

Trigonometría

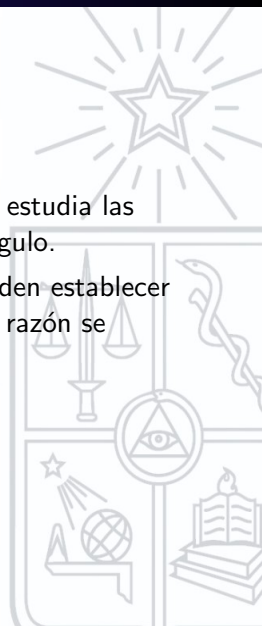
Sebastián Espinosa

Escuela de Verano
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas

Clase 1
Motivación

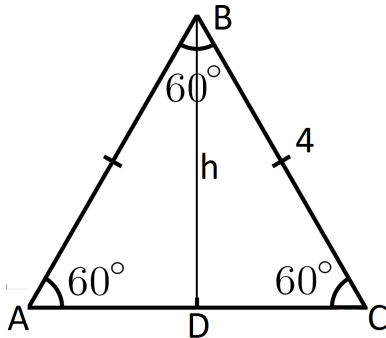
¿Qué es la Trigonometría?

- Corresponde a la rama de las matemáticas que estudia las relaciones entre los ángulos y lados de un triángulo.
- En particular, en el triángulo rectángulo se pueden establecer razones con respecto a los lados, cuyo valor de razón se conocerá como **razón trigonométrica**.



Ejemplo Introdutorio

Consideremos un triángulo equilátero ABC de longitud 4 y se traza una altura h desde B .

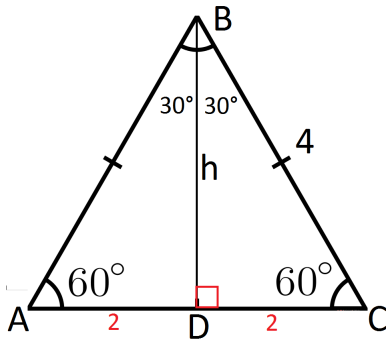


¿Cuánto es $\frac{DC}{BC}$? ¿Cuánto es $\frac{h}{DC}$?



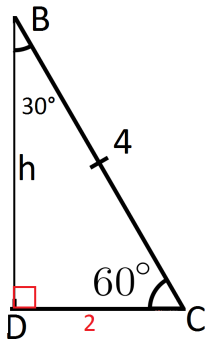
Ejemplo Introductorio

Conocemos la propiedad emblemática del triángulo equilátero: la altura coincide con la bisectriz, con su simetral y con su transversal de gravedad. Por lo que se puede dibujar de la siguiente manera



Ejemplo Introdutorio

Esto significa que $\overline{DC} = 2$, con lo que $\frac{\overline{DC}}{\overline{BC}} = \frac{1}{2}$. Para calcular h , podemos usar el muy conocido Teorema de Pitágoras, notemos que tenemos un triángulo rectángulo contenido en el triángulo equilátero.



Ejemplo Introdutorio

Aplicando el Teorema de Pitágoras nos dice que

$$h^2 + \overline{DC}^2 = \overline{BC}^2 \quad (1)$$

que es lo mismo que

$$h^2 + 2^2 = 4^2$$

$$\Leftrightarrow h^2 = 16 - 4$$

$$\Leftrightarrow h = \sqrt{12}$$

$$\Leftrightarrow h = \sqrt{4 \cdot 3}$$

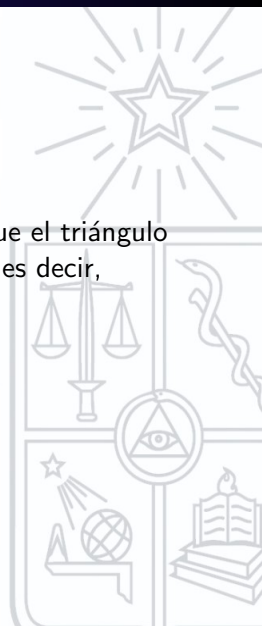
$$\Leftrightarrow h = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow h = 2\sqrt{3}$$



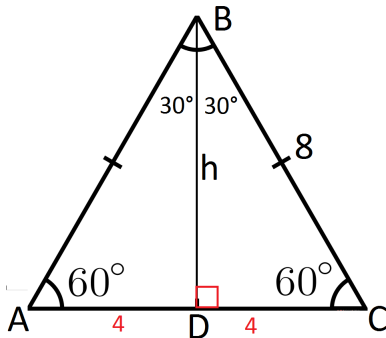
Ejemplo Introdutorio

Finalmente $\frac{h}{DC} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$. Supongamos ahora que el triángulo equilátero mide 8 y realicemos los mismos cálculos, es decir, ¿Cuánto es $\frac{DC}{BC}$? ¿Cuánto es $\frac{h}{DC}$?



Ejemplo Introdutorio

Nuevamente trazamos la altura

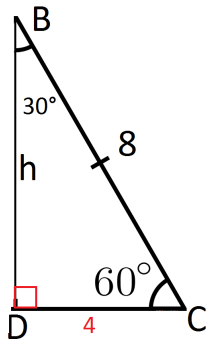


Esto significa que $\overline{DC} = 4$, con lo que $\frac{\overline{DC}}{\overline{BC}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.



Ejemplo Introdutorio

Para calcular h , nuevamente usamos el Teorema de Pitágoras.



Ejemplo Introdutorio

Aplicando el Teorema de Pitágoras nos dice que

$$h^2 + \overline{DC}^2 = \overline{BC}^2 \quad (3)$$

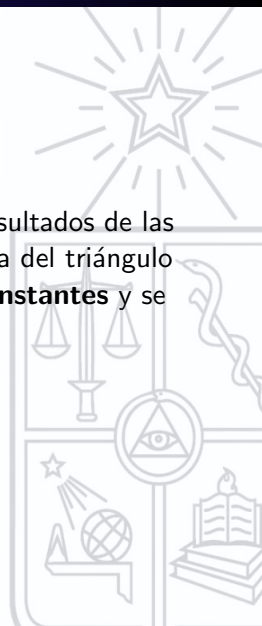
que es lo mismo que

$$\begin{aligned} h^2 + 4^2 &= 8^2 \\ \Leftrightarrow h^2 &= 64 - 16 \\ \Leftrightarrow h &= \sqrt{48} \\ \Leftrightarrow h &= \sqrt{16 \cdot 3} \\ \Leftrightarrow h &= \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} \\ \Leftrightarrow h &= 4\sqrt{3} \end{aligned}$$



Ejemplo Introdutorio

Finalmente $\frac{h}{DC} = \frac{4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$. ¿Qué ocurrió? Los resultados de las razones son las mismas **independiente** de la medida del triángulo equilátero. Estas razones corresponden a valores **constantes** y se llaman **razones trigonométricas**



Preguntas por contestar

- ¿Cuántas razones trigonométricas existen?
- ¿Cómo se calculan?
- Conociendo una razón trigonométrica, ¿Puedo calcular los lados de un triángulo rectángulo? ¿Puedo calcular los lados de un triángulo cualquiera? ¿Puedo obtener los ángulos interiores de este triángulo?

Estas preguntas se irán abordando a lo largo del curso. No olvidar que **una razón trigonométrica es una relación entre los lados de un triángulo rectángulo y sus ángulos interiores.**

