PAUTA AUXILIAR 1

Escuela de Verano
COFM52-1 Física de partículas: Un viaje a la descripción fundamental del universo
Profesor: Luis Mora Lepin
Auxiliar: Bianca Zamora Araya

Auxiliar 1: Aplicando los fundamentos físicos del Modelo Estándar

11 de julio de 2022

Calcule lo que se pide a continuación.
Trabaje utilizando como unidad de medida eV y c, y aplicando prefijos físicos (de ser necesario).

P1. [Einstein y sus ecuaciones]

a) Encuentre una expresión para la energía relativista de un protón cuya masa es m_p y posee momentum de $2m_pc$. Luego evalúe la expresión para obtener un resultado numérico, considerando que la masa de un protón es $\approx 1{,}673 \cdot 10^{-27}\ kg$.

b) Determine la masa invariante de una partícula cuya energía relativista total es $\approx 5000 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{19}\ J$, y que posee un momentum de $\approx 4000 \cdot 5{,}34 \cdot 10^{-28}\ kg\frac{m}{s}$.

P2. [Ondas y de De Broglie]

a) Encuentre la longitud de onda de De Broglie de un gatito de 4 kg que camina a 5 $\frac{m}{s}$.

b) Para observar objetos pequeños, se mide la difracción de las partículas cuya longitud de onda de De Broglie sea similar al tamaño del cuerpo en cuestión. Determine la energía cinética de un electrón que se necesita para observar una molécula orgánica de tamaño 10 nm. Recuerde que la masa del electrón es $\approx 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ kg$.

P3. [Incertidumbre... Heisenberg, ¿qué es lo que realmente sabemos?]

a) Determine la incertidumbre mínima en la energía, de una partícula que viaja a una velocidad aproximada de c y que recorre una distancia de $4{,}5 \cdot 10^{-17}\ m$.

b) Determine la incertidumbre mínima en la posición de un neutrón (considere que su masa es $\approx 1{,}675 \cdot 10^{-27}\ kg$) y de una bola de bowling de 6 kg, que viajan a una velocidad de $1 \cdot 10^{-3}\ \frac{m}{s}$, y responda.

i) ¿A qué otra partícula sería aplicable la aproximación del neutrón? Argumente.

ii) Explique a qué se debe la diferencia entre los resultados para la bola de bowling y para el neutrón.

P_1

P_1

a)

P1 Encontrar expresión para la energía relativista de un protón de

a) masa m_p y momentum $2m_pc$.

Evaluar la expresión para obtener resultado numérico; $m_p \approx 1{,}673 \cdot 10^{-27}$ kg

Usaremos la ecuación sobre la relación de Einstein que establece la energía total relativista: $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$, donde

$$m = m_p \Rightarrow m^2 = m_p^2$$

$$p = 2m_pc \Rightarrow p^2 = (2m_pc)^2 = 4m_p^2c^2$$

luego, $E^2 = (2m_pc)^2c^2 + (m_p)^2c^4$

$= (4m_p^2c^2)c^2 + m_p^2c^4$ ... elevando al cuadrado

$= 4m_p^2c^4 + m_p^2c^4$ ... operando las potencias

$= 5m_p^2c^4$ ... sumando términos semejantes

$\xRightarrow{\sqrt{\ }} E = \sqrt{5m_p^2c^4}$ ... aplicando raíz cuadrada para encontrar E

$= \sqrt{5}\, m_pc^2$ ... aplicando raíz cuadrada

Así, vemos que $E = \sqrt{5}\, m_pc^2$, y es la expresión que buscábamos.

Haciendo análisis dimensional:

$$[E] = [\sqrt{5}] \cdot [m_p] \cdot [c^2]$$

$$= 1 \cdot \left[\frac{eV}{c^2}\right] \cdot [c^2]$$

$$= [eV]$$

Vemos que la expresión es dimensionalmente coherente.

Ahora veamos el valor de la expresión cuando $m_p \approx 1{,}673 \cdot 10^{-27}$ kg.

