

**Elementos de Estadística**  
**Control - Viernes 8 de Junio**  
**Forma A**

**Profesores:** Sebastián Court - Julio Deride - Jorge Lemus  
**Ayudantes:** Daniela Soto - Pamela Soto

## 1. Variables Aleatorias

Considere la variable aleatoria discreta dada por:

$$X = \begin{cases} 2 & p_1 \\ 1 & p_2 \end{cases}, \quad p_1 + p_2 = 1, p_1 \geq 0, p_2 \geq 0.$$

- (i) Calcule  $\mathbb{E}(X)$ .
- (ii) Defina la variable aleatoria  $Y = X^2$ . Encuentre los valores posibles que toma  $Y$  y con qué probabilidad lo hace. Calcule  $\mathbb{E}(Y)$ .

## 2. Curvas ROC

Se desea estudiar una evaluación del volumen corpuscular medio (VCM) en el diagnóstico de anemia ferropénica. Se usa como "patrón de oro" la existencia de depósitos de hierro en la médula ósea. Para ello, se obtiene una muestra aleatoria, cuyos resultados se resumen en la tabla (??)

Anemia Ferropénica	Valores VCM
Enfermos(Sin Fe) (n=34)	52, 58, 62, 65, 67, 68, 69, 71, 72, 72, 73, 73, 74, 75, 76, 77, 77, 78, 79, 80, 80, 81, 81, 81, 82, 83, 84, 85, 85, 86, 88, 88, 90, 92
Sanos (Con Fe) (n=66)	60, 66, 68, 69, 71, 71, 73, 74, 74, 74, 76, 77, 77, 77, 77, 78, 78, 79, 79, 80, 80, 81, 81, 81, 82, 82, 83, 83, 83, 83, 83, 83, 84, 84, 84, 84, 85, 85, 86, 86, 86, 87, 88, 88, 88, 89, 89, 89, 90, 90, 91, 91, 92, 93, 93, 93, 94, 94, 94, 94, 96, 97, 98, 100, 103

Cuadro 1: Datos de la muestra

- (a) Calcule los valores de Sensibilidad y (1-Especificidad) para los siguientes valores de corte 80, 85, 92.  
**Indicación:** Recuerde que el nivel de corte es un valor  $c$ , tal que, se diagnostica positivo si  $VCM \leq c$  y negativo si  $VCM > c$ .
- (b) Bosqueje la curva de ROC, utilizando la parte anterior. Debe dibujar 5 puntos.

### 3. Regresión Lineal

Se realiza un experimento para estudiar la relación entre las variables Presión y Temperatura. Definiendo la variable endógena  $y$ , que representa al Presión y la variable exógena  $x$ , que representa la Temperatura, podemos escribir el modelo lineal:

$$y = a + bx + \epsilon.$$

Si se considera mediciones de Presión y Temperatura para 5 individuos, tendremos:

$$y_i = a + bx_i + \epsilon_i, \quad i = 1, \dots, 5$$

en donde supondremos que  $\epsilon_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ ,  $\mathbb{E}(\epsilon_i \epsilon_j) = 0$  si  $i \neq j$ . Considere el siguiente conjunto de valores:

Observación	$x$	$y$
1	20	70
2	25	80
3	30	85
4	40	90
5	50	95

- (a) Encuentre los parámetros  $\hat{a}$  y  $\hat{b}$  del modelo lineal.
- (b) Encuentre las predicciones del modelo lineal  $\hat{y}_i$ ,  $i = 1, \dots, 20$ .
- (c) Grafique en el plano  $XY$ , los valores reales observados  $y_i$  y las estimaciones  $\hat{y}_i$ .