

Elementos de Estadística

Prueba A2 - Sábado 16 de Junio

Profesores: Sebastián Court - Julio Deride - Jorge Lemus

Ayudantes: Daniela Soto - Pamela Soto

Pregunta 1 : Curvas ROC

Considere un test de diagnóstico que puede tomar tres valores: Alto, Medio y Bajo. Los pacientes pueden ser normales (N) o enfermos (E). Se realizó un experimento sobre 100 pacientes y los resultados se resumen en el cuadro:

| Estado Real Valor del Test | Normal(N) | Enfermo(E) |
|-------------------------------|-----------|------------|
| Alto | 30 | 8 |
| Medio | 14 | 12 |
| Bajo | 6 | 30 |

Cuadro 1: Resultados del Test

Calcule la FVP y la FPP en cada uno de los siguientes casos y grafique la curva ROC.

| Valor del Test | Sensibilidad (FVP) | (1-Especificidad) (FPP) |
|-------------------------------|--------------------|-------------------------|
| Siempre Normal | | |
| Alto y Medio: (N) - Bajo: (E) | | |
| Alto: (N) - Medio y Bajo: (E) | | |
| Nunca Normal | | |

Cuadro 2: Sensibilidad y (1-Especificidad)

Pregunta 2 : Regresión Lineal

Se quieren estimar los parámetros A y α en el modelo: $Y = AS^\alpha T^{1-\alpha}$. Se conoce la siguiente muestra con datos para Y , T y S :

| Y | S | T |
|------|-----|-----|
| 1.63 | 1.0 | 2.0 |
| 1.73 | 1.1 | 2.1 |
| 1.68 | 0.9 | 2.2 |
| 1.78 | 1.2 | 2.1 |
| 1.57 | 1.0 | 1.9 |

Cuadro 3: Datos

- (a) Aplique logaritmo natural a la ecuación anterior y defina las variables x e y , de modo que el modelo anterior se escriba de la forma

$$y = a + bx.$$

- (b) Estime los coeficientes a y b .
- (c) Calcule el coeficiente R^2 de la regresión e interprételo.
- (d) A partir de la estimación de la parte (b), estime A y α .

Pregunta 3 : Intervalos de Confianza

Suponga que la temperatura de una cierta reacción química sigue una distribución normal $N(\mu, \sigma^2)$ con media μ desconocida y varianza σ^2 . Se tienen las siguientes observaciones para la temperatura:

30, 25, 27, 31, 22, 30, 33, 26, 29, 35.

- (a) Calcule intervalos de confianza al 90 % y 99 % para la temperatura de la reacción, suponiendo varianza **conocida**, $\sigma^2 = 25$.
- (b) Calcule un intervalo de confianza al 95 % para la temperatura de la reacción, suponiendo varianza **desconocida**.
- (c) Dé una interpretación del intervalo de confianza encontrado en la parte (b).

Pregunta 4 : Test de Hipótesis

La duración promedio de una muestra de 100 ampolletas resulta ser 1570 horas, con una desviación estándar muestral $s = 120$ horas. Si μ es la media de duración real de la ampolleta, realice los siguientes test de hipótesis, a un nivel de significación de 0.05, indicando en cada caso si se rechaza o no la hipótesis nula e interprete qué significaría en cada caso rechazarla o no rechazarla:

- (a) $H_0 : \mu = 1600$
 $H_1 : \mu \neq 1600$
- (b) $H_0 : \mu = 1600$
 $H_1 : \mu < 1600$
- (c) $H_0 : \mu = 1600$
 $H_1 : \mu > 1600$