Como en la relación utilizada $[m_p] = \left[\frac{eV}{c^2}\right]$, debemos hacer la conversión de kg a $\frac{eV}{c^2}$, como sigue:

$$m_p \approx 1{,}673 \cdot 10^{-27} \, [kg]$$

$$= 1{,}673 \cdot 10^{-27} \, \cancel{[kg]}^{1} \cdot \frac{1 \cdot \left[\frac{eV}{c^2}\right]}{1{,}78 \cdot 10^{-36} \, \cancel{[kg]}^{1}}$$

$$= \frac{1{,}673 \cdot 10^{-27}}{1{,}78 \cdot 10^{-36}} \left[\frac{eV}{c^2}\right]$$

$$\approx 0{,}9398 \cdot 10^{9} \left[\frac{eV}{c^2}\right] \quad \ldots \quad \frac{10^{-27}}{10^{-36}} = 10^{-27-(-36)} = 10^{-27+36} = 10^{9}$$

$$\approx 0{,}940 \cdot 10^{9} \left[\frac{eV}{c^2}\right]$$

$$= 940 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{9} \left[\frac{eV}{c^2}\right]$$

$$= 940 \cdot 10^{6} \left[\frac{eV}{c^2}\right] = 940 \left[M\frac{eV}{c^2}\right]$$

Luego, reemplazamos en $E = \sqrt{5}\, m_p c^2$

$$\Rightarrow E = \sqrt{5} \cdot 940 \left[M\frac{eV}{c^2}\right] c^2$$

$$\approx 2101{,}9038 \, [MeV]$$

Que corresponde a la energía relativista para el caso. ▨

P_1

b)

P1 b) Determinar masa invariante de una partícula que posee una energía relativista total de $\approx 5000 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{19}$ [J] y de momentum $\approx 4000 \cdot 5{,}34 \cdot 10^{-28}$ $\left[kg \frac{m}{s}\right]$

Recordemos el significado de los términos en la Relación de Einstein,

$$\underbrace{E^2}_{\text{energía Total relativista}} = \underbrace{p^2}_{\text{momentum}} c^2 + \underbrace{m^2}_{\text{masa invariante}} \underbrace{c^4}_{\text{velocidad de la luz}}$$

Como queremos determinar la masa invariante, debemos despejarla:

$$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$$

$$\Longleftrightarrow p^2c^2 + m^2c^4 = E^2 \qquad / - p^2c^2$$

$$\Longrightarrow m^2c^4 = E^2 - p^2c^2 \qquad / \cdot \frac{1}{c^4}$$

$$\Longrightarrow m^2 = \frac{E^2 - p^2c^2}{c^4}$$

$$\overset{\sqrt{\ }}{\Longrightarrow} m = \sqrt{\frac{E^2 - p^2c^2}{c^4}}$$

Notemos que $[m] = \sqrt{\dfrac{[E^2] - [p^2][c^2]}{[c^4]}}$

$$= \sqrt{\frac{[eV^2] - \left[\frac{eV}{c}\right]^2 \cdot [c^2]}{[c^4]}}$$

$$= \sqrt{\frac{[eV^2] - \left[\frac{eV^2}{c^2}\right] \cdot [c^2]}{[c^4]}}$$

$$= \sqrt{\frac{[eV^2]-[eV^2]}{[c^4]}}$$

$$= \sqrt{\frac{[eV^2]}{[c^4]}}$$ ... pues si restamos dos cantidades de igual dimensión, se mantiene dicha unidad dimensional.

$$= \left[\frac{eV}{c^2}\right]$$

Así, vemos que la expresión es dimensionalmente coherente.

Sabemos que $E = 5000 \cdot \underline{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,[J]}$, pero esta expresión debe poseer unidades de $[eV]$.

Notemos que $\underline{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,[J]} \approx 1\,[eV]$. Luego, $E = 5000\,[eV]$

Es cómodo ver que $E = 5 \cdot 10^3\,[eV] = 5\,[kilo]\,[eV] = 5\,[keV]$

$$\Longrightarrow E^2 = (5 \cdot 10^3\,[eV])^2 = 25 \cdot 10^6\,[eV^2] = 25\,[Mega]\,[eV^2] = 25\,[MeV^2]$$

También sabemos que $p = 4000 \cdot \underline{5{,}34 \cdot 10^{-28} \left[kg \frac{m}{s}\right]}$, pero esta expresión debe tener unidades de $\left[\frac{eV}{c}\right]$.

