Trigonometría

Sebastián Espinosa

Escuela de Verano
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas

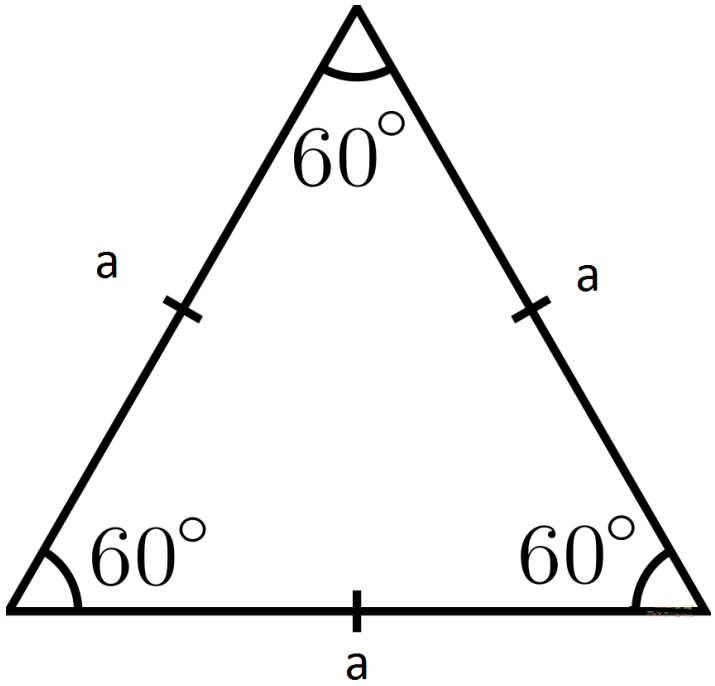
Clase 3
Ángulos Notables

Introducción

En esta parte del curso veremos como calcular las funciones trigonométricas para ángulos específicos. Más precisamente, cómo deducir las funciones trigonométricas para los ángulos $30°, 45°$ y $60°$

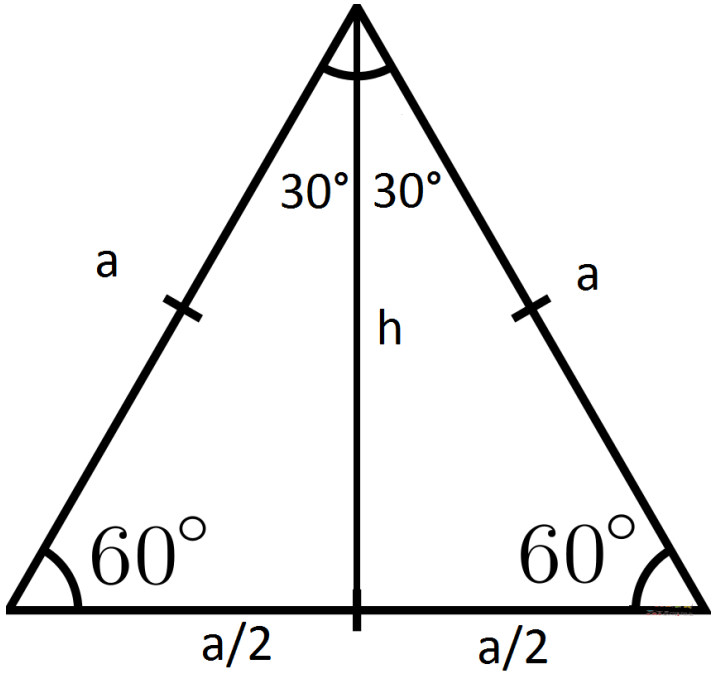
Triángulo Equilátero

Consideremos un triángulo equilátero de lado a



Si le trazamos una altura h, sabemos que coincide con la transversal de gravedad, con la simetral y con la bisectriz. Luego tenemos lo siguiente

