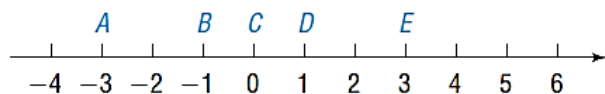


Guía I: Álgebra básica

1. Usando la siguiente recta numérica, determine las distancias solicitadas



i) $d(C, D)$ ii) $d(C, A)$ iii) $d(D, E)$

iv) $d(C, E)$ v) $d(A, E)$ vi) $d(D, B)$

2. Si $x = -2$ e $y = 3$, evalúe las siguientes expresiones

i) $x + 2y$ ii) $3x + y$ iii) $5xy + 2$ iv) $-2x + xy$

v) $\frac{2x}{x - y}$ vi) $\frac{x + y}{x - y}$ vii) $\frac{3x + 2y}{2 + y}$ viii) $\frac{2x - 3}{y}$

3. Si $x = 3$ e $y = -1$, evalúe las siguientes expresiones

i) $|x + y|$ ii) $|x - y|$ iii) $|x| + |y|$ iv) $|x| - |y|$ v) $\frac{|x|}{x}$

vi) $\frac{|y|}{y}$ vii) $|4x - 5y|$ viii) $|3x + 2y|$ ix) $||4x| - |5y||$ x) $3|x| + 2|y|$

4. Si $x = 2$ e $y = -1$, evalúe las siguientes expresiones

i) $2xy^{-1}$

ii) $-3x^{-1}y$

iii) $x^2 + y^2$

iv) x^2y^2

v) $(xy)^2$

vi) $(x + y)^2$

vii) $\sqrt{x^2}$

viii) $(\sqrt{x})^2$

ix) $\sqrt{x^2 + y^2}$

x) $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2}$

xi) x^y

xii) y^x

5. Encontrar el valor de la expresión $2x^3 - 3x^2 + 5x - 4$ si $x = 2$. ¿Cuál es el valor si $x = 1$?

6. Escribir los siguientes números en notación científica :

i) 454,2

ii) 32,14

iii) 0,013

iv) 0,00421

v) 32,155

vi) 21,210

vii) 0,000423

viii) 0,0514

7. Escriba los siguientes números como decimal

i) $6,15 \times 10^4$

ii) $9,7 \times 10^3$

iii) $1,214 \times 10^{-3}$

iv) $9,88 \times 10^{-4}$

v) $1,1 \times 10^8$

vi) $4,112 \times 10^2$

vii) $8,1 \times 10^{-2}$

viii) $6,453 \times 10^{-1}$

8. Simplifique cada expresión:

i) $(-4)^2$

ii) -4^2

iii) 4^{-2}

iv) -4^{-2}

v) $3^{-6} \cdot 3^4$

vi) $4^{-2} \cdot 4^3$

vii) $(3^{-2})^{-1}$

viii) $(2^{-1})^{-3}$

ix) $\sqrt{25}$

x) $\sqrt{36}$

xi) $\sqrt{(-4)^2}$

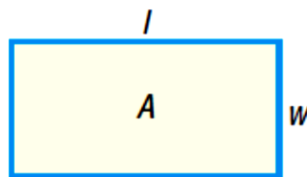
xii) $\sqrt{(-3)^2}$

9. Simplifique las siguientes expresiones dejando sólo exponentes positivos:

i) $(8x^3)^2$	ii) $(-4x^2)^{-1}$	iii) $(x^2y^{-1})^2$	iv) $(x^{-1}y)^3$	v) $\frac{x^2y^3}{xy^4}$
vi) $\frac{x^{-2}y}{xy^2}$	vii) $\frac{(-2)^3x^4(yz)^2}{3^2xy^3z}$	viii) $\frac{4x^{-2}(yz)^{-1}}{2^3x^4y}$	ix) $\left(\frac{3x^{-1}}{4y^{-1}}\right)^{-2}$	x) $\left(\frac{5x^{-2}}{6y^{-2}}\right)^{-3}$