Notemos que $\underline{5{,}34 \cdot 10^{-28}\left[kg \cdot \frac{m}{s}\right]} \approx 1\left[\frac{eV}{c}\right]$. Luego, $p = 4000\left[\frac{eV}{c}\right]$

Es cómodo ver que $p = 4 \cdot 10^3\left[\frac{eV}{c}\right] = 4\,[kilo]\left[\frac{eV}{c}\right] = 4\left[k\frac{eV}{c}\right]$

$$\Longrightarrow p^2 = \left(4 \cdot 10^3\left[\frac{eV}{c}\right]\right)^2 = 16 \cdot 10^6\left[\frac{eV^2}{c^2}\right] = 16\,[Mega]\left[\frac{eV^2}{c^2}\right] = 16\left[M\frac{eV^2}{c^2}\right].$$

Ahora, podemos reemplazar en nuestra expresión para la masa:

$$m = \sqrt{\frac{E^2 - p^2c^2}{c^4}}$$

Usando que
$E = 5 \cdot 10^3$ [eV]
$p = 4 \cdot 10^3$ $\left[\frac{eV}{c}\right]$

$$\Rightarrow m = \sqrt{\frac{25 \cdot 10^6 \, [eV^2] - 16 \cdot 10^6 \left[\frac{eV^2}{c^2}\right] c^2}{c^4}} \; \ldots$$

$$= \sqrt{\frac{25 \cdot 10^6 \, [eV^2] - 16 \cdot 10^6 \, [eV^2]}{c^4}}$$ ... Simplificando $\frac{1}{c^2} \cdot c^2 = 1$

$$= \sqrt{\frac{9 \cdot 10^6 \, [eV^2]}{c^4}}$$ ... Pues $25 \cdot 10^6 - 16 \cdot 10^6 = (25-16) \cdot 10^6 = 9 \cdot 10^6$

$$= \frac{3 \cdot 10^3 \; [eV]}{c^2}$$ ... Aplicando $\sqrt{\;}$

$$= 3 \cdot 10^3 \left[\frac{eV}{c^2}\right]$$ ... Reordenando

$$= 3 \; [\text{kilo}] \left[\frac{eV}{c^2}\right]$$ ... Reescribiendo

$$= 3 \left[k \frac{eV}{c^2}\right]$$

Así, concluimos que la masa invariante de la partícula bajo las condiciones dadas corresponde a $3 \left[k \frac{eV}{c^2}\right]$. ■

P2

P_2

a)

I)

(usando [eV])

P_2 Encontrar longitud de onda de De Broglie de un gatito de 4 kg que
a) camina a $5\left[\frac{m}{s}\right]$.

La expresión de la Longitud de onda de De Broglie es

$$\lambda = \frac{h}{|\vec{p}|}, \text{ donde } \begin{cases} h \approx 4{,}135 \cdot 10^{-15}\ [eV \cdot s] \text{ (constante de Plank)} \\ p\ \left[\frac{eV}{c}\right] \text{ (momentum)} \end{cases}$$

Y sabemos que $\vec{p} = m \cdot v\ \left[\frac{eV}{c}\right]$.
Calculemos el momentum en $\left[kg\frac{m}{s}\right]$, hagámos la conversión a $\left[\frac{eV}{c}\right]$
y encontremos la longitud de onda pedida.

$$\vec{p} = m \cdot V$$

$$\Rightarrow \vec{p} = 4\,[kg] \cdot 5\left[\frac{m}{s}\right]$$

$$= 20\left[kg\frac{m}{s}\right]$$

Ahora, convirtiendo: $20\left[\cancel{kg\frac{m}{s}}\right]^{1} \cdot \dfrac{1 \cdot \left[\frac{eV}{c}\right]}{5{,}34 \cdot 10^{-28}\left[\cancel{kg\frac{m}{s}}\right]^{1}}$

$$= \frac{20}{5{,}34 \cdot 10^{-28}}\left[\frac{eV}{c}\right]$$

$$\approx 3{,}7453 \cdot 10^{28}\left[\frac{eV}{c}\right]$$

Vemos que $\vec{p} = 3{,}7453 \cdot 10^{28}\left[\frac{eV}{c}\right]$.