Triángulo Equilátero



¿Cuánto es h? Por el Teorema de Pitágoras sabemos que

Triángulo Equilátero

$$h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2$$

$$h^2 + \frac{a^2}{4} = a^2$$

$$h^2 = a^2 - \frac{a^2}{4}$$

$$h^2 = \frac{4a^2}{4} - \frac{a^2}{4}$$

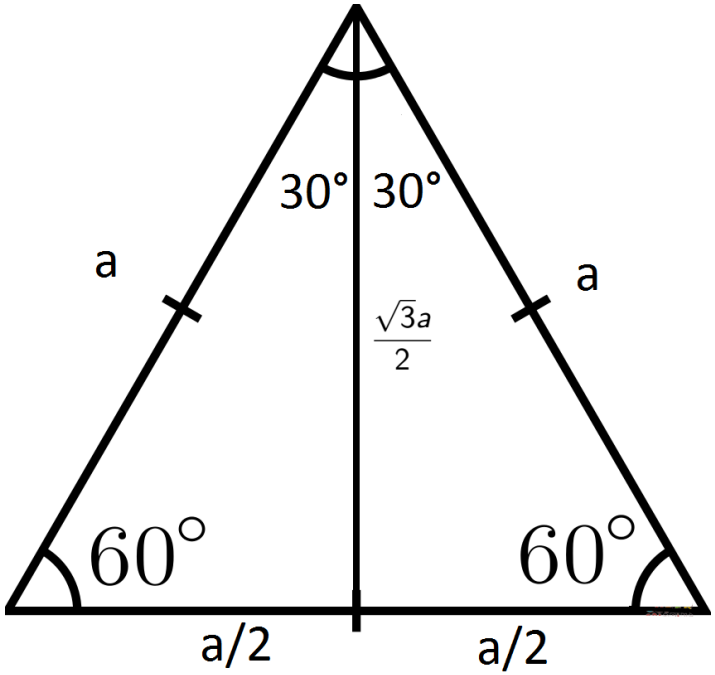
$$h^2 = \frac{3a^2}{4}$$

$$h = \sqrt{\frac{3a^2}{4}}$$

$$h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$$

es decir las figura nos queda como

Triángulo Equilátero



Entonces ¿Cuánto es $\text{sen}(30°), \cos(30°), \tan(30°), \text{sen}(60°), \cos(60°), \tan(60°)$?

Funciones Trigonométricas de 30° y 60°

Veamos que

$$\text{sen}(30°) = \frac{\frac{a}{2}}{a} = \frac{\not{a}}{2} \cdot \frac{1}{\not{a}} = \frac{1}{2}$$

$$\cos(30°) = \frac{\frac{\sqrt{3}a}{2}}{a} = \frac{\sqrt{3}\not{a}}{2} \cdot \frac{1}{\not{a}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan(30°) = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{\sqrt{3}a}{2}} = \frac{a}{\not{2}} \cdot \frac{\not{2}}{\sqrt{3}\not{a}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{sen}(60°) = \frac{\frac{\sqrt{3}a}{2}}{a} = \frac{\sqrt{3}\not{a}}{2} \cdot \frac{1}{\not{a}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

