Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Escuela de Verano 2021
Taller de Trigonometría

Evaluación Diagnóstica 1

Profesor: Sebastián Espinosa
Auxiliar: Valeria Arratia

1 Ejercicios

P1. Obtenga el valor de $\operatorname{sen}(0°), \cos(0°), \operatorname{sen}(90°), \cos(90°), \operatorname{sen}(15°), \cos(15°)$ a partir de las identidades trigonométricas y las funciones trigonométricas de los ángulos notables 30°, 45° o 60°. (Notar que tanto 0° como 15° y 90° **no** son ángulos notables, por lo que requieren ser calculados de manera explícita).
Solución:

- $\operatorname{sen}(0°) = \operatorname{sen}(30° - 30°) = \operatorname{sen}(30°)\cos(30°) - \cos(30°)\operatorname{sen}(30°) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4} = 0$
- $\cos(0°) = \cos(30° - 30°) = \cos(30°)\cos(30°) + \operatorname{sen}(30°)\operatorname{sen}(30°) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$
- $\operatorname{sen}(90°) = \operatorname{sen}(45° + 45°) = \operatorname{sen}(45°)\cos(45°) + \cos(45°)\operatorname{sen}(45°) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$
- $\cos(90°) = \cos(45° + 45°) = \cos(45°)\cos(45°) - \operatorname{sen}(45°)\operatorname{sen}(45°) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$
- $\operatorname{sen}(15°) = \operatorname{sen}(45° - 30°) = \operatorname{sen}(45°)\cos(30°) - \cos(45°)\operatorname{sen}(30°) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4}$
- $\cos(15°) = \cos(45° - 30°) = \cos(45°)\cos(30°) + \operatorname{sen}(45°)\operatorname{sen}(30°) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4}$

P2. Suponga que usted quiere calcular la altura de un edificio. Sabe que está a 40 metros de distancia de éste y además que, desde donde usted está parado, hay un ángulo de elevación de 56° con respecto a la parte más alta del edificio. Después usted avanza una cantidad x de metros en dirección al edificio, de tal manera que ahora observa el edificio con un ángulo de elevación de 60°.

a) Describa cómo calcularía la altura del edificio con esta información. Si necesita el valor de una función trigonométrica puede utilizar una calculadora e indicar su valor aproximado.

b) Indique el valor de x, es decir, la distancia que caminó de tal manera que ahora observa la parte más alta del edificio con un ángulo de elevación de 60°.

Solución:

a) Una manera de sacar la altura sería usando la función trigonométrica tangente ya que $\tan(56°) = \frac{\text{altura de edificio}}{40m}$, con esto reordenando se tiene la altura del edificio que es $\tan(56°) \cdot 40 \approx 59,3m$.

b) Al observar la parte más alta del edificio con un ángulo de 60°, notamos que $\tan(60°) = \frac{\text{altura de edificio}}{\text{distancia al edificio}}$, reordenando y observando que 60° es un ángulo notable, tenemos que distancia al edificio $= \frac{\text{altura de edificio}}{\tan(60°)} \approx \frac{59,3m}{\sqrt{3}} \approx 34,2m$. Finalmente la distancia recorrida se calcula como $x + 34,2m \approx 40m$, es decir, $x \approx 40 - 34,2 = 5,8m$

P3. Usando solamente las identidades vistas en clases demuestre la siguiente identidad trigonométrica (si ocupa alguna identidad adicional debe demostrarla):

$$\sec^2(\alpha) - \tan^2(\alpha) + \operatorname{sen}(\alpha + \beta) + \operatorname{sen}(\alpha - \beta) = 1 + 2\operatorname{sen}(\alpha)\cos(\beta)$$

Solución:

$$
\begin{aligned}
\sec^2(\alpha)-\tan^2(\alpha)+\operatorname{sen}(\alpha+\beta)+\operatorname{sen}(\alpha-\beta) &= \frac{1}{\cos^2(\alpha)}-\frac{\operatorname{sen}^2(\alpha)}{\cos^2(\alpha)}+\operatorname{sen}(\alpha+\beta)+\operatorname{sen}(\alpha-\beta)\text{/Definición secante y tangente}\\
&= \frac{1-\operatorname{sen}^2(\alpha)}{\cos^2(\alpha)}+\operatorname{sen}(\alpha+\beta)+\operatorname{sen}(\alpha-\beta)\\
&= \frac{\cos^2(\alpha)}{\cos^2(\alpha)}+\operatorname{sen}(\alpha+\beta)+\operatorname{sen}(\alpha-\beta)\quad\text{/Identidad fundamental}\\
&= 1+\operatorname{sen}(\alpha+\beta)+\operatorname{sen}(\alpha-\beta)\\
&= 1+\operatorname{sen}(\alpha)\cos(\beta)+\cos(\alpha)\operatorname{sen}(\beta)+\operatorname{sen}(\alpha-\beta)\quad\text{/Identidad de la suma}\\
&= 1+\operatorname{sen}(\alpha)\cos(\beta)+\cos(\alpha)\operatorname{sen}(\beta)+\operatorname{sen}(\alpha)\cos(\beta)-\cos(\alpha)\operatorname{sen}(\beta)\\
&\ \text{/Identidad de la resta}\\
&= 1+\operatorname{sen}(\alpha)\cos(\beta)+\operatorname{sen}(\alpha)\cos(\beta)\quad\text{/cancelación términos opuestos}\\
&= 1+2\operatorname{sen}(\alpha)\cos(\beta)
\end{aligned} \tag{1}
$$