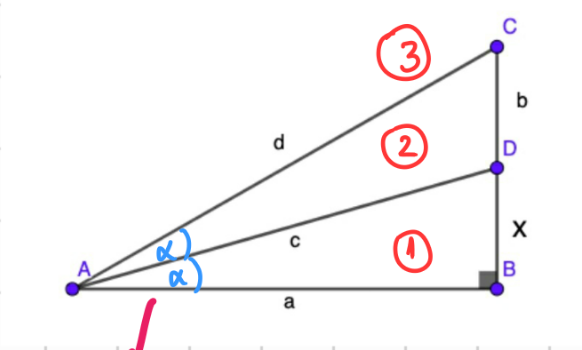
Pauta Auxiliar 3

P1



- Ámbos ángulos son iguales porque $\overline{AD}$ es bisectriz. Por mientras le asigno un valor α auxiliar
  ʘ.ʘ : α no puede quedar en el resultado final porque NO es un dato del enunciado.

- Podemos encontrar una expresión para x usando trigonometría en el triángulo 1

(1) $\operatorname{sen}(\alpha) = \dfrac{x}{c}$ (2) $\cos(\alpha) = \dfrac{a}{c}$

Tenemos que encontrar una expresión para $\operatorname{sen}(\alpha)$ porque α no puede quedar en el resultado.

- Podemos usar trigonometría en el triángulo 3 (ABC)

(3) $\operatorname{sen}(2\alpha) = \dfrac{b+x}{d} = b + x$ ($d = 1$ por enunciado)

- En el Auxiliar 2 demostramos:

(4) $\operatorname{Sen}(2\alpha) = 2\operatorname{sen}(\alpha)\cos(\alpha)$

Por lo tanto, podemos reemplazar (1) y (2) en (4)

Entonces

$$\Rightarrow \underbrace{\operatorname{sen}(2\alpha) = 2 \cdot \frac{x}{c} \cdot \frac{a}{c} = \frac{2ax}{c^2}}$$

Podemos reemplazarlo en (3) !!!

$$\Rightarrow \frac{2ax}{c^2} = b + x$$

$$\Rightarrow \frac{2ax}{c^2} - x = b$$

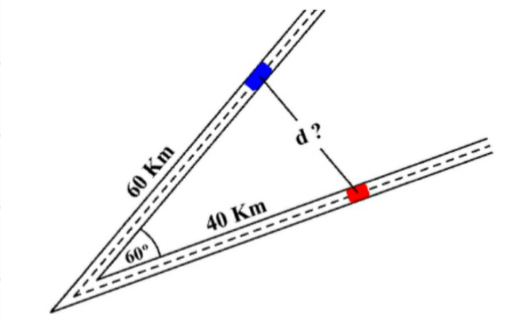
$$\Rightarrow x\left(\frac{2a}{c^2} - 1\right) = b$$

$$\Rightarrow x = \frac{b}{\left(\frac{2a}{c^2} - 1\right)} = \frac{bc^2}{2a - c^2}$$

$$\boxed{x = \frac{bc^2}{2a - c^2}}$$

uwu

P2)



Fijarse que tengo 2 lados y 1 solo ángulo

¡Puedo usar el Teorema del Coseno!

Teo. Coseno: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\alpha)$

$\hookrightarrow$ ángulo opuesto al lado a

- Reemplazando los valores en el Teorema:

$$d^2 = (60\ Km)^2 + (40\ Km)^2 - 2 \cdot 40 Km \cdot 60 Km \cdot \cos(60°)$$

$$d^2 = 3600\ Km^2 + 1600\ Km^2 - 4800\ Km^2 \cdot \frac{1}{2}$$

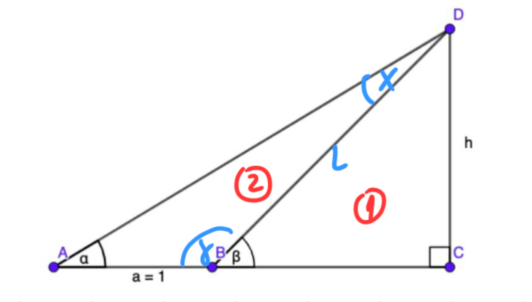
$$d^2 = 2800\ Km^2$$

$$d = \sqrt{2800\ Km^2}$$

$$d \approx 52{,}92\ Km \approx 53\ Km$$

$$\Rightarrow \quad d \approx 53\ Km$$

P3)



- Asignamos valores a los ángulos x, γ y al lado L ya que nos servirán para después. (Recordar que no podemos asumirlos conocidos y debemos dejarlos en función de los ángulos y lados que nos dan por enunciado)

- Podemos formar una expresión donde esté h a partir triángulo 1

$$(\star) \quad \operatorname{sen}(\beta) = \frac{h}{L}$$

- En el triángulo 2 tenemos 3 ángulos y 2 lados

¡Podemos usar el Teorema del Seno!

$$\frac{\operatorname{sen}(\alpha)}{L} = \frac{\operatorname{sen}(x)}{a} \quad (\text{vwv})$$

- Ahora reemplazamos los valores desconocidos

  - $a = 1$ (por enunciado)

  - $L = \dfrac{h}{\operatorname{sen}(\beta)}$ (por $(\star)$)

- x, del triángulo 2 sabemos que

a) $\gamma = 180° - \beta$ (γ y β forman un ángulo extendido)

b) $\alpha + \gamma + x = 180°$ (suma de los ángulos de un triángulo)

$\Rightarrow \alpha + \cancel{180°} - \beta + x = \cancel{180°}$

(entonces) $\Rightarrow x = \beta - \alpha$

- Reemplazando en (vwv) tenemos:

$$\frac{\frac{\operatorname{sen}(\alpha)}{h}}{\operatorname{sen}(\beta)} = \frac{\operatorname{sen}(\beta-\alpha)}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{\operatorname{sen}(\alpha)\operatorname{sen}(\beta)}{h} = \operatorname{sen}(\beta-\alpha)$$

$$\Rightarrow h = \frac{\operatorname{sen}(\alpha)\operatorname{sen}(\beta)}{\operatorname{sen}(\beta-\alpha)} \quad //$$

Extra: Podemos simplificar más la expresión usando la identidad de suma del seno que ya conocemos

$$h = \frac{\operatorname{sen}(\alpha)\operatorname{sen}(\beta)}{\operatorname{sen}(\beta)\cos(\alpha) - \operatorname{sen}(\alpha)\cos(\beta)}$$

- $\dfrac{1}{\operatorname{sen}(\alpha)\operatorname{sen}(\beta)}$
- $\dfrac{1}{\operatorname{sen}(\alpha)\operatorname{sen}(\beta)}$

$\rightarrow$ $\underbrace{\text{Multiplicamos por este factor en el numerador y en el denominador}}$

Esto se llama usar un 1 conveniente ^^

$$h = \frac{1}{\frac{\cancel{\operatorname{sen}(\beta)}\cos(\alpha)}{\operatorname{sen}(\alpha)\cancel{\operatorname{sen}(\beta)}} - \frac{\cancel{\operatorname{sen}(\alpha)}\cos(\beta)}{\cancel{\operatorname{sen}(\alpha)}\operatorname{sen}(\beta)}} = \frac{1}{\frac{\cos(\alpha)}{\operatorname{sen}(\alpha)} - \frac{\cos(\beta)}{\operatorname{sen}(\beta)}}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{h = \frac{1}{\operatorname{ctg}(\alpha) - \operatorname{ctg}(\beta)}}$$

(Así el resultado se ve más bonito)