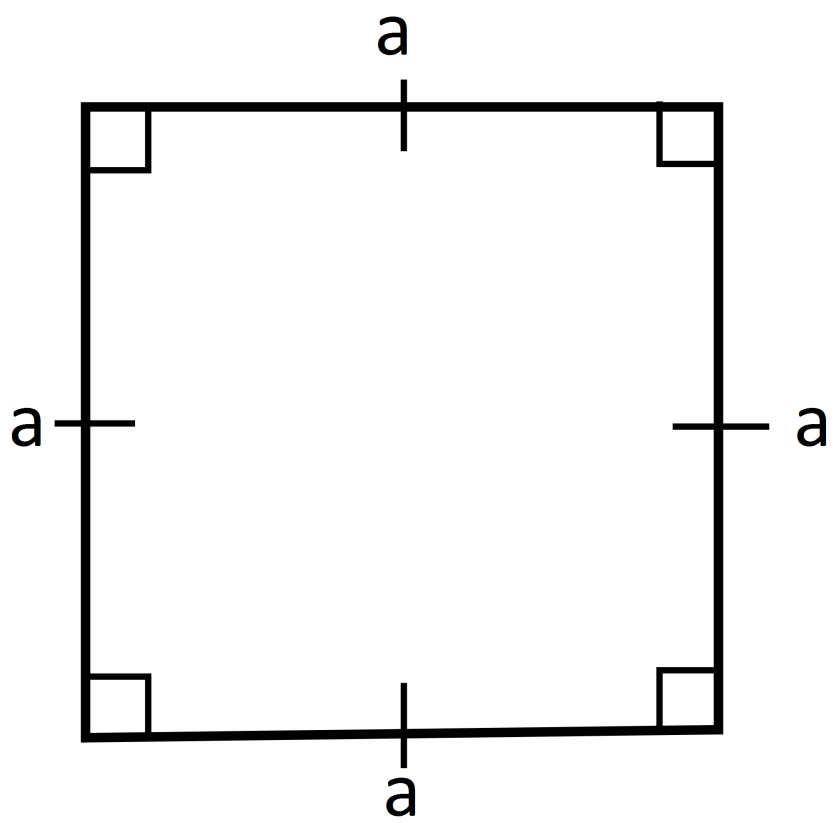
$$\cos(60°) = \frac{\frac{a}{2}}{a} = \frac{\not{a}}{2} \cdot \frac{1}{\not{a}} = \frac{1}{2}$$

$$\tan(60°) = \frac{\frac{\sqrt{3}a}{2}}{\frac{a}{2}} = \frac{\sqrt{3}\not{a}}{\not{2}} \cdot \frac{\not{2}}{\not{a}} = \sqrt{3}$$

Verifiquen que eso vale en sus calculadoras!

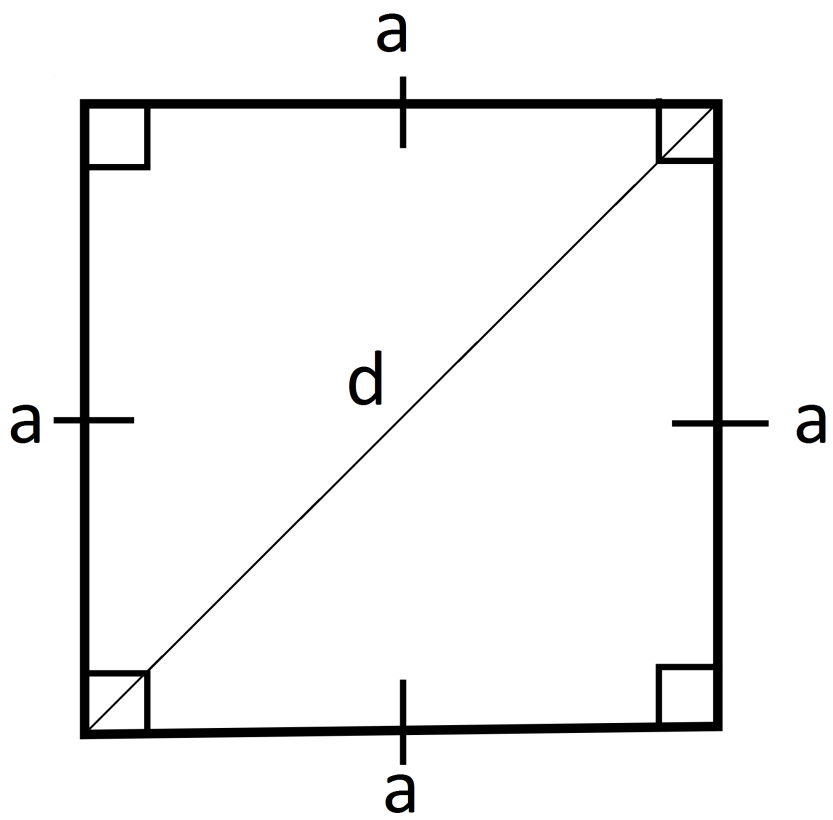
Cuadrado

Consideremos un cuadrado de lado a



Si le trazamos una diagonal d, sabemos que bisecta el ángulo de 90° obteniendo lo siguiente.

