

FM1003-1 Matemáticas III: Límites y Derivadas

Profesor: Leonardo Sánchez C.

Auxiliar: Sebastián López. Patricio Yáñez A.



Auxiliar 2: Cuantificadores y Conjuntos

8 de enero de 2019

Resumen Clase

- | | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> ■ Cuantificador Universal (\forall): TODO elemento cumple una condición. ■ Cuantificador Existencial (\exists): Al menos UN elemento (uno o más) cumple la condición. ■ $\sim (\forall x)(p(x)) \Leftrightarrow \exists \sim p(x)$ ■ Existe un Único ($\exists!$): SOLO UN elemento cumple la condición ■ $\sim (\exists!)(p(x)) \Leftrightarrow [(\forall x) \sim p(x)] \vee [(\exists x)(\exists y)(p(x) \wedge p(y) \wedge x \neq y)]$ | <ul style="list-style-type: none"> ■ Pertenencia (\in): $x \in C$, donde C es un conjunto cualquiera, si solo si x pertenece al conjunto $\in C$ ■ Subconjunto (\subseteq): $A \subseteq B$, donde A y B son conjuntos cualquiera, si solo si A es subconjunto de B o se encuentra dentro de B ■ Diferencia Simétrica: Δ: Es la unión de dos conjuntos menos su intersección :: Sea A y B conjuntos $A \Delta B \Leftrightarrow (A \cup B) \setminus (A \cap B)$ |
|--|---|

P1. [Problema Coordinado]

1. Dadas las funciones proposicionales

$$p(x) : x \text{ es impar,}$$

$$q(x) : x \text{ es múltiplo de 3,}$$

$$r(x) : x \geq 7,$$

$$s(x) : x \text{ es cromosomas de presidentes}$$

determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

a) $\forall x \in \mathbb{N} : (p(x) \vee r(x))$

b) $\exists n \in \mathbb{N} : (r(n) \Rightarrow q(n))$

c) $\forall n \in \mathbb{N} : [p(n) \Rightarrow (q(n) \vee r(n))]$

d) $\exists n \in \text{Planeta tierra} : s(n) \Leftrightarrow F$

**Ideas ítem: *Tener en cuenta que se debe saber el conjunto donde se esta trabajando, es decir, debemos ver si el valor x esta restringido a algún conjunto*

P2. [Problema Coordinado] Negar las siguientes proposiciones

a) $(\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R})x < y$

b) $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R})x \geq y$

c) $(\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R})x > 1 \wedge y \leq 1$

P3. [Problema Coordinado] Demuestre que:

$$(\forall x \in \mathbb{N})x \text{ es par} \Leftrightarrow x^2 \text{ es par}$$

P4. [Problema Coordinado] Considere el conjunto $A = \{-1, \frac{-1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1\}$. Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones

- a) $(\forall x, y \in A)(x + y \leq 1)$
- b) $(\forall x \in A)(\exists y \in A)x^2 \leq y$

P5. Sea B un subconjunto del universo U . Demuestre que $[(\forall A \subseteq U)(A \cup B = A)] \Rightarrow B = \emptyset$

P6. [Pregunta Aplicada]

Si los 123 residentes de un edificio tienen edades que suman 3813 años, entonces existen 100 de ellos cuyas edades suman al menos 3100 años.

P7. Sea F un conjunto de personas en una fila, para $x, y \in F$ se define la función proposicional $\phi(x, y)$: "x está más adelante que y en la fila". Sea $p \in F$, extraiga toda la información que pueda de las siguientes proposiciones cuantificadas:

- a) $(\forall x \in F)[\phi(x, p) \vee x = p]$
- b) $(\exists! x \in F)[\phi(x, p) \vee \phi(p, x)]$

P8. Sea C el conjunto de los alumnos del curso y $p(x, y)$ la función proposicional definida por:

$$p(x, y) = \text{"}x \text{ e } y \text{ son dos personas diferentes y están de cumpleaños el mismo día"}$$

Escriba las siguientes proposiciones usando cuantificadores:

- a) No existen dos alumnos del curso que están de cumpleaños el mismo día
- b) Todos los alumnos del curso están de cumpleaños el mismo día
- c) Existen al menos tres alumnos que están de cumpleaños el mismo día

P9. Sea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Escribir, e símbolos matemáticos, escribir su negación y averiguar el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- a) Hay un elemento en A que es mayor que los restantes.
- b) Existe un único elemento en A cuyo cuadrado es 4.
- c) Para cada elemento en A existe otro en A que es menor o igual que él.
- d) Existe un elemento cuyo cuadrado es igual a sí mismo.