**FM1003-1 Matemáticas III: Límites y Derivadas**
**Profesor:** Leonardo Sánchez.
**Auxiliar:** Patricio Yáñez. Sebastián López.

# Auxiliar 13: Aplicaciones de la Derivadas

23 de enero de 2019

## Resumen Clase

- Crecimiento: Sea $f:(a,b)\to\mathbb{R}$ derivable
  - $f$ es creciente en $(a,b)$ si y solo si
  $$\forall x\in(a,b), f'(x)\geq 0$$
  - $f$ es decreciente en $(a,b)$ si y solo si
  $$\forall x\in(a,b), f'(x)\leq 0$$
- Punto crítico: Sea $f$ derivable en $(a,b)$, decimos que $x_0\in(a,b)$ es un punto crítico de $f$ si $f'(x_0)=0$.
- Máx/Mín: Sea $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ y $x_0\in[a,b]$
  - $x_0$ es máximo local de $f$ si
  $(\exists\varepsilon>0):(\forall x\in(x_0-\varepsilon,x_0+\varepsilon)), f(x_0)\geq f(x)$
  - $x_0$ es mínimo local de $f$ si
  $(\exists\varepsilon>0):(\forall x\in(x_0-\varepsilon,x_0+\varepsilon)), f(x_0)\leq f(x)$
  - $x_0$ es máximo global de $f$ si
  $$\forall x\in[a,b], f'(x_0)\geq f(x)$$
  - $x_0$ es mínimo global de $f$ si
  $$\forall x\in[a,b], f'(x_0)\leq f(x)$$

  **Obs:** Un máximo/mínimo global es un máximo/mínimo local, pero no necesariamente al revés.
- Sea $f$ derivable en $(a,b)$, si $x_0$ es mínimo o máximo local de $f$, entonces es un punto crítico.

**P1.** Estudie el crecimiento de las siguientes funciones y encuentre máximos o mínimos si es que existen.

*a)* $f(x)=e^{-x^2}$

*b)* $f(x)=\dfrac{x^2-2x+2}{x-1}$

*c)* $f(x)=\dfrac{x}{\ln(x^2)}$

*d)* $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2-1}$

**P2.** Encuentre la superficie máxima que puede tener una ventana rectangular coronada por una semicircunferencia tal que el perímetro de la figura sea 12 metros.

**P3.** Supongamos que disponemos de un trozo de cartón cuadrado de lado 10 para la confección de una caja, de manera que para construirla debemos recortar las esquinas en cuadrados de lado $x$ (como en la figura). El problema es encontrar el valor de $x$ tal que el volumen de la caja sea máximo.

**P4.** El beneficio neto mensual, en millones de euros, de una empresa que fabrica autobuses viene dado por la función:
$$B(x)=1{,}2x-(0{,}1x)^3$$
donde x es el número de autobuses fabricados en un mes. Calcule la producción mensual que hacen máximo el beneficio.

**P5.** Un agricultor tiene 2400 metros de material y quiere construir una cerca para tener un campo rectangular que bordea un río recto, de modo que no necesita cercar el lado hacia el río. ¿Cuáles son las dimensiones que debe tener el campo para encerrar la mayor área?

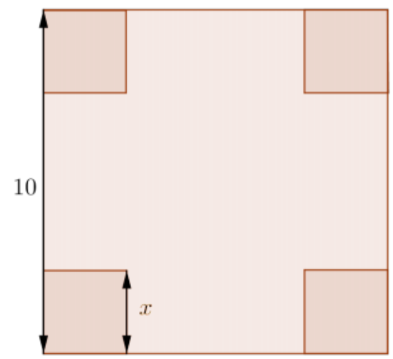


Figura 1: Ejemplo de la caja

**P6.** Derive:

*a)* $f(x) = 10^{\sqrt{x}}$

*b)* $g(x) = e^{3-x^2}$

*c)* $h(x) = 3^{2x^2} \cdot \sqrt{x}$

*d)* $x(t) = \dfrac{t^3}{1+t^2}$

*e)* $j(x) = \dfrac{e^{2x}}{x^2}$

*f)* $k(x) = \ln(2x^4 - x^3 + 3x^2 - 3x)$

*g)* $m(x) = \ln(\sqrt[3]{\dfrac{3x}{x+2}})$

*h)* $n(x) = \sqrt[4]{x^5 - x^3 - 2}$