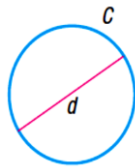
Expresa las siguientes declaraciones como una ecuación:

10. El área A de un rectángulo es el producto de su largo l por su ancho w

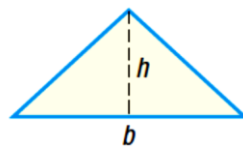


11. El perímetro P de un rectángulo es la doble de la suma de su ancho w y su largo l .

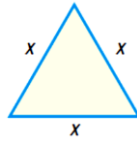
12. La circunferencia C de un círculo es el producto de π por su diámetro d



13. El área A de un triángulo es el producto de su base b por la altura h .

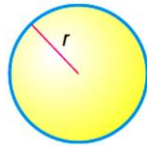


14. El área A de un triángulo equilátero es $\frac{\sqrt{3}}{4}$ el cuadrado de la longitud x un lado.



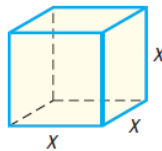
15. El perímetro P de un triángulo equilátero es 3 veces la longitud su lado x .

16. El volumen V de una esfera es $\frac{4}{3}$ veces π por el cubo de su radio r .



17. La superficie S de una esfera es 4 veces π por el cuadrado del radio r .

18. El volumen V de un cubo es el cubo de la longitud de su lado x .



19. La superficie S de un cubo es 6 veces el cuadrado de la longitud de su lado x .

En los siguientes problemas escriba una desigualdad utilizando el valor absoluto para describir cada declaración

20. x está a menos 6 unidades de 4.

21. x está a más 5 unidades de 2.

22. En algunos países el voltaje domiciliario normal es de 220 volt. Es aceptable un voltaje real x que difiera en 8 volt del normal. Una fórmula que describe esto es

$$|x - 220| \leq 8$$

- a) Muestre que un voltaje 14 volt es aceptable.
- b) Muestre que un voltaje de 209 no es aceptable.

23. La empresa Fireball fabrica bolas de precisión para rodamientos. El radio estándar de una bola es de 3 cm. Una bola es aceptable si el radio de ella se encuentra dentro del rango de 0,01 cm. La fórmula que describe esta situación es :

$$|x - 3| \leq 0,01$$

- a) ¿Es aceptable una bola con un radio $x = 2,999$?
- b) ¿Es aceptable una bola con un radio $x = 2,89$?

Notación científica

24. La distancia entre la Tierra y la Luna es aproximadamente de 4×10^8 metros. Exprese esta cifra como un número entero.
25. La altura del monte Everest es de 8848 metros. Exprese esta altura en notación científica.
26. La longitud de onda de la luz visible es aproximadamente de 5×10^{-7} metros. Exprese esta cifra como un decimal.
27. El diámetro de un átomo es aproximadamente de 1×10^{-10} metros. Exprese este diámetro como número decimal.
28. Un año-luz es la distancia que viaja la luz en un año (365 días). Si la rapidez de la luz es de $300000 \frac{km}{s}$. ¿Cuántos kilómetros viaja la luz en un año? Exprese su resultado en notación científica.
29. ¿Cuánto demora la luz proveniente del Sol en llegar a la Tierra si la distancia Sol-Tierra es de 150.000.000 km? Exprese su resultado en segundos usando notación científica.

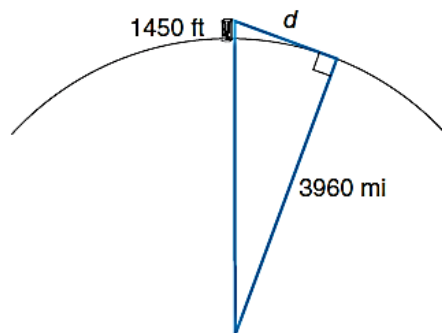
30. *Geometría.* Encuentre la diagonal de un rectángulo de 8 pulgadas de largo y 5 pulgadas de ancho.

31. *Geometría.* Encuentre la longitud de un rectángulo con una anchura de 3 pulgadas si su diagonal mide 20 pulgadas.

