FM1003-3 Matemáticas III: Límites y Derivadas
Profesor: Felipe Matus D.
Auxiliar: Daniel Neira O. Matías Romero Y.

Para estudiantes de Educación Básica y Media.
UNIVERSIDAD DE CHILE

Auxiliar 2: Cuantificadores y Conjuntos

8 de enero de 2019

Resumen Clase

- Cuantificador Universal ($\forall$): **Todo** elemento cumple la condición.
- Cuantificador Existencial ($\exists$): **Al menos un** elemento (uno o más) cumple la condición.
- $\sim (\forall x)(p(x)) \Leftrightarrow \exists \sim p(x)$
- Cuantificador de Existencia y Unicidad ($\exists!$): **Solo un** elemento cumple la condición.
- $\sim (\exists!)(p(x)) \Leftrightarrow$ $[(\forall x) \sim p(x)] \vee [(\exists x)(\exists y)(p(x) \wedge p(y) \wedge x \neq y)]$
- Pertenecia ($\in$): $x \in A$, si x es un elemento dentro del conjunto A.

P1. Sea C el conjunto de los alumnos del curso y $p(x, y)$ la función proposicional definida por:

$$p(x, y) = \text{“}x \text{ e } y \text{ son dos personas diferentes y están de cumpleaños el mismo día”}$$

Escriba las siguientes proposiciones usando cuantificadores:

a) Todos los alumnos del curso están de cumpleaños el mismo día.
b) Existen al menos tres alumnos que están de cumpleaños el mismo día.
c) No existen dos alumnos del curso que están de cumpleaños el mismo día.
d) Hay solo un alumno del curso que tiene un hermano que nació el mismo día.

P2. **[Problema Coordinado]** Dadas las funciones proposicionales

$$p(x) : x \text{ es impar},$$
$$q(x) : x \text{ es múltiplo de } 3,$$
$$r(x) : x \geq 7,$$

determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

a) $\forall x \in \mathbb{N} : (p(x) \vee r(x))$
b) $\exists n \in \mathbb{N} : (r(n) \Rightarrow q(n))$
c) $\forall n \in \mathbb{N} : [p(n) \Rightarrow (q(n) \vee r(n))]$

P3. **[Problema Coordinado]** Negar las siguientes proposiciones

a) $(\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) x < y$
b) $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) x \geq y$
c $(\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) x > 1 \wedge y \leq 1$

P4. **[Pregunta Coordinada]**
Demuestre que:

$$(\forall x \in \mathbb{N}) x \text{ es par} \iff x^2 \text{ es par}$$

P5. **[Pregunta Aplicada]**
Si los 123 residentes de un edificio tienen edades que suman 3813 años, entonces existen 100 de ellos cuyas edades suman al menos 3100 años.