Entonces $\lambda = \frac{h}{\vec{p}}$

$$= \frac{4,135 \cdot 10^{-15}\ [eV \cdot s]}{3,7453 \cdot 10^{28}\ \left[\frac{eV}{c}\right]}.$$

Análisis dimensional

metros

$$\approx 1,10405 \cdot 10^{-43}\ [s \cdot c] \quad \therefore \frac{eV \cdot s}{\frac{eV}{c}} = eV \cdot s \cdot \frac{c}{eV} = s \cdot c = s \cdot \frac{m}{s} = m$$

$$= 1,10405 \cdot 10^{-43} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ [m]$$

valor de c

$$= 3,31215 \cdot 10^{-35}\ [m]$$

Notemos que $[s \cdot c] = \left[s \cdot \frac{m}{s}\right] = [m]$ y la longitud de onda posee

velocidad de la luz

metros

unidades dimensionales de longitud (metros); por lo tanto es coherente.

Así, vemos que $\lambda = 3,31215 \cdot 10^{-35}\ [m]$, calculando lo pedido. ■

$(\lambda \approx 3 \cdot 10^{-35}\ [m])$

P2

a)

II)

(usando S.I.)

P2) Encontrar longitud de onda de De Broglie de un gatito de 4 kg que
a) camina a $5\left[\frac{m}{s}\right]$.

La expresión de la Longitud de onda de De Broglie es

$$\lambda = \frac{h}{|\vec{p}|} \quad , \text{ donde } \begin{cases} h \approx 6{,}3 \cdot 10^{-34} \, [J \cdot s] \quad \text{(constante de Plank)} \\ p \left[kg \frac{m}{s}\right] \text{ (momentum)} \end{cases}$$

Notemos que

$$\begin{aligned} \vec{p} &= m \cdot \vec{v} \\ &= 4[kg] \cdot 5\left[\frac{m}{s}\right] \\ &= 20\left[kg\frac{m}{s}\right] \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{6{,}3 \cdot 10^{-34} \, [J \cdot s]}{20\left[kg\frac{m}{s}\right]}$$

$$= 3{,}15 \cdot 10^{-35} [m]$$

Así, vemos que $\lambda = 3{,}15 \cdot 10^{-35}$, calculando lo pedido. ▨

P_2

b)

I)

(usando [eV])

P2 Sabemos que:

b) Medir la difracción de partículas cuya longitud de onda de De Broglie es similar a un cierto objeto pequeño, permite que los observemos.

Determinar energía cinética de un electrón necesaria para observar una molécula orgánica de 10 [nm]. ($m_{electrón} \approx 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg)

Idea:

1) Imponer $\lambda \approx 10$ [nm].

↳ Como queremos utilizar un electrón para medir su difracción y así medir una molécula orgánica de 10 [nm], necesitamos que su longitud de onda sea similar a 10 [nm]. (vale decir $\lambda \approx 10$ [nm]).

2) Obtener expresión para V a partir de longitud de onda de De Broglie.

3) Reemplazar V en fórmula de K.

4) Utilizar los datos y calcular K.

En general,

Sabemos que la longitud de onda de De Broglie se modela como: $\lambda = \frac{h}{|\vec{p}|}$.

También que $\vec{p} = m \cdot \vec{V} \Leftrightarrow |\vec{p}| = m \cdot |\vec{V}|$.

Así, la longitud de onda de De Broglie también se puede expresar de la siguiente forma: $\lambda = \frac{h}{m \cdot |\vec{V}|}$.

Despejando $|\vec{V}|$, $|\vec{V}| = \frac{h}{m \cdot \lambda}$.

Conocemos que la energía cinética es $K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$.

Como $|\vec{V}| = \frac{h}{m \cdot \lambda} \Rightarrow |\vec{V}|^2 = V^2 = \frac{h^2}{m^2 \cdot \lambda^2}$.

