

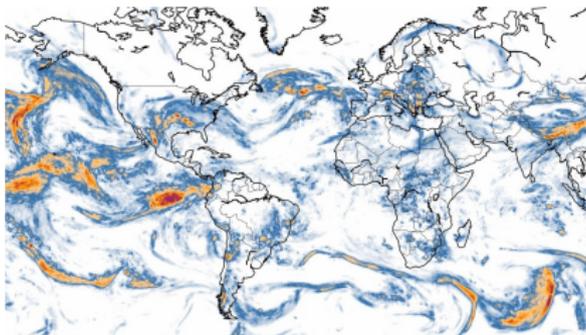
Conjeturas Matemáticas. Clase 5: El problema de los Fluidos

Claudio Muñoz

Escuela de Verano 2023

14 de enero de 2023

Qué es un fluido?

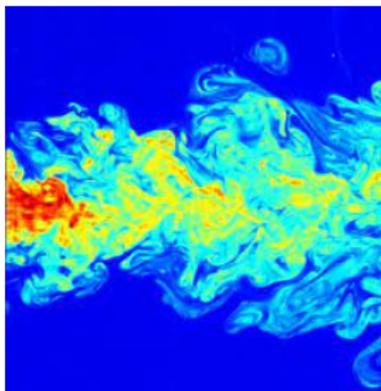


Qué es un fluido? Medio continuo caracterizado por

1. Partículas con atracción débil.
2. Pueden cambiar de forma sin volver a su estado original.
3. Llena (intenta llenar) el recipiente que lo contiene.
4. **Muy difícil de comprimir.**

Muy difícil de comprimir = **incompresible.**

Fluidos y la turbulencia:



Qué caracteriza a un fluido?.

1. **Velocidad:** cada parte del fluido se mueve a cierta velocidad
2. **Incompresibilidad:** no se pueden apretar demasiado.
3. **Presión:** los fluidos ejercen presión.
4. **Viscosidad:** dificultad para fluir (miel, aire).

Número de Reynolds: caracterización muy simple de los fluidos.

$$Re = \frac{vd}{\nu},$$

donde

1. v es una **velocidad característica** del fluido,
2. d es una **distancia característica** del fluido,
3. ν es la **viscosidad**.

Re grande, fluido turbulento; Re pequeño, fluido laminar o tranquilo.

Leyes de Newton: $F = ma$

$$a = \frac{\delta v}{\delta t},$$

Incompresible: densidad constante, no cambia porque no se puede apretar.

$$\delta v \sim 0 \implies m \sim \text{cte.}$$

Presión: diferencias de presión producen fuerzas:

$$F \sim \delta P$$

Viscosidad: ν , proporcional a $\delta \delta v = \text{difusión.}$

Ecuaciones de Navier-Stokes:

$$\partial_t \mathbf{v} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = \nu \Delta \mathbf{v} - \nabla p$$

Son ecuaciones para una velocidad \mathbf{v} y una presión p . Además se cumple

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$$

que viene de la incompresibilidad.

Las ecuaciones de Navier-Stokes modelan un fluido incompresible.

Problemas del Milenio (1 Millón de dólares). Dado un fluido inicial, puedo saber, usando las ecuaciones, cómo se comportará en todo tiempo?

Ejemplo: Un río en un momento, como se comportará después? Explota el agua de un río, de la nada?



Conjetura 2022: Es posible, pero muy raro que explote.

Estado de la conjetura: Nada aún, pero se ha avanzado mucho!

Leray: Hay soluciones que existen para todo tiempo, pero al parecer no son las correctas.

Fujita-Kato: Si el fluido es muy pequeño, entonces no hay problemas

T. Tao: Al parecer puede haber explosión.

FIN del curso