32. *Determinación de la longitud de un cable.* Una torre de transmisión de radio tiene una altura de 100 pies. ¿Cuál debe ser la longitud de un cable que se conectará desde un punto situado a la mitad de la altura de la torre hasta otro punto que se encuentra a 30 pies de la base?

33. Resuelva el problema 32 si el cable es fijado desde la parte superior de la torre.

34. *¿Qué tan lejos puede ver?* El edificio habitado más alto de Estados Unidos es la torre Sears en Chicago. Si el mirador de la torre está a 1454 pies por encima del nivel del suelo, utilice la figura dada a continuación para determinar qué tan lejos puede ver una persona que se encuentre en el mirador (con la ayuda de un telescopio). Utilice 3960 millas para el radio de la Tierra. [Nota: 1 milla=5280 pies.]



Polinomios

En los siguientes ejercicios, diga si la expresión es un monomio. Si es, indique la variable (s), su coeficiente y el grado. Si no es un monomio fundamente.

I) $2x^3$

II) $-4x^2$

III) $\frac{8}{x}$

IV) $-2x^{-3}$

V) $-2x^3 + 5x^2$

VI) $6x^5 - 8x^2$

VII) $\frac{8x}{x^2 - 1}$

VIII) $-\frac{2x^2}{x^3 + 1}$

XIV) $x^2 + 2x - 5$

X) $3x^2 + 4$

En los siguientes problemas, diga si la expresión es un polinomio. Si lo es indique su grado. Si no lo es fundamente.

I) $3x^2 - 5$

II) $1 - 4x$

III) 5

IV) $-\pi$

V) $3x^2 - \frac{5}{x}$

VI) $\frac{3}{x} + 2$

VII) $2y^3 - \sqrt{2}$

VIII) $10z^2 + z$

IX) $\frac{x^2 + 5}{x^3 - 1}$

X) $\frac{3x^3 + 2x - 1}{x^2 + x + 1}$

En los siguientes problemas realice la operación indicada

i) $(x^2 + 4x + 5) + (3x - 3)$

ii) $(x^3 + 3x^2 + 2) + (x^2 - 4x + 4)$

iii) $(x^3 - 2x^2 + 5x + 10) - (2x^2 - 4x + 3)$

iv) $(x^2 - 3x - 4) - (x^3 - 3x^2 + x + 5)$

v) $6(x^3 + x^2 - 3) - 4(2x^3 - 3x^2)$

vi) $8(4x^3 - 3x^2 - 1) - 6(4x^3 + 8x - 2)$

vii) $9(y^2 - 3y + 4) - 6(1 - y^2)$

viii) $8(1 - y^3) + 4(1 + y + y^2 + y^3)$

ix) $x(x^2 + x - 4)$

x) $4x^2(x^3 - x + 2)$

xi) $(x + 2)(x + 4)$

xii) $(x + 3)(x + 5)$

xiii) $(2x + 5)(x + 2)$

xiv) $(3x + 1)(2x + 1)$

xv) $(x - 7)(x + 7)$

xvi) $(x - 1)(x + 1)$

xvii) $(2x + 3)(2x - 3)$

xviii) $(3x + 2)(3x - 2)$

xix) $(x + 4)^2$

xx) $(x - 5)^2$

xxi) $(2x - 3)^2$

xxii) $(3x - 4)^2$

xxiii) $(x - 2)^3$

xxiv) $(x + 1)^3$

xxv) $(2x + 1)^3$

xxvi) $(3x - 2)^3$

Factorice los siguientes polinomios. Si no se puede factorizar indique si es primo.