Así, $K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{h^2}{m^2 \cdot \lambda^2} \xrightarrow{} K = \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{m\lambda^2}$.

simplificando m

En particular, como trabajamos con un electrón,

$$K = \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{m_e \lambda_e^2}$$

Como $h = 4,135 \cdot 10^{-15}\ [eV \cdot s]$

$$\Rightarrow h^2 = \left(4,135 \cdot 10^{-15}\ [eV \cdot s]\right)^2$$

$$= 4,135^2 \cdot 10^{-30}\ [eV^2 \cdot s^2]$$

Como $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}\ [kg]$

$$\xrightarrow{\text{conversión}} m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}\ \cancelto{1}{[kg]} \cdot \frac{1\ \left[\frac{eV}{c^2}\right]}{1,78 \cdot 10^{-36}\ \cancelto{1}{[kg]}}$$

$$= \frac{9,1}{1,78} \cdot 10^5\ \left[\frac{eV}{c^2}\right]$$

$$= 5,1123 \cdot 10^5\ \left[\frac{eV}{c^2}\right]$$

$$= 0,51123 \cdot 10^6\ \left[\frac{eV}{c^2}\right]$$

$$\approx 0,511 \cdot [Mega] \left[\frac{eV}{c^2}\right]$$

$$= 0,511\ \left[\frac{MeV}{c^2}\right]$$

Y como imponemos $\lambda_e = 10\ [nm] = 10 \cdot 10^{-9}\ [m] = 10^{-8}\ [m]$

$$\Rightarrow \lambda_e^2 = \left(10^{-8}\ [m]\right)^2$$

$$= 10^{-16}\ [m^2]$$

Entonces, $K = \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{m_e \lambda_e^2}$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(4{,}135 \cdot 10^{-15}\,[eV \cdot s]\right)^2}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\,[kg] \cdot \left(10^{-8}\,[m]\right)^2}$$

... usando

$h^2 = 4{,}135^2 \cdot 10^{-30}\,[eV^2 \cdot s^2]$

$m_e = 0{,}511\,\left[M\frac{eV}{c^2}\right]$

$\lambda_e^2 = 10^{-16}\,[m^2]$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{4{,}135^2 \cdot 10^{-30}\,[eV^2 \cdot s^2]}{0{,}511\left[M\frac{eV}{c^2}\right] \cdot 10^{-16}\,[m^2]} = \star$$

... Al calcular, recuerden reemplazar $c = 3 \cdot 10^8\left[\frac{m}{s}\right]$

Notemos que, dimensionalmente se tiene que:

$$[K] = \frac{[eV^2 \cdot s^2]}{\left[M\frac{eV}{c^2} \cdot m^2\right]} = \frac{[eV^2 \cdot s^2]}{M\left[\frac{eV}{c^2} \cdot m^2\right]}$$

$$= M\left[eV^2 \cdot s^2 \cdot \frac{c^2}{eV} \cdot \frac{1}{m^2}\right]$$

$$= M\left[eV^2 \cdot s^2 \cdot c^2 \cdot \frac{1}{eV} \cdot \frac{1}{m^2}\right]$$

$$= M\left[eV^2 \cdot \cancelto{1}{s^2} \cdot \frac{\cancelto{1}{m^2}}{\cancelto{1}{s^2}} \cdot \frac{1}{eV} \cdot \frac{1}{\cancelto{1}{m^2}}\right]$$

$= M[eV]$, lo cual es coherente pues son dimensiones de Energía.

Así, $\star \approx 15057{,}1453\,[MeV] = 0{,}0150571453\,[eV] \approx 0{,}015\,[eV]$.

Vemos que la energía cinética requerida para el electrón en la situación dada es $K = 0{,}015\,[eV]$. ■

P_2

b)

II)

(usando SI)

P2
b) Sabemos que:
Medir la difracción de partículas cuya longitud de onda de De Broglie es similar a un cierto objeto pequeño, permite que los observemos.

Determinar energía cinética de un electrón necesaria para observar una molécula orgánica de 10 [nm]. ($m_{electrón} \approx 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg)

Idea:
1) Imponer $\lambda \approx 10$ [nm].
↳ Como queremos utilizar un electrón para medir su difracción y así medir una molécula orgánica de 10 [nm], necesitamos que su longitud de onda sea similar a 10 [nm]. (vale decir $\lambda \approx 10$ [nm]).
2) Obtener expresión para V a partir de longitud de onda de De Broglie.
3) Reemplazar V en fórmula de K.
4) Utilizar los datos y calcular K.

