correspondiente de Z_N para una mezcla de A y B, en términos de Z_A, Z_B, N_A y N_B, de modo que la expresión $S = \ln Z_N + U/T$, sea satisfecha.

b) Demuestre que para esta definición la relación:

$$U = kT^2 \left(\frac{\partial \ln Z_N}{\partial T} \right)$$

es consistente.

c) Demuestre que la expresión :

$$P = kT \left(\frac{\partial \ln Z_N}{\partial T} \right)_T$$

se reduce a la ley de las presiones parciales de Dalton.

11.- Suponga el Ar un gas ideal. Calcule la energía libre de Helmholtz, la energía interna, la entropía y el potencial químico por molécula.

12.- Suponga que E₀ = 0, y que E₀ < E₁ < E₂

- A qué valor se aproxima la función de partición molecular cuando T tiende a infinito.
- Qué efecto produce sobre la función de partición la disminución del espaciamiento entre los niveles de energía.
- Qué efecto produce el doblar el número de partículas N, de un sistema (T constante sobre la función de partición del sistema.

12.- Demuestre que para un cristal monoatómico de Debye, la capacidad calorífica a volumen constante, C_v, puede expresarse con la ecuación:

$$C_v = 9N \left(\frac{T}{\Theta_D} \right)^3 \int_0^{\Theta_D/T} \frac{x^4 e^x}{(e^x - 1)^2} dx = 3N \ddot{D} \left(\Theta_D / T \right)$$

en donde $x = h\nu / kT$.

13.- Usando la definición del problema anterior y la tabla, calcule C_v para el aluminio a 100K. Compare el valor obtenido con el que entrega el modelo de Einstein..