Cuadrado



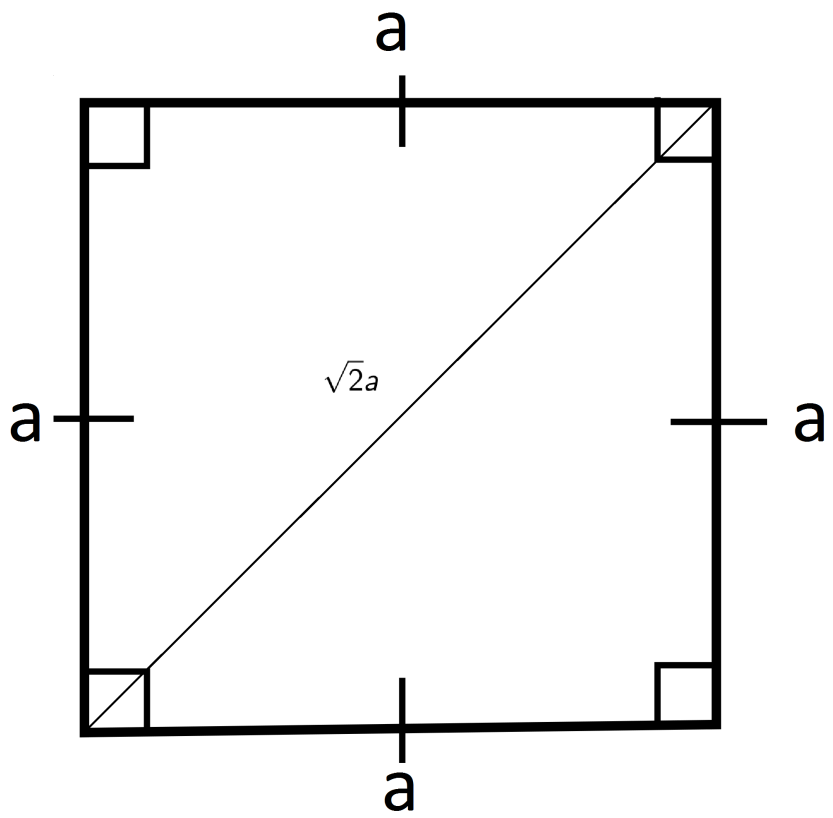
La diagonal d vale, por Teorema de Pitágoras

Cuadrado

$$a^2 + a^2 = d^2$$
$$2a^2 = d^2$$
$$\sqrt{2a^2} = d$$
$$\sqrt{2}a = d$$

es decir las figura nos queda como

Cuadrado



Entonces ¿Cuánto es $\text{sen}(45°), \cos(45°), \tan(45°)$?

Funciones Trigonométricas de 45°

Veamos que

$$\text{sen}(45^\circ) = \frac{\cancel{a}}{\sqrt{2}\cancel{a}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos(45^\circ) = \frac{\cancel{a}}{\sqrt{2}\cancel{a}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan(45^\circ) = \frac{a}{a} = 1$$

Verifiquen que eso vale en sus calculadoras!

Tabla resumen de funciones trigonométricas de ángulos notables

x° (grados)	$\text{sen}(x)$	$\cos(x)$	$\tan(x)$
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

Preguntas por resolver

- ¿Cómo obtener sen$(0°)$?
- ¿Cómo obtener las funciones trigonométricas de otros ángulos?
- ¿Por qué sen$(30°) = \cos(60°)$? ¿Es coincidencia, o se esconde alguna propiedad detrás?

Estas preguntas las resolveremos en la cuarta clase del curso, mediante identidades trigonométricas, donde nos permite establecer propiedades interesantes que existen entre las funciones trigonométricas y los ángulos