En general,
Sabemos que la longitud de onda de De Broglie se modela como: $\lambda = \frac{h}{|\vec{P}|}$.

También que $\vec{P} = m \cdot \vec{V} \Leftrightarrow |\vec{P}| = m \cdot |\vec{V}|$.

Así, la longitud de onda de De Broglie también se puede expresar de la siguiente forma: $\lambda = \frac{h}{m \cdot |\vec{V}|}$.

Despejando $|\vec{V}|$, $|\vec{V}| = \frac{h}{m \cdot \lambda}$.

Conocemos que la energía cinética es $K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$.

Como $|\vec{V}| = \frac{h}{m \cdot \lambda} \Rightarrow |\vec{V}|^2 = V^2 = \frac{h^2}{m^2 \cdot \lambda^2}$.

Así, $K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{h^2}{m^2 \cdot \lambda^2} \Longrightarrow K = \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{m\lambda^2}$.

simplificando m

En particular, como trabajamos con un electrón,

$$K = \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{m_e \lambda_e^2}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(6{,}63 \cdot 10^{-34}\ [J \cdot s]\right)^2}{\left(9{,}1 \cdot 10^{-31}\ [kg]\right) \cdot \left(10^{-8}\ [m]\right)^2}$$

$$= 2{,}4 \cdot 10^{-21}\ [J]$$

Haciendo la conversión de unidades de medida

$$= 2{,}4 \cdot 10^{-21}\ \cancel{[J]}^{\,1} \cdot \frac{1\ [eV]}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \cancel{[J]}^{\,1}}$$

$$= \frac{2{,}4 \cdot 10^{-21}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}}\ [eV]$$

$$= 0{,}015\ [eV]$$

Vemos que la energía cinética requerida para el electrón en la situación dada es $K = 0{,}015\ [eV]$. $\blacksquare$

P3

P_3

a)

P3

a) Determinar incertidumbre mínima en la energía de una partícula que viaja a una velocidad aproximada de c y que recorre una distancia de $4{,}5 \cdot 10^{-17}$ [m].

Sabemos que la expresión que relaciona la incertidumbre con la energía corresponde a $\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{4\pi}$.

$$\Leftrightarrow \Delta E \geq \frac{h}{4\pi} \cdot \frac{1}{\Delta t} \quad \star$$

También sabemos que $\text{velocidad} = \frac{\text{distancia}}{\Delta \text{tiempo}}$.

En este caso, $c = \frac{4{,}5 \cdot 10^{-17}\,[m]}{\Delta t}$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot 10^{8} \left[\frac{m}{s}\right] = \frac{4{,}5 \cdot 10^{-17}\,[m]}{\Delta t}$$

$$\Longrightarrow \Delta t = \frac{4{,}5 \cdot 10^{-17}}{3 \cdot 10^{8}}\,[s]$$

$$= 1{,}5 \cdot 10^{-25}\,[s]$$

Luego, al reemplazar en $\star$ $\begin{cases} \Delta t = 1{,}5 \cdot 10^{-25}\,[s] \\ h = 6{,}3 \cdot 10^{-34}\,[J] \end{cases}$

$$\Rightarrow \Delta E \geq \frac{6{,}3 \cdot 10^{-34}\,[J \cdot s]}{4\pi} \cdot \frac{1}{1{,}5 \cdot 10^{-25}\,[s]}$$

$$\approx 3{,}3422 \cdot 10^{-10}\,[J]$$

$$\approx 2086300752\,[eV]$$

$$= 2{,}086300752 \cdot 10^{9}\,[eV] \approx 2\,[GeV]$$

O bien, alternativamente, si usamos $\begin{cases} \Delta t = 1{,}5 \cdot 10^{-25}\,[s] \\ h = 4{,}135 \cdot 10^{-5}\,[eV \cdot s] \end{cases}$ en $\star$:

$$\Rightarrow \Delta E \geq \frac{4{,}135 \cdot 10^{-15}\,[eV \cdot s]}{4\pi} \cdot \frac{1}{1{,}5 \cdot 10^{-25}\,[s]}$$

$$\approx 2193685632\,[eV]$$

$$= 2{,}193685632 \cdot 10^{9}\,[eV] \approx 2\,[GeV]$$

Así, la incertidumbre mínima en la energía es $2\,[GeV]$. $\blacksquare$

P_3

b)

P3 Determinar la incertidumbre en la posición de un neutrón
b) ($m_n \approx 1,675 \cdot 10^{-27}$ kg) y de una bola de bowling de 6 [kg] que viajan con velocidad $10^{-3} \left[\frac{m}{s}\right]$.

