

FM1004-1 Matemática IV: Cálculo Diferencial

Profesor: Pablo Dartnell Roy

Auxiliares: Felipe Hernández C., Cristian Palma F.



Auxiliar 9 - Continuidad y más límites

17 de enero de 2019

P1. Calcule - si es que existen - los siguientes límites:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(ax)}{1 - \cos(bx)}, \quad a, b \neq 0$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^x}{\arctan(x)}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(e^{2x} - 1) \sin(x)}{(e^{2x} - 1)}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 3e^{2x} + 3e^x - 1}{\sin(x)x^2}$$

P2. (P5 guía) Encuentre $k \in \mathbb{Z}$ tal que el siguiente límite existe y es no nulo:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{x^2} + x^2 - 1)(\cos(x) - 1)}{x^k}$$

P3. (P18 guía) Considere la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $a, b, c > 0$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a \operatorname{sen}(bx)}{x} & \text{si } x < 0 \\ e & \text{si } x = 0 \\ \frac{\exp(a+x) - \exp(b)}{cx} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Encuentre a, b, c tal que la función sea continua en todo su dominio.

P4. Estudiar la continuidad de la función $f : \mathbb{R} \setminus \{0, 1\} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \frac{\operatorname{sen}(\pi x)}{x(x-1)}$ y reparar sus discontinuidades.

P5. (P19 guía) Sea $h : \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$ una función que satisface

$$h(x \cdot y) = h(x) + h(y)$$

Muestre que si h es continua en $x = 1$ entonces es continua en todo punto de su dominio. (Ind: Demuestre que $h(1) = 0$).