i) $x^2 - 36$

ii) $x^2 - 9$

iii) $2 - 8x^2$

iv) $3 - 27x^2$

v) $x^2 + 11x + 10$

vi) $x^2 + 5x + 4$

vii) $x^2 - 10x + 21$

viii) $x^2 - 6x + 8$

ix) $4x^2 - 8x + 32$

x) $3x^2 - 12x + 15$

xi) $x^2 + 4x + 16$

xii) $x^2 + 12x + 36$

xiii) $15 + 2x - x^2$

xiv) $14 + 6x - x^2$

xv) $3x^2 - 12x - 36$

xvi) $x^3 + 8x^2 - 20x$

xvii) $y^4 + 11y^3 + 30y^2$

xviii) $3y^3 - 18y^2 - 48y$

xix) $4x^2 + 12x + 9$

xx) $9x^2 - 12x + 4$

xxi) $6x^2 + 8x + 2$

xxii) $8x^2 + 6x - 2$

xxiii) $x^4 - 81$

xxiv) $x^4 - 1$

xxv) $x^6 - 2x^3 + 1$

xxvi) $x^6 + 2x^3 + 1$

xxvii) $x^7 - x^5$

xxviii) $x^8 - x^5$

xxix) $16x^2 + 24x + 9$

xxx) $9x^2 - 24x + 16$

xxxi) $5 + 16x - 16x^2$

xxxii) $5 + 11x - 16x^2$

xxxiii) $4y^2 - 16y + 15$

xxxiv) $9y^2 + 9y - 4$

xxxv) $1 - 8x^2 - 9x^4$

xxxvi) $4 - 14x^2 - 8x^4$

xxxvii) $x(x + 3) - 6(x + 3)$

xxxviii) $5(3x - 7) + x(3x - 7)$

xxxix) $(x + 2)^2 - 5(x + 2)$

xxxx) $(x - 1)^2 - 2(x - 1)$

Reduzca los siguientes terminos racionales a su mínima expresión

i) $\frac{3x + 9}{x^2 - 9}$

ii) $\frac{4x^2 + 8x}{12x + 24}$

iii) $\frac{x^2 - 2x}{3x - 6}$

iv) $\frac{15x^2 + 24x}{3x^2}$

v) $\frac{24x^2}{12x^2 - 6x}$

vi) $\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 4}$

vii) $\frac{y^2 - 25}{2y^2 - 8y - 10}$

viii) $\frac{3y^2 - y - 2}{3y^2 + 5y + 2}$

Realice la operación indicada y simplifique el resultado. Deje la respuesta en forma factorizada

$$1) \frac{3x+6}{5x^2} \cdot \frac{x}{x^2-4}$$

$$2) \frac{3}{2x} \cdot \frac{x^2}{6x+10}$$

$$3) \frac{4x^2}{x^2-16} \cdot \frac{x^3-64}{2x}$$

$$4) \frac{12}{x^2+x} \cdot \frac{x^3+1}{4x-2}$$

$$5) \frac{\frac{8x}{x^2-1}}{\frac{10x}{x+1}}$$

$$6) \frac{\frac{x-2}{4x}}{\frac{x^2-4x+4}{12x}}$$

$$7) \frac{\frac{4-x}{4+x}}{\frac{4x}{x^2-16}}$$

$$8) \frac{\frac{3+x}{3-x}}{\frac{x^2-9}{9x^3}}$$

$$9) \frac{x}{x^2-7x+6} - \frac{x}{x^2-2x-24}$$

$$10) \frac{x}{x-3} - \frac{x+1}{x^2+5x-24}$$

$$11) \frac{4x}{x^2-4} - \frac{2}{x^2+x-6}$$

$$12) \frac{3x}{x-1} - \frac{x-4}{x^2-2x+1}$$

$$13) \frac{3}{(x-1)^2(x+1)} + \frac{2}{(x-1)(x+1)^2}$$

$$14) \frac{2}{(x+2)^2(x-1)} - \frac{6}{(x+2)(x-1)^2}$$

$$15) \frac{1 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}}$$

$$16) \frac{4 + \frac{1}{x^2}}{3 - \frac{1}{x^2}}$$

$$17) \frac{\frac{x-2}{x+2} + \frac{x-1}{x+1}}{\frac{x}{x+1} - \frac{2x-3}{x}}$$

$$18) \frac{\frac{2x+5}{x} - \frac{x}{x-3}}{\frac{x^2}{x-3} - \frac{(x+1)^2}{x+3}}$$