Sabemos que la expresión que relaciona la incertidumbre con la posición corresponde a $\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$.

$$\Leftrightarrow \Delta x \geq \frac{h}{4\pi} \cdot \frac{1}{\Delta p}$$

Y sabemos que $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$. Así:

$$\underline{\vec{p}_{neutrón}} = 1,675 \cdot 10^{-27} [kg] \cdot 10^{-3} \left[\frac{m}{s}\right]$$

$$= 1,675 \cdot 10^{-30} \left[kg \frac{m}{s}\right]$$

$$= 1,675 \cdot 10^{-30} \left[kg \frac{m}{s}\right] \cdot \frac{1 \left[\frac{eV}{c}\right]}{5,34 \cdot 10^{-28} \left[kg \frac{m}{s}\right]}$$

$$= 0,3136 \cdot 10^{-2} \left[\frac{eV}{c}\right]$$

$$\underline{\vec{p}_{bowling}} = 6 [kg] \cdot 10^{-3} \left[\frac{m}{s}\right]$$

$$= 0,006 \left[kg \frac{m}{s}\right]$$

$$= 0,006 \left[kg \frac{m}{s}\right] \cdot \frac{1 \left[\frac{eV}{c}\right]}{5,34 \cdot 10^{-28} \left[kg \frac{m}{s}\right]}$$

$$= 1,1235 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{28} \left[\frac{eV}{c}\right] = 1,1235 \cdot 10^{25} \left[\frac{eV}{c}\right]$$

Luego,

Neutrón |

$$\Delta X \geq \frac{h}{4\pi} \cdot \frac{1}{\Delta P_{neutrón}}$$

$$\Longrightarrow \Delta X \geq \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} [J \cdot s]}{4\pi} \cdot \frac{1}{1{,}675 \cdot 10^{-30} \left[kg \frac{m}{s}\right]}$$

$$= 3{,}1498 \cdot 10^{-5} \ [m]$$

$$\approx 0{,}003 \ [cm]$$

Bowling |

$$\Delta X \geq \frac{h}{4\pi} \cdot \frac{1}{\Delta P_{bowling}}$$

$$\Longrightarrow \Delta X \geq \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} [J \cdot s]}{4\pi} \cdot \frac{1}{0{,}006 \left[kg \frac{m}{s}\right]}$$

$$= 8{,}7933 \cdot 10^{-33} \ [m]$$

Así, la incertidumbre sobre las posiciones del neutrón y de la bola de Bowling son $0{,}003$ [cm] y $8{,}7933 \cdot 10^{-33}$ [m], respectivamente, calculando lo pedido. ■

P3 Responder:

b) i) ¿A qué otra partícula sería aplicable la aproximación del Neutrón? Explique.

La aproximación del Neutrón sería aplicable a un protón que viaje a $10^{-3}\left[\frac{m}{s}\right]$, pues $m_{protón} \approx m_{neutrón}$

$$\Longleftrightarrow 1{,}673 \cdot 10^{-27}\ kg \approx 1{,}675 \cdot 10^{-27}\ kg$$

(tienen masas similares)

Por lo tanto, sus momentums también serían similares y, en consecuencia, la incertidumbre entre sus posiciones igual.

P3 Responder:

b) ii) Explicar a qué se debe la diferencia entre resultados para la bola de bowling y para el neutrón.

Vemos que, a diferencia de la incertidumbre sobre la posición del neutrón, la incertidumbre sobre la posición de la bola de bowling es enormemente pequeña (podríamos decir despreciable).

Esto ocurre porque las condiciones impuestas por el principio de Incertidumbre no son percibibles a una escala macroscópica (como la bola de bowling).

HEMOS TERMINADO

Cualquier consulta la puedes realizar en el foro del curso, para que podamos discutirlo entre todos y todas

(o bien a mi correo bianca.zamora@ug.uchile.cl)