

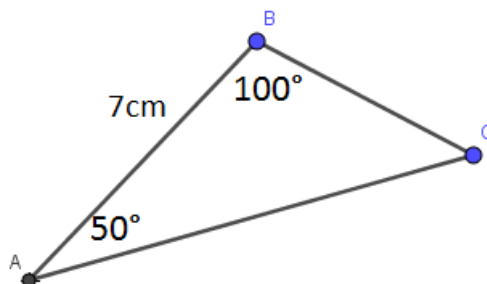
Pauta Evaluación Diagnóstica 2

Profesor: Sebastián Espinosa

Auxiliar: Valeria Arratia

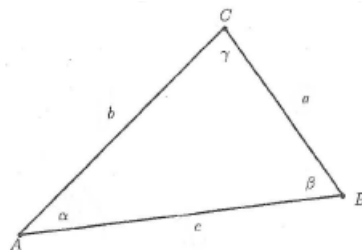
1 Ejercicios

- P1.** En la figura, obtenga el valor del segmento $\overline{BC}$ sabiendo que, $\overline{AB} = 7\text{cm}$, $\angle BAC = 50^\circ$, $\angle ABC = 100^\circ$ y $\sin(50^\circ) = 0,766$. Observación: El triángulo ABC no es rectángulo.



Solución: Primero notemos que $\angle BCA = 30^\circ$. Ocupando el Teorema del seno tenemos que $\frac{\overline{BC}}{\sin(50^\circ)} = \frac{7}{\sin(30^\circ)}$, reordenando y además notando que $\sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$, tenemos que $\overline{BC} = \sin(50^\circ) \cdot \frac{7}{\frac{1}{2}} = 0,766 \cdot 14 = 10,724$

- P2.** Considere un triángulo cualquiera de lados a, b, c y ángulos α, β, γ como en la figura siguiente



Demuestre que si $\alpha = 2\beta$, entonces $a^2 = b(c + b)$. Para esto siga los siguientes pasos:

- Ocupe el Teorema del coseno para el lado a y usando el ángulo 2β , además use el hecho que $\cos(2\beta) = 2\cos^2(\beta) - 1$. Con esto debe llegar a que $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc(2\cos^2(\beta) - 1)$.
- Ocupe el Teorema del seno con los lados a y b y ángulos 2β y β , use el hecho que $\sin(2\beta) = 2\sin(\beta)\cos(\beta)$. Deduzca que $\cos(\beta) = \frac{a}{2b}$.
- Finalmente reemplace lo obtenido el resultado obtenido en (ii) en (i), simplifique mediante uso del álgebra lo que más pueda y obtenga el resultado pedido ($a^2 = b(c + b)$).

Solución:

- Ocupando el Teorema el coseno tenemos que $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos(\alpha) = b^2 + c^2 - 2bc\cos(2\beta)$. Siguiendo la indicación tenemos que $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc(2\cos^2(\beta) - 1)$
- El teorema del seno nos dice que $\frac{\sin(\alpha)}{a} = \frac{\sin(\beta)}{b} \Rightarrow \frac{\sin(2\beta)}{a} = \frac{\sin(\beta)}{b}$. Usando la indicación tenemos que $\frac{2\sin(\beta)\cos(\beta)}{a} = \frac{\sin(\beta)}{b}$. Simplificando los $\sin(\beta)$ y reordenando concluimos que $\frac{2\cos(\beta)}{a} = \frac{1}{b} \Rightarrow \cos(\beta) = \frac{a}{2b}$

iii) Reemplazando lo obtenido en (ii) en (i) y simplificando tenemos que:

$$\begin{aligned}
 a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \left(2 \left(\frac{a}{2b} \right)^2 - 1 \right) \\
 a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \left(\frac{a^2}{2b^2} - 1 \right) \\
 a^2 &= b^2 + c^2 - \frac{a^2 c}{b} + 2bc \\
 a^2 + \frac{a^2 c}{b} &= b^2 + c^2 + 2bc \\
 a^2 + \frac{a^2 c}{b} &= (b + c)^2 \\
 a^2 \left(1 + \frac{c}{b} \right) &= (b + c)^2 \\
 a^2 \left(\frac{b + c}{b} \right) &= (b + c)^2 \\
 a^2 &= (b + c)^2 \cdot \frac{b}{(b + c)} \\
 a^2 &= (b + c) \cdot b
 \end{aligned} \tag{1}$$